ADATLAP

1. A véleményezést kérő **felsőoktatási intézmény neve, címe**

Debreceni Egyetem, 4032 Debrecen, Egyetem tér 1.

A felsőoktatási intézményben a tervezett képzésért közvetlenül **felelős szervezeti egység**

Természettudományi és Technológiai Kar, Matematikai Intézet

2. A (magyar vagy külföldi) felsőoktatási intézménnyel együttműködésben folytatandó képzés esetén a partner intézmény(ek) neve, címe

-

3. A tervezett **képzés helye(i)** (székhely, telephely, külföld) és címe(i)

4032 Debrecen, Egyetem tér 1.

4. Az indítandó **mesterképzési szak** megnevezése (*a vonatkozó KKK szerint*)

Matematikus

5. Az oklevélben szereplő **szakképzettség** megnevezése (*a vonatkozó KKK szerint*)

Okleveles matematikus

6. Az indítani tervezett **szakirányok** és/vagy specializációk.

-

7. Az indítani tervezett **képzési formák** *(a megfelelők aláhúzandók!)*

- teljes idejű (nappali), részidejű (levelező, esti), távoktatásos (t), székhelyen kívüli (szhk)
- idegen nyelven is: angol, német, francia, orosz, …
- csak idegen nyelven: angol, német, francia, orosz, …

8. A tervezett **hallgatói létszám** képzési formánként (n, l, e, t, szhk):

14 fő

9. A **képzési idő** 4 félév

a mesterfokozat megszerzéséhez összegyűjtendő: **120** kredit (*a vonatkozó KKK szerint*)

a képzésben felveendő tanórák száma: **1500** *(az összes hallgatói tanulmányi munkaidőn* belül

a szakmai gyakorlat - *ha van* - időtartama és jellege: -

10. A szak **indításának tervezett időpontja**: **2017; 2017/2018** *(év/tanév)*

11. A **szakfelelős** oktató megnevezése (beosztása, tudományos fokozata) és aláírása

Dr. Páles Zsolt tanszékvezető egyetemi tanár, D.Sc.

12. Dátum, és az intézmény rektorának megnevezése és cégszerű aláírása

Debrecen, 2017.

Dr. Szilvássy Zoltán, egyetemi tanár, rektor, D.Sc.

Csatolandó dokumentumok:

- a mesterszaknak a miniszter által meghatározott, közétett **képzési és kimeneti követelményei** (***KKK***)
- a képzés indítására vonatkozó **szenátusi döntés**

Speciális esetekben:

- szakmai gyakorlóhely szándéknyilatkozata
- fenntartói egyetértéssel kötött megállapodás másolata
- együttműködési megállapodás

A mesterszaknak a miniszter által meghatározott, közétett képzési és kimeneti követelményei (KKK)

1. A mesterképzési szak megnevezése: matematikus (Mathematics)

2. A mesterképzési szakon szerezhető végzettségi szint és a szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése
végzettségi szint: mester- (magister, master; rövidítve: MSc-) fokozat
szakképzettség: okleveles matematikus
a szakképzettség angol nyelvű megjelölése: Mathematician

3. Képzési terület: természettudomány

4. A mesterképzésbe történő belépésnél előzményként elfogadott szakok:
4.1. Teljes kreditérték beszámításával vehető figyelembe: a matematika alapképzési szak.
4.2. A 9.3. pontban meghatározott kreditek teljesítésével elsősorban számításba vehető alapképzési szak: a természettudomány, a műszaki, az informatika képzési területekről valamennyi alapképzési szak, a gazdaságtudományok képzési területről a gazdaság- és pénzügy-matematikai elemzés alapképzési szak.
4.3. A 9.3. pontban meghatározott kreditek teljesítésével vehetők figyelembe továbbá azok az alapképzési és mesterképzési szakok, illetve a felsőoktatásról szóló 1993. évi LXXX. törvény szerinti szakok, amelyeket a kredit megállapításának alapjául szolgáló ismeretek összevetése alapján a felsőoktatási intézmény kreditátviteli bizottsága elfogad.

5. A képzési idő félévekben: 4 félév

6. A mesterfokozat megszerzéséhez összegyűjtendő kreditek száma: 120 kredit a szak orientációja: kiemelten elméletorientált (70-80 százalék)
a diplomamunka készítéséhez rendelt kreditérték: 20 kredit
a szabadon választható tantárgyakhoz rendelhető minimális kreditérték: 6 kredit

7. A szakképzettség képzési területek egységes osztályozási rendszere szerinti tanulmányi területi besorolása: 461

8. A mesterképzési szak képzési célja és a szakmai kompetenciák
A képzés célja tudományos kutatásra szakmai felkészültséggel rendelkező matematikusok képzése, akik megszerzett matematikai szaktudásukat képesek alkotó módon a gyakorlatban is felhasználni. Nyitottak szakterületük és a rokon szakterületek új tudományos eredményeinek kritikus befogadására. Egyaránt alkalmasak elméleti és gyakorlati matematikai problémák modellezésére, megoldási eljárások kidolgozására és ezen eljárások tényleges folyamatának irányítására. Felkészültek tanulmányaik doktori képzésben történő folytatására.

8.1. Az elsajátítandó szakmai kompetenciák
8.1.1. A matematikus

a) tudása

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit az analízis, algebra, számelmélet, geometria, diszkrét matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (matematikai statisztika) területén.
Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit az analízis, algebra, számelmélet, geometria, diszkrét matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (matematikai statisztika) területén.
Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.
Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

b) képességei

Képes az analízis, algebra, számelmélet, geometria, diszkrét matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (matematikai statisztika) területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
Képes a szakterületén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modelljei megalkotására, a modern matematika eredményeinek felhasználására a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.
Képes a gyakorlati életben megfigyelhető összefüggések absztrakt szinten történő megragadására.
Képes a matematikai szakterület problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
Képes a gyakorlati életben adódó döntéshelyzetek mögött esetlegesen rejlő optimalizációs problémák megfogalmazására, az azokból levonható következtetések nem-szakemberek számára való kommunikációjára. Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.
Képes a matematikai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában.
Képes a műszaki és a gazdasági életben működő bonyolult rendszerek áttekintésére, matematikai elemzésére és modellezésére, döntési folyamatok előkészítésére.
Képes a számítástechnika eszközeinek alkalmazásával a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére.

c) attitűdje

Törekszik a modern matematika új eredményeinek megismerésére.
Törekszik a modern matematika eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
Nyitott és fogékony a matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

d) autonómiája és felelőssége

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a matematika területén megszerzett tudásának mértékét.
Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.

Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

9. A mesterképzés jellemzői

9.1. Szakmai jellemzők

9.1.1. A szakképzettséghez vezető tudományágak, szakterületek, amelyekből a szak felépül
a matematikusképzést alapozó diszciplínák (algebra alapjai, analízis alapjai, geometria alapjai, valószínűségszámítás és matematikai statisztika alapjai) 15–25 kredit,
a matematikusképzés szakmai ismeretei 20-40 kredit
az alábbi ismeretkörök közül, a képzés tantervében meghatározott legalább négy ismeretkörből legalább négy témakör ismeretanyaga választandó:
a) algebra és számelmélet [Csoportelmélet. Permutációcsoportok. Csoport automorfizmusai, szemidirekt szorzat. Konjugáltság, normalizátor, centralizátor, centrum. Osztályegyenlet, Cauchy-tétel, Sylow-tételek. Véges p-csoportok. Nilpotens, illetve feloldható csoportok. A véges nilpotens csoportok jellemzése. Szabad csoportok, definiáló relációk. Szabad Abel-csoportok. A végesen generált Abel-csoportok alaptétele. Lineáris csoportok. Testelmélet. Testbővítés. Végesfokú bővítés, fokszámtétel. Felbontási test, normális testbővítés. Véges testek. Tökéletes testek és végesfokú bővítéseik. Test algebrai lezártja. Galois-csoport, a Galois-elmélet főtétele. Radikálbővítés. A gyökjelekkel való megoldhatóság jellemzése. Ruffini-Abel-tétel. Gyökjelekkel megoldhatatlan racionális együtthatós algebrai egyenlet létezése. Algebrai feltétel geometriai alakzat szerkeszthetőségére körzővel és vonalzóval. Az algebrai kombinatorika elemei. Kvadratikus kongruenciák, Legendre-szimbólum. Diszkrét logaritmus (index). Egyértelmű prímfaktorizáció kérdése bizonyos másodfokú számtestekben. Diofantikus problémák. Lánctörtek és alkalmazásaik.] 5–15 kredit;
b) analízis [Funkcionálanalízis elemei. Stone-Weierstrass-tétel. Banach-terek, korlátos lineáris transzformációk. Az Lp-terek duálisai, folytonos függvények terének duálisa, Hilbert-tér duálisa, reflexivitás. Hahn-Banach-tétel, Banach-Steinhaus-tétel, nyílt leképezések tétele és következményeik. Parciális differenciálegyenletek. A matematikai fizika modellegyenleteire kitűzött kezdetiérték- és peremérték-problémák egzisztencia-, unicitás- és stabilitásvizsgálatai (húr rezgése, hővezetés, Laplace-egyenlet). A karakterisztikák módszere. Fourier-módszer. Maximum-minimum-elv lineáris egyenletekre. Green-függvény. A Dirichlet-probléma megoldása gömbben. Fourier-sorok. Fejér-tétel. A trigonometrikus rendszer teljessége. Riemann-lemma. Konvergencia-kritériumok. Fourier-transzformált. Inverziós formula. Ortogonális polinomok. Laguerre-függvények teljessége. Laplace- transzformáció.] 5-15 kredit;
c) geometria [Differenciálgeometria és topológia. Sokaságok, szimpliciális felbontások. Kompakt felületek osztályozása. Homotópia. Sima sokaságok, tenzorok és differenciálformák. A d-operátor és Stokes tétele, bevezetés a de Rham-elméletbe. Riemann-metrika, görbület és geodetikusok felületeken. Gauss-Bonnet-tétel. Véges geometriák. Illeszkedési struktúrák. Projektív és affin síkok. Galois-geometriák. Kombinatorikai és csoportelméleti módszerek geometriai alkalmazásai. Véges algebrai geometria. Kódelméleti alkalmazások.] 5–15 kredit;
d) valószínűségszámítás és matematikai statisztika [Martingálok. Martingál, szub- és szupermartingál. Konvergenciatétel, reguláris martingálok. Doob-felbontás, négyzetesen integrálható martingálok konvergenciahalmaza. Megállási idők, Wald-azonosság. Markov-láncok. Diszkrét paraméterű Markov-láncok. Az állapotok osztályozása, periódus, átmeneti és visszatérő állapotok. Az átmenet-valószínűségek határértéke. Pozitív és nullállapotok. Stacionárius eloszlás, ergodikus Markov-láncok. Pontfolyamatok, Poisson-folyamat. Wiener-folyamat konstrukciója. Kvadratikus variáció. A trajektóriák analitikus tulajdonságai (folytonosság, nem-differenciálhatóság, Hölder-folytonosság). Faktoranalízis. Többszempontos szórásanalízis, szórásfelbontó táblázatok.

Főkomponens- és faktoranalízis, a főkomponensek, faktorok becslése, a faktorszám meghatározása, faktorok forgatása.] 5–15 kredit;
e) diszkrét matematika [Testek alkalmazásai. Párosításelmélet, általános faktorok. Gráfok beágyazásai. Erősen reguláris gráfok, az egészségi feltétel és alkalmazásai. Leszámláló kombinatorika: generátorfüggvények, inverziós formulák, rekurziók. Mechanikus összegzés. Gráfelméleti alkalmazások (fák, feszítő fák, 1-faktorok száma). Véletlen módszerek: várható érték és második momentum módszer, véletlen gráfok, küszöbfüggvény. Extremális kombinatorika: extremális halmazrendszerekről és gráfokról szóló klasszikus tételek. Rendezés és kiválasztás, kupac. Dinamikus programozás. Gráfalgoritmusok: szélességi és mélységi keresés, feszítőfák, legrövidebb utak, párosítás páros gráfban, magyar módszer, folyamok. Kereső fák, amortizációs idő, Fibonacci-kupac. Huffmann-kód, Lempel-Ziv-Welch eljárása.] 5–15 kredit;
f) operációkutatás [Lineáris optimalizálás: klasszikus eredmények (pl. alternatíva tételek, dualitás, Minkowsky-Weyl-tétel); Pivot-algoritmusok (szimplex, criss-cross); belsőpontos algoritmusok (logaritmikus barrier-módszer, Karmarkar-algoritmus); ellipszoid-algoritmus. Nemlineáris optimalizálás: konvex optimalizálás klasszikus eredményei (szeparációs tételek, konvex Farkas-tétel, Karush-Kuhn-Tucker-tétel, Lagrange-függvény és nyeregpont-tétel); módszerek (Newton-módszer, redukált gradiens módszer, belsőpontos algoritmus). Diszkrét optimalizálás: klasszikus eredmények (Max folyam min vágás, Egerváry-dualitás, Hoffman-tétel); poliéderes kombinatorika (teljesen unimoduláris mátrixok alkalmazásai, teljesen duális egészértékűség, párosítás poliéder); Gráfalgoritmusok (magyar-módszer, Edmonds-Karp-algoritmus, előfolyam-algoritmus, költséges áram); NP-teljes problémák algoritmikus megközelítései (dinamikus programozás, Lagrange-relaxáció, korlátozás és szétválasztás, mohó algoritmusok). Sztochasztikus programozás: alapmodellek (várható értékkel és valószínűséggel megfogalmazott, statikus és dinamikus); megoldó módszerek. Optimalizálásra vezető gyakorlati problémák (modellek)]. 5–15 kredit.
9.1.2. A sajátos kompetenciákat eredményező választható speciális modul 30-50 kredit
A következő modulokból legalább három választása szükséges úgy, hogy a választott modulok mindegyikéből legalább 10-10 kreditet kell teljesíteni, amelybe beszámíthatóak a 9.1.1. pont szerint előírt minimális kreditértéken felül teljesített kreditek is.
Az alábbi szakterületekről szerezhető speciális ismeret:
algebra (algebrai kódelmélet, csoportelmélet, csoportok reprezentációelmélet, félcsoportelmélet, gyűrűelmélet, hálóelmélet, homológikus algebra, kommutatív algebra, univerzális algebra);
b) számelmélet (additív számelmélet, az algebrai számelmélet elemei, diofantikus egyenletek, kongruenciák és alkalmazásaik, konstruktív számelmélet);
c) analízis (dinamikai modellek, komplex függvénytan, operátorelmélet, reprezentációelmélet, valós függvénytan);
d) geometria (algebrai geometria, algebrai topológia, differenciál-topológia, diszkrét geometria, geometriai modellezés, hiperbolikus geometria, konvex halmazok, Lie-csoportok);
e) sztochasztika (független növekményű folyamatok, határeloszlás-tételek, idősorok elemzése, információelméleti alapfogalmak, paraméteres és nem-paraméteres próbák, statisztikai programcsomagok);
f) diszkrét matematika (extremális kombinatorika, gráfelmélet, kódok és szimmetrikus struktúrák);
g) operációkutatás (egészértékű programozás, folytonos optimalizálás, játékelmélet, kombinatorikus optimalizálás, matroid-elmélet, sztochasztikus optimalizálás, ütemezéselmélet).

9.2. Idegennyelvi követelmény

A mesterfokozat megszerzéséhez egy élő idegen nyelvből államilag elismert középfokú (B2), komplex típusú nyelvvizsga vagy ezzel egyenértékű érettségi bizonyítvány vagy oklevél szükséges.

9.3. A 4.2. és 4.3. pontban megadott oklevéllel rendelkezők esetén a mesterképzési képzési ciklusba való belépés minimális feltételei

A mesterképzésbe való belépéshez a korábbi tanulmányokból szükséges minimális kreditek száma 65 kredit az algebra, az analízis, a geometria, a halmazelmélet, a kombinatorika, a matematikai logika, az operációkutatás, a számelmélet, a valószínűség-számítás, a statisztika területeiről. Ezen belül legfeljebb 10 kredit tartalomban beszámíthatók kiterjedt matematikai apparátusra épülő más tárgyak ismeretkörei is.

A mesterképzésbe való felvétel feltétele, hogy a hallgató a korábbi tanulmányai alapján legalább 50 kredittel rendelkezzen. A hiányzó krediteket a felsőoktatási intézmény tanulmányi és vizsgaszabályzatában meghatározottak szerint meg kell szerezni.

I. A KÉPZÉS TARTALMA

A szakra való belépés feltétele - a képzési és kimeneti követelményekkel összhangban

a) a bemenethez **feltétel nélkül** elfogadott *(*alap*)*szakok (*KKK 4. pont*)

Matematika alapképzési szak

b) a bemenethez **feltételekkel** elfogadott *(*alap*)*szakok, ill. kreditkövetelmények, a vonatkozó konkrét előírások (*KKK 4. ill. 9.4. pont*), az egyes alapszakok programjából hiányzó ismeretek pótlási módja, terve az intézményben

Természettudományi, műszaki, informatikai, valamint gazdaságtudományi képzési területek alapképzési szakjai. Ebben az esetben a belépéshez szükséges minimálisan 65 kredit a korábbi tanulmányokból az algebra, analízis, geometria, halmazelmélet, kombinatorika, matematikai logika, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás, statisztika területeiről. Ezen belül legfeljebb 10 kredittel beszámíthatók kiterjedt matematikai apparátusra épülő más tárgyak is. A felvétel feltétele, hogy a hallgató a korábbi tanulmányai alapján legalább 50 kredittel rendelkezzen, a hiányzó krediteket az egyetem szabályzatában meghatározottak szerint kell megszerezni.

A nem matematika alapszakról érkezők számára az előismeretek pótlását az Alapozó ismeretek tantárgycsoport tárgyai biztosítják. Ezek teljesítése alól a hallgató korábbi tanulmányai függvényében teljes vagy részleges felmentést kaphat. A felmentések kreditjeinek terhére a speciális modulokba tartozó tárgyak teljesítendők.

I..1. A képzés programja; a szak tanterve (az óra és vizsgaterv táblázatos összegzése)

ismeretkörök és tantárgyaik *felelősök*	**félévek** 1.	2.	3.	4.	**tantárgy kredit-száma**	**számon -kérés** (koll / gyj /egyéb)
	tantárgy <u>féléves</u> tanóraszáma, tanóratípusa (ea / sz / gy / konz) / *kreditértéke*					
Alapozó ismeretek						
Algebra és számelmélet ismeretkör – felelőse: Dr. Horváth Gábor **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 60-40%** (kredit%)						
1.Bev. a modern algebrába *(Introduction to modern algebra)* *Dr. Horváth Gábor*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				***3+2***	koll gyj
Analízis ismeretkör – felelőse: Dr. Gát György **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 60-40%** (kredit%)						
1.Bev. a modern analízisbe *(Introduction to modern analysis)* *Dr. Gát György*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				***3+2***	koll gyj
Geometria ismeretkör – felelőse: Dr. Kozma László **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 60-40%** (kredit%)						
1.Fejezetek a geometriából *(Selected topics in geometry)* *Dr. Kozma László*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				***3+2***	koll gyj
Alkalmazott matematika ismeretkör – felelőse: Dr. Fazekas István **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 60-40%** (kredit%)						
1.Valószínűségelmélet *(Probability theory)* *Dr. Fazekas István*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				***3+2***	koll gyj
Szakmai törzsanyag ismeretkörei						
Algebra és számelmélet ismeretkör – felelőse: Dr. Pongrácz András **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 60-40%** (kredit%)						

1.Algebrai számelmélet *(Algebraic number theory)* *Dr. Bérczes Attila*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				**3+2**	koll gyj
2. Modern algebra *(Modern algebra)* *Dr. Pongrácz András*		*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.			**3+2**	koll gyj
Analízis ismeretkör – felelőse: Dr. Páles Zsolt **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **60-40%** (kredit%)						
1.Funkcionálanalízis *(Functional analysis)* *Dr. Páles Zsolt*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				**3+2**	koll gyj
2.Parciális diff.egyenletek *(Partial differential equations)* *Dr. Fazekas Borbála*		*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.			**3+2**	koll gyj
Geometria ismeretkör – felelőse: Dr. Tran Quoc Binh **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **60-40%** (kredit%)						
1.Modern differenciálgeometria *(Modern Differential Geometry)* *Dr. Tran Quoc Binh*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				**3+2**	koll gyj
2.Véges geometriák és kódelmélet *(Finite Geometries and Coding Theory)* *Dr. Szilasi Zoltán*		*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.			**3+2**	koll gyj
Gráfelmélet ismeretkör – felelőse: Dr. Nyul Gábor **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **60-40%** (kredit%)						
1.Gráfelmélet és alkalmazásai *(Graph Theory and Applications)* *Dr. Nyul Gábor*	*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.				**3+2**	koll gyj
Sztochasztikus folyamatok ismeretkör – felelőse: Dr. Barczy Mátyás **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **60-40%** (kredit%)						
1.Sztochasztikus folyamatok *(Stochastic processes)* *Dr. Barczy Mátyás*		*28ea/3kr.* 28gy/*2kr*.			**3+2**	koll gyj
a törzsanyagban összesen	**112 ea** **112 gy** **20 kr**	**112 ea** **112 gy** **20 kr**			**40 kr**	10 **koll.** **10 gyj.**
diplomamunka			30 konz/10*kr.*	30 konz./*10kr*	össz. **20** kr	beszámoló záróvizsga
A szakon eddig összesen (alapozó tárgyak nélkül)	**112 ea** **112 gy** **20 kr**	**112 ea** **112 gy** **20 kr**	**30 konz** **10 kr**	**30 konz** **10 kr**	**60kr**	**10 koll.** **10 gyj.**

Speciális modulok *(az adott szak KKK-ja szerint, többnyire legalább az összkreditek 5%-a)*

a választás biztosítása, a felvétel lehetőségei, gyakorlata a szakon:
A felsorolt tantárgyakból az alapozó ismeretek alóli felmentésektől függően 34−54 kreditet kell teljesíteni úgy, hogy legalább három modulból teljesítendő legalább 10−10 kredit. A többi modulból teljesíthető kevesebb kredit.

Algebra modul

Algebra alkalmazásai ismeretkör – felelőse: Dr. Bérczes Attila
elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: **60-40%** (kredit%)

Véges testek és alkalm. *(Finite fields and their applications)* *Dr. Bérczes Attila*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Fejezetek az algebrából ismeretkör – felelőse: Dr. Pink István **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **55-45%** (kredit%)						
Fejezetek az algebrából *(Topics in algebra)* *Dr. Pongrácz András*					**2** kr	*gyj*
Algebrai kódelmélet *(Algebraic coding theory)* *Dr. Pink István*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Kommutatív algebra *(Commutative algebra)* *Dr. Horváth Gábor*					**4** kr	*koll*
Modell- és reprezentációelmélet ismeretkör – felelőse: Dr. Pongrácz András **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **75-25%** (kredit%)						
Véges csoportok és reprez. *(Finite groups and their representations)* *Dr. Pongrácz András*					**4** kr	*koll*
Modellelmélet *(Model theory)* *Dr. Pongrácz András*					**4** kr	*koll*
Számelmélet modul						
Algebrai geometria és alkalmazásai ismeretkör – felelőse: Dr. Pink István **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **75-25%** (kredit%)						
Algebrai geometria *(Algebraic geometry)* *Dr. Tengely Szabolcs*					**4** kr	*koll*
Elliptikus görbék *(Elliptic curves)* *Dr. Tengely Szabolcs*					**3** kr	*koll*
Effektív módsz. diof. egy. *(Effective methods in the theory of Diophantine equations)* *Dr. Pink István*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Diofantikus egyenletek ismeretkör – felelőse: Dr. Gaál István **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **82-18%** (kredit%)						
Algor. diofantikus egy. mo. *(Algorithms for the resolution of diophantine equations)* *Dr. Gaál István*					**4** kr	*koll*

Diofantikus egyenletek *(Diophantine equations)* *Dr. Pintér Ákos*					**4** kr	*koll*
Prímszámelmélet *(Prime Number Theory)* *Dr. Hajdu Lajos*					**3** kr	*koll*
Diszkrét matematika modul						
Kombinatorika alkalmazásai ismeretkör – felelőse: Dr. Nyul Gábor **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **60-40%** (kredit%)						
Kombinatorika és alkalm. *(Combinatorics and Applications)* *Dr. Nyul Gábor*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Diszkrét optimalizálás *(Discrete Optimization)* *Dr. Nyul Gábor*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Algebra alkalmazásai ismeretkör – felelőse: Dr. Bérczes Attila **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **60-40%** (kredit%)						
Matematikai algoritmusok *(Algorithms in mathematics)* *Dr. Bérczes Attila*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Analízis modul						
Függvényegyenletek és egyenlőtlenségek ismeretkör – felelőse: Dr. Boros Zoltán **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **100-0%** (kredit%)						
Függvényegyenletek *(Functional equations)* *Dr. Mészáros Fruzsina*					**3** kr	*koll*
Függvényegyenlőtlenségek *(Functional Inequalities)* *Dr. Boros Zoltán*					**3** kr	*koll*
Modern funkcionálanalízis ismeretkör – felelőse: Dr. Fazekas Borbála **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **100-0%** (kredit%)						
Disztribúciók és integráltr. *(Distributions and integral transforms)* *Dr. Fazekas Borbála*					**3** kr	*koll*
Ortogonális polinomok *(Orthogonal Polynomials)* *Dr. Boros Zoltán*					**3** kr	*koll*
Banach-algebrák *(Banach algebras)* *Dr. Nagy Gergő*					**3** kr	*koll*

Absztrakt harmonikus anal. *(Abstract harmonic analysis)* *Dr. Gát György*					**3** kr	*koll*
Differencia- és differenciálegyenletek ismeretkör – felelőse: Dr. Novák-Gselmann Eszter **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 75-25%** (kredit%)						
Köz. diff.egyenletek alk. *(Applications of ordinary differential equations)* *Dr. Novák-Gselmann Eszter*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Differenciaszámítás *(Calculus of finite differences)* *Dr. Novák-Gselmann Eszter*					**3** kr	*koll*
Nemlineáris funkcionálanalízis ismeretkör – felelőse: Dr. Bessenyei Mihály **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 100-0%** (kredit%)						
Topologikus fixponttételek *(Topological fixed point theory)* *Dr. Bessenyei Mihály*					**3** kr	*koll*
Iteratív fixponttételek *(Iterative fixed point theory)* *Dr. Bessenyei Mihály*					**3** kr	*koll*
Nemsima analízis *(Nonsmooth analysis)* *Dr. Páles Zsolt*					**3** kr	*koll*
Fejezetek a funkcionálanal. *(Selected topics in functional analysis)* *Dr. Novák-Gselmann Eszter*					**3** kr	*koll*
Fourier-sorok ismeretkör – felelőse: Dr. Gát György **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 82-18%** (kredit%)						
Approximációelmélet *(Approximation theory)* *Dr. Gát György*					**4** kr	*koll*
Fourier-sorok *(Fourier series)* *Dr. Gát György*					**4** kr	*koll*
Többvált. Fourier-sorok *(Multidimensional Fourier series)* *Dr. Gát György*					**3** kr	*koll*
Geometria modul						
Riemann-Finsler geometria ismeretkör – felelőse: Dr. Tran Quoc Binh **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 82-18%** (kredit%)						

Felületelmélet *(Theory of Surfaces)* *Dr. Tran Quoc Binh*					**4** kr	*koll*
Riemann-geometria *(Riemannian Geometry)* *Dr. Tran Quoc Binh*					**4** kr	*koll*
Bev. a Finsler-geometriába *(Introduction to Finsler Geometry)* *Dr. Lovas Rezső*					**3** kr	*koll*
Analízis és geometria ismeretkör – felelőse: Dr. Lovas Rezső **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **100-0%** (kredit%)						
Variációszámítás *(Calculus of Variations)* *Dr. Lovas Rezső*					**3** kr	*koll*
Vektoranal. sokaságokon *(Vector analysis on manifolds)* *Dr. Vincze Csaba*					**3** kr	*koll*
Differenciálrsz. geom. elm. *(Geometric theory of differential systems)* *Dr. Muzsnay Zoltán*					**3** kr	*koll*
Alkalmazott geometria ismeretkör – felelőse: Dr. Vincze Csaba **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **82-18%** (kredit%)						
Robotmodell. és kontrollel. *(Robotmodeling and control theory)* *Dr. Figula Ágota*					**3** kr	*koll*
Diff.geom. számítóg. tám. *(Computer-aided differential geometry)* *Dr. Nagy Ábris*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Konvex geometria alkalm. *(Applications of convex geometry)* *Dr. Vincze Csaba*					**3** kr	*koll*
Topológia és geometria ismeretkör – felelőse: Dr. Kozma László **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **100-0%** (kredit%)						
Algebrai topológia *(Algebraic Topology)* *Dr. Kozma László*					**3** kr	*koll*
Differenciáltopológia *(Differential Topology)* *Dr. Kozma László*					**3** kr	*koll*

Algebra és geometria ismeretkör – felelőse: Dr. Figula Ágota **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 82-18%** (kredit%)						
Geometriai szerkeszt. elm. *(Geometric Constructions)* *Dr. Szilasi Zoltán*					**3** kr	*koll*
Geometriai transzf.csop *(Geometric Transformation Groups).* *Dr. Figula Ágota*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Lie-csoportok és Lie-alg. *(Lie groups and Lie algebras)* *Dr. Figula Ágota*					**3** kr	*koll*
Operációkutatás modul						
Játékelmélet ismeretkör – felelőse: Dr. Boros Zoltán **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 60-40%** (kredit%)						
Játékelmélet *(Game theory)* *Dr. Boros Zoltán*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Konvex optimalizálás *(Convex optimization)* *Dr. Bessenyei Mihály*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Irányításelmélet ismeretkör – felelőse: Dr. Páles Zsolt **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 100-0%** (kredit%)						
Extrémum problémák *(Extremum problems)* *Dr. Páles Zsolt*					**3** kr	*koll*
Optimális folyamatok *(Optimal processes)* *Dr. Páles Zsolt*					**3** kr	*koll*
Sztochasztika modul						
Alkalmazott matematika ismeretkör – felelőse: Dr. Baran Sándor **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 75-25%** (kredit%)						
Többváltozós statisztika *(Multivariate Analysis)* *Dr. Baran Sándor*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Biztosítási matematika *(Insurance mathematics)* *Dr. Barczy Mátyás*					**3** kr	*koll*
Idősorok elemzése *(Time series analysis)* *Dr. Barczy Mátyás*					**4** kr	*koll*
Pénzügyi matematika ismeretkör – felelőse: Dr. Gáll József **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”: 60-40%** (kredit%)						

Opcióértékelés *(Option pricing)* *Dr. Gáll József*					**3+2** kr	*koll, gyj*
Formális nyelvek és információelmélet ismeretkör – felelőse: Dr. Pintér Ákos **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **75-25%** (kredit%)						
Információelmélet *(Information theory)* *Dr. Pintér Ákos*					**4** kr	*koll*
Statisztikus tanuló algoritmusok ismeretkör – felelőse: Dr. Fazekas István **elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere”**: **75-25%** (kredit%)						
Statiszt. tanuló algoritm. *(Statistical learning)* *Dr. Fazekas István*					**4** kr	*koll*
Szabadon választható tárgyak						
egyetemen meghirdetett kurzusokból választandó					***6 kr***	koll gyj
a szakon összesen	**1260 ea** **280 gy**				**120 kr**	30 **koll,** **10 gyj.**

I.2. Ismeretkörök/tantárgyi programok, tantárgyleírások

(a tantervi táblázatban szereplő minden tanegységről)

A tantárgy neve:		magyarul:		**Bevezetés a modern algebrába**					Kódja:		**TTMME0101**
		angolul:		**Introduction to modern algebra**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:		-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit		Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**		**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató		neve:			**Dr. Horváth Gábor**				beosztása:		**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a modern algebra alapvető fogalmait, legfontosabb tételeit és ezek bizonyításait. Valamint, hogy az új ismeretek mellett a hallgatók által korábban tanult tételeket még általánosabb formában elsajátítsák, így nagyobb rálátást kapva a témakörre.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri Sylow tételeit, valamint a szemidirekt szorzat, a p-csoport, a feloldható csoport és a szabad csoport fogalmát, összefüggéseiben ismeri az ezek közötti kapcsolatokat. Jártas a bővítésekkel kapcsolatos eredményekben és tisztában van azok alkalmazhatóságával.

Képesség:

Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az algebra absztrakt fogalmait elméleti és alkalmazott problémák megoldása során. Képes az elsajátított matematikai módszerek alkalmazására, többek között a geometriai szerkeszthetőség és az egyenletek gyökjelekkel való megoldhatósága kapcsán.

Attitűd:

Törekszik a modern algebra fogalmai közötti mélyebb összefüggések meglátására és feltárására, törekszik az újabb eredmények megismerésére, és azok széles körben történő alkalmazására. Nyitott és fogékony az elsajátított tudásanyag vezető kutatási területein való alkalmazására, új eredmények elérésére.

Autonómia és felelősség:

Felelősen és reálisan ítéli meg az algebra területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát, korlátait. Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes problémák során alkalmazható módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Sylow tételei. Szemidirekt szorzat. A p-csoportok maximális részcsoportjai p-indexű normálosztók. Karakterisztikus részcsoportok, kommutátor. Feloldható csoportok és alaptulajdonságaik. Az alternáló csoportok egyszerűségéről szóló tétel. Szabad csoportok és definiáló relációk. Dyck-tétel. Számelmélet gyűrűkben: maximumfeltétel és az alaptételes gyűrűk jellemzése. Hányadostest. Artin- és Noether-gyűrűk, Hilbert bázistétele. Algebrák, a minimálpolinom tárgyalása algebrák felett. Frobenius-tétel. A felbontási test egyértelműsége, algebrai lezárt létezése. Normális bővítések, tökéletes test felett minden véges bővítés egyszerű. A Galois-elmélet főtétele. Az algebra alaptétele. Geometriai szerkeszthetőség. Egyenlet gyökjelekkel való megoldhatósága, a Casus Irreducibilis elkerülhetetlensége harmadfokú egyenletre.

Sylow's theorems. Semidirect product. Maximal subgroups of p-groups are normal of index p. Characteristic subgroup, commutator. Solvable groups and their basic properties. Alternating group is simple if acting on at least 5 points. Free groups, generators, relations, Dyck's theorem. Necessary and sufficient condition for a ring to be a unique factorization domain, ascending and descending chain conditions. Field of fractions. Artinian and Noetherian rings, Hilbert's basis theorem. Algebras, minimal polynomial over algebras, Frobenius's theorem. Splitting field, existence, uniquencess, algebraic closure existence, uniqueness. Normal extensions, extensions of perfect fields are simple.

Galois theory. Fundamental theorem of algebra. Compass and ruler constructions. Theorem of Abel and Ruffini, Casus Irreducibilis is unavoidable for degree three polynomials.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Bálintné Szendrei Mária - Czédli Gábor - Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok. 2005, Polygon.

Kiss Emil, Bevezetés az algebrába, Elméleti matematika sorozat. Budapest, 2007, Typotex.

Heti bontott tematika

• hét	Sylow tételei. Szemidirekt szorzat. TE: A hallgató elsajátítja Sylow tételeit ésa szemidirekt szorzat fogalmát.
• hét	A p-csoportok maximális részcsoportjai p-indexű normálosztók. Karakterisztikus részcsoportok, kommutátor. A véges Abel-csoportok alaptétele. TE: A hallgató megismerkedik a p-csoportokkal, a kommutátor és a karakterisztikus részcsoport fogalmával.
• hét	Az izomorfizmustételek és bizonyításuk. Feloldható csoportok és alaptulajdonságaik. Az alternáló csoportok egyszerűségéről szóló tétel. TE: A hallgató megismerkedik a feloldható csoportok fogalmával.
• hét	Szabad csoportok és definiáló relációk. Dyck-tétel. TE: A hallgató megismerkedik a szabad csoport fogalmával és tulajdonságaival.
• hét	Számelmélet gyűrűkben: maximumfeltétel és az alaptételes gyűrűk jellemzése. TE: A hallgató megérti a számelmélet alaptételét általánosan.
• hét	Hányadostest. Artin-és Noether-gyűrűk, Hilbert bázistétele. TE: A hallgató elsajátítja a kommutatív algebra alapjait.
• hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgató teljesítménye felmérésre kerül.
• hét	Algebrák, a minimálpolinom tárgyalása algebrák felett. Frobenius-tétel. TE: A hallgató megismeri a minimálpolinom fogalmát általános helyzetben.
• hét	A felbontási test egyértelműsége, algebrai lezárt létezése. TE: A hallgató megismerkedik a felbontási test és az algebrai lezárt fogalmával.
• hét	Normális bővítések, tökéletes test felett minden véges bővítés egyszerű. TE: A hallgató megismerkedik a normális bővítésekkel.
• hét	A Galois-elmélet főtétele. TE: A hallgató megérti a testbővítések és a bővítés relatív automorfizmuscsoportja közti kapcsolatot.

• hét	Az algebra alaptétele. Geometriai szerkeszthetőség. TE: A hallgató elsajátítja a geometriai szerkeszthetőség szükséges és elegendő algebrai feltételét.
• hét	Egyenlet gyökjelekkel való megoldhatósága, a Casus Irreducibilis elkerülhetetlensége harmadfokú egyenletre. TE: A hallgató megérti egy polinom gyökjelekkel való megoldhatóságának kapcsolatát a polinom felbontási teste Galois csoportjának feloldható voltával.
• hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgató teljesítménye felmérésre kerül.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Algebrai számelmélet**	Kódja:	**TTMME0102**
	angolul:	**Algebraic number theory**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:	**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**			
Kötelező előtanulmány neve:	-		Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Bérczes Attila**				beosztása:		**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek az algebrai számelmélet alapjaival, algebrai számtestek egészgyűrűivel, azok egységcsoportjával, valamint a prímideál-faktorizációval.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri az algebrai számelmélet legfontosabb összefüggéseit, elméleti és gyakorlati eredményeit. Ismeri az algebrai számelmélet területei közötti alapvető kapcsolatokat, továbbá tisztában van azok hasznosíthatóságaival. Tisztában van az algebrai számelmélet absztrakt fogalmaival, az alkalmazott problémák elméletében általánosságban felismeri.

Képesség:

Képes az algebrai számelmélet területén megszerzett ismereteit elméleti és alkalmazott problémák megoldása során hasznosítani. Képes az algebrai számelmélet új összefüggéseinek átlátására, feltárására.

Attitűd:

Törekszik az algebrai számelméleti ismereteit minél szélesebb körben alkalmazni.Igénye van az algebrai számelmélethez kapcsolódó matematikai ismereteinek gyarapítására, azokhoz szorosan kapcsolódó kompetenciák fejlesztésére.

Autonómia és felelősség:

Az algebrai számelmélet területeihez tartozó elméleti, illetve gyakorlati kutatási feladatait megfelelő iránymutatás mellett önállóan oldja meg. Tisztában van az algebrai számelmélet területéhez tartozó tudományos eredmények értékével, azok alkalmazhatóságával, korlátaival.

A kurzus tartalma, témakörei

Algebrai számok, algebrai egészek. Algebrai számtestek egészeinek gyűrűje. Modulusok, rendek algebrai számtestekben. A Dirichlet-féle egységtétel. Ideálok, alaptételes gyűrűk. Törtideálok. Prímideál-faktorizáció és következményei algebrai számtestek gyűrűjében. Ideál normája, ideál-osztálycsoport, ideál-osztályszám.

Algebraic numbers, algebraic integers. Integers of algebraic number fields. Modules, orders in algebraic number fields. Dirichlet's unit theorem. Ideals, unique factorization domains. Ideal quotient. Prime ideal factorization and its consequences in rings of algebraic number fields. Norm of ideal, ideal class group, ideal class number.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

Bérczes Attila, Algebrai számelmélet, kiadott órai jegyzet.

Ajánlott szakirodalom:

Borevich-Shafarevich: Algebraic Number Theory, Academic Press, 1966.

Heti bontott tematika	
1. hét	Algebrai és transzcendens számok és számosságuk. Algebrai konjugált, algebrai szám normája és nyoma. Algebrai számok és műveletek kapcsolata. TE: A hallgató megérti az algebrai és transzcendens számok közti különbséget és képessé válik algebrai számok normájának és nyomának kiszámítására.
2. hét	Testbővítések fogalma, egy test felett algebrai elem fogalma, egyszerű algebrai bővítések. TE: A hallgató megérti a testbővítésekkel kapcsolatos alapvető kérdéseket.
3. hét	Algebrai számtestek, algebrai számtest beágyazásai a komplex számok testébe. Relatív konjugáltak fogalma, egy elem adott algebrai számtestre vonatkozó normája és nyoma. TE: A hallgató megismeri az algebrai számtestekkel kapcsolatos alapfogalmakat.
4. hét	Algebrai szám adott számtestre vonatkozó karakterisztikus polinomja. Algebrai számtest szignatúrája. Algebrai számtest bázisának diszkriminánsa, duális bázis. TE: A hallgató képessé válik kiszámítani egy számtest elemeinek karakterisztikus polinomját, illetve egy bázis diszkriminánsát.
5. hét	Algebrai egész fogalma, számtest algebrai egészeinek gyűrűje. Modulusok algebrai számtestekben. Végesen generált torziómentes Abel-csoport bázisának létezése. Modulusok bázisa. TE: A hallgató megérti az algebrai egészekkel és modulusokkal kapcsolatos alpfogalmakat.
6. hét	Modulusok együtthatógyűrűje. Rend fogalma algebrai számtestekben. Algebrai számtest rendjének egységei, modulusok és rendek asszociált elemei. Teljes modulus diszkriminánsa. TE: A hallgató megismeri modulusok együtthatógyűrűinek és algebrai számtestek rendjeinek fogalmát és alapvető tulajodonságaikat. A hallgató megérti az egység és az asszociált elem fogalmát.
7. hét	Rács fogalma $\mathbf{R}^n$ -ben. Korlátos és diszkrét halmazok $\mathbf{R}^n$ -ben. Rácsok alapvető tulajdonságai. Rácsdetermináns fogalma. Minkowski lemmája konvex testekre vonatkozóan. TE:A hallgató megismeri és megérti a rácsokkal kapcsolatos alapfogalmakat.
8. hét	Algebrai számok geometriai reprezentációja. Algebrai számtest bázisának illetve modulusának a geometriai reprezentáció általi képe. TE: A hallgató megismeri algebrai számok geometriai reprezentációját és annak alaptulajdonságait.
9. hét	A logaritmikus tér. Algebrai szám képe a logaritmikus térben. Egységek geometriai reprezentációja. Algebrai számtest rendjének az egységcsoportjának a képe a logaritmikus térben. A Dirichlet-féle egységtétel. regulátor fogalma. TE: A hallgató megismeri és megérti az egységek reprezentációját a logaritmikus térben és képes lesz bebizonyítani a Dirichlet-féle egységtételt.
10. hét	Ideál fogalma egy integritási tartományban, ideálok alapvető tulajdonságai. Oszthatóság és főideálok kapcsolata. Ideálok összege és szorzata. Alaptételes gyűrűk. Prímideálok és maximális ideálok. TE: A hallgató képes lesz ideálokkal kapcsolatos állítások bizonyítására, illetve egy gyűrű alaptételes voltának vizsgálatára.
11. hét	Prímideálok és maximális ideálok algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében. Törtideálok és alapvető tulajdonságaik. Prímideálok inverze algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében. TE: A hallgató megismeri a törtideálok fogalmát és képes lesz prímideálok inverzét kiszámíta-

	ni.
12. hét	Egyértelmű prímideál-faktorizáció algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében. Az egyértelmű prímideál-faktorizáció következményei. TE: A hallgató megérti az egyértelmű prímideál-faktorizáció következményeit algebrai számtestek egészeinek gyűrűiben.
13. hét	Ideálok oszthatósága algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében. Alaptulajdonságok, kínai maradéktétel, ideál főideál többszöröse. TE: A hallgató képes lesz ideálok oszthatóságát vizsgálni algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében.
14. hét	Alaptételes gyűrűk jellemzése algebrai számtestek egészeinek gyűrűi esetén. Ideál normája, prímek felbontása prímideálok szorzatára. Ideál-osztály csoport, ideál-osztály szám. TE: A hallgató képes lesz ideálok normájának kiszámítására és prímszámok prímideálokra való felbontására algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td colspan="2">magyarul:</td><td colspan="4">Modern algebra</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td colspan="2" rowspan="2">TTMME0103</td></tr>
<tr><td colspan="2">angolul:</td><td colspan="4">Modern algebra</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="3">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="4">-</td><td>Kódja:</td><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="3">Dr. Pongrácz András</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjen a permutációcsoportokkal, azok segítségével a tranzitív és többszörösen tranzitív csoportok szerkezetével. A félév során a hallgató megismeri a moduluselmélet és a reprezentációelmélet alapjait. Ezek segítségével elmélyül a hallgató feloldható csoportokról alkotott szemlélete.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a modern algebra elméleti eredményeit. Alkotó módon ismeri a modern algebra eredményeinek bizonyítását, alapelveit és módszereit. Jártas a modern algebra absztrakt fogalmainak megalkotásában, értelmezésében.

Képesség:

Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt fogalmakat elméleti és alkalmazott problémák megoldása során. Képes a modern algebra problémáit és eredményeit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni és bemutatni.

Attitűd:

Törekszik a modern algebra újabb eredményeinek megismerésére, azok széles körben történő alkalmazására. Törekszik arra, hogy modern algebrai ismeretei segítségével megkülönböztesse szakterületének tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, kritikusan és reálisan ítéli meg a modern algebra területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait. Tisztában van a matematikai gondolkodás és precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Permutációcsoportok, csoporthatás, imprimitivitási tartományok, primitív csoportok, többszörös tranzitivitás. Talapzat. Burnside tétele Abel-féle normálosztóval rendelkező primitív csoportokról. A_n egyszerű. Frobenius csoportok, koszorúszorzat, alkalmazások. O'Nan-Scott tétel és következményei, S_n maximális részcsoportjai.

Modulusok, főideálgyűrűk feletti végesen generált modulusok alaptétele, alkalmazások. Artin-, Noether-gyűrűk, mátrixgyűrűk balideáljai, ideáljai. Jacobson-radikál, Nakayama-lemma, algebrai egészek gyűrűt alkotnak. Féligegyszerű gyűrűk. Wedderburn-Artin tétel, Jacobson-féle sűrűségi tétel. Csoportalgebrák, Maschke-tétel, reprezentációk, karakterek. Ortogonalitási relációk, Burnside kétprímes tétele.

Permutation groups, group action, domain of imprimitivity, primitve groups, multiple transitivity. Socle. Burnside's theorem on primitive groups with an Abelian normal subgroup. A_n is simple. Frobenius groups, wreath product, applications. O'Nan-Scott's theorem and its applications, maximal subgroups of S_n. Modules, structure theorem for finitely generated modules over principal ideal rings, applications. Artinian and Noetherian rings, left ideals and ideals of matrix rings. Jacobson radical, Nakayama's lemma, algebraic integers form a ring. Semisimple rings. Wedderburn-Artin-theorem, Jacobson's density therorem. Group algebras, Maschke's theorem, representations, characters. Ortogonality relations, Burnside's theorem on groups with size divisible by two primes.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, Polygon, 2005.

Kiss Emil, Bevezetés az algebrába, Elméleti matematika sorozat, Typotex, Budapest, 2007.

Derek J. S. Robinson, A Course in the Theory of Groups, Springer, New York, 1982.

John D. Dixon, Brian Mortimer, Permutation Groups, Springer, New York, 1996.

Heti bontott tematika

1. hét	Permutációcsoportok, csoporthatás, imprimitivitási tartományok, példák. Primitív csoportok, azok normálosztói. TE: A hallgató megtanul primitív csoportokban számolni, és alkalmazni ezt a permutációcsoportok elméletében általában.
2. hét	Többszörös tranzitivitás, példák. Reguláris normálosztóval rendelkező csoportok jellemzése. TE: A hallgató megérti a tranzitív és többszörösen tranzitív csoportok szerkezetét a permutációreprezentációjuk vizsgálatán keresztül.
3. hét	Primitív permutációcsoportok talapzatának jellemzése. Burnside tétele Abel-féle normálosztóval rendelkező primitív csoportokról. A_n egyszerű. TE: Előkészületek az O'Nan-Scott tételhez, illetve az affin csoport mélyebb megértéséhez.
4. hét	Frobenius-csoportok, koszorúszorzat. S_(p^n) és GL_n(Z_p) p-Sylow részcsoportjai. TE: A hallgató megérti a Frobenius-csoportok alaptulajdonságait. Az eddigi tudásukra építve megértik a prímhatványfokú szimmetrikus csoportok Sylowjait, továbbá megismerik a koszorúszorzat konstrukcióját.
5. hét	O'Nan-Scott tétel és következményei, S_n maximális részcsoportjai. TE: A primitív csoportok struktúratételének, és ezen keresztül a szimmetrikus csoport maximális részcsoportjainak megértése.
6. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgatók tudásszintjének felmérése.
7. hét	Modulusok, alapfogalmak, példák, izomorfizmustételek.

	TE: Az óra célja a modulusélmélet alapjainak megértése.
8. hét	Főideálgyűrűk feletti végesen generált modulusok alaptétele. Az alaptétel alkalmazásai. TE: A főideálgyűrűk feletti végesen generált modulusok struktúratételén keresztül a hallgató számára elmélyül a kapcsolat a vektorterek bázisa, a végesen generált Abel-csoportok alaptétele, és a Jordan-féle normálalakról szóló tétel között.
9. hét	Artin-, Noether-gyűrűk, alaptulajdonságok. Mátrixgyűrűk balideáljai, ideáljai. TE: Előkészületek a Wedderburn-Artin tétel bizonyításához, illetve az Artin- és Noether-gyűrűk elméletének alapjaival való ismerkedés.
10. hét	Jacobson radikál, Nakayama-lemma. Algebrai egészek gyűrűt alkotnak. Féligegyszerű gyűrűk. TE: A Nakayama-lemma és az algebrai egészek szerkezetének megértése, illetve további előkészületek a Wedderburn-Artin tétel bizonyításához.
11. hét	Wedderburn-Artin tétel, Jacobson-féle sűrűségi tétel. TE: A hallgató megérti a Wedderburn-Artin tétel bizonyítását, és a Jacobson-féle sűrűségi tétel jelentőségét.
12. hét	Csoportalgebrák, Maschke-tétel, reprezentációk, karakterek. TE: Az óra célja a reprezentációelmélet alapjaival való ismerkedés.
13. hét	Ortogonalitási relációk, Burnside kétprímes tétele. TE: A hallgató megérti az ortogonalitási relációkat, és ezek segítségével Burnside kétprímes tételének a bizonyítását. Ezzel elmélyül a hallgató feloldható csoportokról alkotott szemlélete.
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgatók tudásszintjének felmérése.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Gráfelmélet és alkalmazásai**					Kódja:	**TTMME0104**	
		angolul:		**Graph Theory and Applications**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató			neve:			**Dr. Nyul Gábor**			beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Megismerjék a gráfelmélettel kapcsolatos alapvető fogalmakat, az ezekre vonatkozó alapvető eredményeket és módszereket.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a gráfelmélet elméleti eredményeit, módszereit, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Alkotó módon ismeri a gráfelmélettel kapcsolatos eredmények bizonyításait. Ismeri a gráfok összefüggőségével, színezésével kapcsolatos eredményeket, jártas a függetlenség és lefogás témakörében. Ismeri a párosításelmélet és az extremális gráfelmélet legfontosabb eredményeit.

Képesség:

Képes a gráfelmélet területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon használja a megismert fogalmakat és tételeket elméleti és alkalmazott problémák megoldása során.

Attitűd:

Igénye van a gráfelmélethez kapcsolódó elméleti ismereteinek bővítésére. Törekszik a megismert eredmények közötti mélyebb kapcsolat összefüggések meglátására. Nyitott a megszerzett tudásának minél szélesebb körben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja be gráfelméleti ismereteit, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Tisztában van a tanult tudományos eredmények értékével, alkalmazhatóságával.

A kurzus tartalma, témakörei

Gráfok többszörös összefüggősége: Menger tételei, éldiszjunkt feszítőfák. Gráfok színezései: kromatikus szám, mohó csúcsszínezés, Brooks-tétel, Mycielski-konstrukció, perfekt gráfok, kromatikus polinom, kromatikus index, Vizing-tétel. Függetlenség és lefogás: Gallai tételei, Kőnig-tétel, Hall-tétel, teljes párosítások páros és tetszőleges gráfokban, javító utak módszere. Extremális gráfelmélet: Mantel-tétel, Turán-tétel. Barátságtétel, erősen reguláris gráfok. Síkbarajzolható gráfok, metszési szám. Irányított utak és körök irányított gráfokban, turnamentek.

Multiply connected graphs: Menger's theorems, edge-disjoint spanning trees. Graph colourings: chromatic number, greedy vertex colouring, Brooks' theorem, Mycielski construction, perfect graphs, chromatic polynomial, chromatic index, Vizing-theorem. Independence and covering: Gallai's theorems, Kőnig's theorem, Hall's theorem, perfect mathchings in bipartite and in arbitrary graphs, augmenting path method. Extremal graph theory: Mantel's theorem, Turán's theorem. Friendship theorem, strongly regular graphs. Planar graphs, crossing number. Directed paths and cycles in directed graphs, tournaments.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

–

Ajánlott szakirodalom:

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, 2003.
Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány alapjai, Typotex, 2006.
J. A. Bondy, U. S. R. Murty: Graph Theory, Springer, 2008.
Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok, Polygon, 2005.
Friedl Katalin, Recski András, Simonyi Gábor: Gráfelméleti feladatok, Typotex, 2006.

Heti bontott tematika

1. hét	Gráfelméleti alapfogalmak és alapvető tételek ismétlése. TE: A hallgató feleleveníti a korábban tanult gráfelméleti ismereteit.
2. hét	Gráfok többszörös összefüggősége, csúcs- és élösszefüggőségi szám. Menger tételei, Dirac-tétel. TE: A hallgató megismeri a többszörösen összefüggő gráfok témakörének tudnivalóit, valamint Menger tételének különböző változatait.
3. hét	Kétszeresen csúcs- és élösszefüggő gráfok. Éldiszjunkt feszítőfák. TE: A hallgató megismeri a kétszeresen összefüggő gráfok felépítését, valamint a többszörös összefüggőség és éldiszjunkt feszítőfák száma közötti összefüggéseket.
4. hét	Kromatikus szám, mohó csúcsszínezés, Brooks-tétel. Mycielski-konstrukció. TE: A hallgató megismeri a gráfok csúcsszínezési problémakörének haladottabb fejezeteit.
5. hét	Perfekt gráfok, példák és tételek. Kromatikus polinom és tulajdonságai. TE: A hallgató megismeri a perfekt gráfok elméletét, valamint a kromatikus polinomok témakörét.
6. hét	Kromatikus index, Vizing-tétel. Lista-kromatikus szám, lista-kromatikus index, teljes kromatikus szám. TE: A hallgató megismeri a gráfok élszínezési problémakörének haladottabb fejezeteit, továbbá a listaszínezések témakörét.
7. hét	Függetlenség és lefogás, Gallai tételei, Kőnig-tétel. TE: A hallgató megismeri a függetlenség és lefogás témakörét, és az ehhez fűződő négy gráfparaméter legfontosabb összefüggéseit.
8. hét	Hall-tétel, teljes párosítások páros gráfokban, páros gráfok kromatikus indexe. Tutte és Petersen tétele teljes párosításokról. TE: A hallgató megismeri a párosításelmélet témakörét, különös tekintettel a teljes párosítások létezésére páros és tetszőleges gráfokban.
9. hét	Javító utak módszere maximális elemszámú párosítások keresésére, magyar módszer. Domináló csúcshalmazok. TE: A hallgató megismeri a maximális elemszámú párosítás algoritmikus meghatározását, továbbá a dominálás témakörét.
10. hét	Extremális gráfelmélet, Mantel és Turán tétele. TE: A hallgató megismeri az extremális gráfelmélet néhány tipikus eredményét.
11. hét	Barátságtétel, erősen reguláris gráfok.

	TE: A hallgató megismeri a barátságtételt és annak általánosítása kapcsán az erősen reguláris gráfokat.
12. hét	Síkbarajzolható gráfok, metszési szám. Gráfelméleti problémák bonyolultsága. TE: A hallgató megismeri a síkbarjazolhatósághoz kapcsolódóan a gráfok metszési számát, továbbá a félév során megismert gráfelméleti problémák bonyolultsági kérdéseit.
13. hét	Irányított utak és körök irányított gráfokban. Gallai-Roy-tétel, Stanley-tétel. TE: A hallgató megismeri az irányított gráfok elméletének néhány eredményét, különös tekintettel a színezésekkel összefüggő tételekre.
14. hét	Turnamentek, Landau-tétel, irányított Hamilton-utak és Hamilton-körök turnamentekben. TE: A hallgató megismeri a turnamentek témakörét, azon belül adott fokszámokkal rendelkező turnamentek létezésére, valamint turnamentek Hamilton-bejárására.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Véges testek és alkalmazásaik**						Kódja:		**TTMME0105**	
		angolul:	**Finite fields and their applications**									
2017/2018/1												
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**									
Kötelező előtanulmány neve:			-						Kódja:		-	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor						
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0		**Kollokvium**	**3**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves						
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Bérczes Attila**				beosztása:		**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a véges testek alapvető tulajdonságait, konstrukcióját, bővítésit, képessé váljanak végestestekben egységgyökökkel és körosztási polinomokkal műveleteket végezni, elsajátítsák a különböző polinomfaktorizációs algoritmusokat és bevezetést nyerjenek a hibajavító kódok elméletébe.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a véges testek struktúráját és automorfizmusait. Jártas a véges testekben való számolások terén, és a véges test feletti polinomok, továbbá a hibajavító kódok elméletében. Összefüggéseiben ismer módszereket polinomok faktorizációjára.

Képesség:

Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a végestestek testek absztrakt fogalmait elméleti jellegű problémák megoldása során. Képes az elsajátított algoritmusok alkalmazására polinomok faktorizációja során.

Attitűd:

Törekszik a véges testek problémaköréhez tartozó ismeretek közötti mélyebb összefüggések meglátására és feltárására, továbbá az aktuális eredmények megismerésére. Nyitott a megszerzett tudásanyag széleskörben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Reálisan ítéli meg a véges testek területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát, korlátait. Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldásához szükséges módszerket.

A kurzus tartalma, témakörei

Véges testek struktúrája és automorfizmusai. Véges test feletti polinomok: körosztási és irreducibilis polinomok. Wedderburn tétele. Polinomok rendje, primitív polinomok. Polinomok felbontása véges testek felett. Berlekamp-algoritmus, Zassenhaus javítása. Véletlen algoritmusok polinom gyökeinek meghatározására véges testekben. A véges testek alkalmazásai a hibajavító kódok elméletében, a kombinatorikában és a kriptográfiában.

Structure and automorphisms of finite fields. Polynomials over finite fields: cyclotomic and irreducible polynomials. Wedderburn's theorem. Order of polynomials, primitive polynomials. Factorizations of polynomials over finite fields. Berlekamp's algorithm, Zassenhaus's extension. Random algorithms to find roots of a polynomial over finite fields. Applications of finite fields in the theory of error correcting codes, combinatorics, and cryptography.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

R. Lidl, H. Niederreiter: Introduction to finite fields and their applications, 1994, Cambridge University Press.

Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, 2007, Typotex.

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, Polygon, 2005.

Heti bontott tematika	
1. hét	Algebrai alapfogalmak, csoportok, gyűrűk, polinomok, test multiplikatív csoportjának véges részcsoportja ciklikus. Polinomgyűrűk. TE: A hallgató felidézi a csoportelmélet és polinomgyűrűk véges testekhez kapcsolódó legfontosabb releváns fogalmait.
2. hét	Véges nullosztómentes gyűrűk, karakterisztika, prímtest. Ideál, faktorgyűrű, euklideszi gyűrű. Főideálgyűrű faktora mikor test. TE: A hallgató felidézi a gyűrűelmélet véges testekhez kapcsolódó legfontosabb releváns fogalmait.
3. hét	Testbővítések, algebrai elem, minimálpolinom, tulajdonságai. TE: A hallgató felidézi a testelmélet véges testekhez kapcsolódó legfontosabb releváns fogalmait.
4. hét	Testbővítések konstrukciója faktorgyűrűként, felbontási test. Véges testek szerkezete: elemszám, multiplikatív csoport, konstrukció, résztestek. TE: A hallgató megismeri a véges testek szerkezetét, képessé válik véges testekben számolni.
5. hét	Véges testek bővítése, közbülső testek, F_q feletti n-edfokú irreducibilis polinom létezése és felbontási teste. Az x^(q^n)-x polinom felbontása F_q feletti irreducibilis polinomok szorzatára. Irreducibilis polinomok gyökei, F_q-t fixáló automorfizmusai F_(q^n)-nek. TE: A hallgató elmélyíti a képességét véges testekben való számolások terén.
6. hét	Egységgyökök, körosztási polinomok. TE: A hallgató képessé válik véges testekben egyéggyökökkel és körosztási polinomokkal műveleteket végezni.
7. hét	Wedderburn tétele. TE: A hallgató összekapcsolja a matematika négy különböző tudományterületét egy tételben.
8. hét	Polinomok rendje, x^n-1 és x^m-1 kitüntetett közös osztója. TE: A hallgató képessé válik polinomok rendjét kiszámolni.
9. hét	Primitív polinomok, ekvivalens jellemzéseik. TE: A hallgató képessé válik primitív polinomokkal számolni.
10. hét	Véges testek elemeinek reprezentációi, irreducibilis és primitív polinomok keresése. TE: A hallgató képessé válik véges testeket különböző módokon reprezentálni, primítív és irreducibilis polinomokat hatékonyan keresni.
11. hét	Polinomok többszörös irreducibilis tényezőinek a keresése. Polinomok faktorizációja, Berlekamp algoritmusa. TE: A hallgató képessé válik véges testek feletti polinomokat irreducibilis tényezőkre bontani.
12. hét	Zassenhaus javítása Berlekamp algoritmusának.

	TE: A hallgató elmélyíti képességét véges testek feletti polinomok irreducibilis tényezőkre bontása iránt.
13. hét	Polinom gyökeinek keresése prímtestben, valamint alacsony karakterisztikájú testben. Norma. TE: A hallgató képes lesz véges testek feletti polinomok gyökeinek hatékony meghatározására.
14. hét	Hibajavító kódok, Reed-Solomon kódok, BCH kódok. TE: A hallgató megimseri a hibajavító kódolás alapjait, képes lesz egyszerűbb hibajavító kódokat alkalmazni.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Matematikai algoritmusok</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0106</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Algorithms in mathematics</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">Gráfelmélet és alkalmazásai</td><td>Kódja:</td><td>TTMME0104</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="3">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2" colspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td>Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti 2</td><td>Heti 0</td><td>Heti 0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2" colspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td>Féléves</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="3">Dr. Bérczes Attila</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

a hallgatók az alkalmazott matematikában fontos szerepet játszó algoritmusokkal ismerkedjenek meg, és elsajátítsák az ezek hátterében meghúzódó gondolkodásmódot.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematikai algoritmusok területének módszereit, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Ismeri a matematikai algoritmusok különböző diszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb összefüggéseket. Alkotó módon ismeri a matematikai algoritmusok eredményeinek bizonyítását, alapelveit és módszereit.

Képesség:

Képes a matematikai algoritmusok területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására. Képes a gyakorlati életben megfigyelhető folyamatok matematikai algoritmusok segítségével történő absztrakt szintű megragadására. Képes a számítástechnika eszközeinek alkalmazásával a műszaki illetve gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére.

Attitűd:

Törekszik arra, hogy matematikai algoritmusok segítségével megkülönböztesse szakterületének tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat. Nyitott és fogékony a matematikai algoritmusok területén elsajátított módszerek új kutatási területeken való alkalmazására, új eredmények elérésére.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, kritikusan és reálisan ítéli meg a matematikai algoritmusok területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait. Tisztában van a matematikai gondolkodás és precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Gráfok ábrázolási módjai, szélességi és mélységi keresés, minimális feszítőfák keresése: Kruskal és Prim algoritmus. A Bellman-Ford algoritmus. A Dijkstra algoritmus. A legrövidebb utak szerkezete: a Floyd-Warshall algoritmus. Irányított gráfok tranzitív lezártja, Johnson ritka gráfokon hatékony algoritmusa. Polinomok megadása: a diszkrét Fourier-transzformált és a gyors Fourier-transzformáció algoritmusa. Számelméleti algoritmusok: Euklideszi algoritmus, műveletek maradékosztályokkal, kínai maradék tétel. Gyorshatványozás. Prímtesztelés és prímfaktorizáció. Valószínűségi prímtesztek, Agrawal–Kayal–Saxena prímteszt. Pollard féle rho-faktorizáció.

Representing graphs, breadth-first search and depth-first search, finding minimal spanning trees: Kruskal's, Prim's and Boruvka's algorithms. The Bellman-Ford-algorithm. Dijkstra's algorihtm. Structure of shortest paths: Floyd-Warshall-algorithm. Transitive closure of directed graphs, Johnson's algorithm on sparse graphs. Representing polynomials: discrete and fast Fourier-transformation. Number theoretical algorithms: Euclidean algorithm, operations with residue classes, Chinese remainder theorem. Computing powers. Prime tests, factorizing integers. Random prime tests, Agrawal–Kayal–Saxena prime test. Pollard's rho-algorithm.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein: ÚJ ALGORITMUSOK, Scolar Kiadó Budapest, 2003.

Ajánlott szakirodalom:

Gács P., Lovász L.: Algoritmusok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

Rónyai L., Ivanyos G., Szabó R.: Algoritmusok, Typotex, Budapest, 1998.

Herbert S. Wilf: Algorithms and Complexity, electronic edition, 1994.

Heti bontott tematika	
1. hét	Gráfok ábrázolási módjai (szomszédsági listás és szomszédsági mátrixos ábrázolás). Szélességi keresés, két csúcs legrövidebb út távolsága, szélességi fák. TE: A hallgató képes lesz gráfok számítógépes ábrázolására és megismeri a szélességi keresés algoritmusát.
2. hét	Mélységi keresés, előd részgráf, mélységi erdő, elérési és elhagyási időpont. A mélységi keresés tulajdonságai. Élek osztályozása. TE: A hallgató megismeri a mélységi keresés algoritmusát, és megérti annak működését.
3. hét	Gráfok topolgikus rendezése. Erősen összefüggő komponensek, komponens gráf. Erősen összefüggő komponensek tulajdonságai. TE:A hallgató megismeri és megérti a gráfok topologikus rendezésével kapcsolatos problémakört.
4. hét	Minimális feszítőfák keresése, minimális feszítőfa növelése. A Kruskal algoritmus. A Prim algoritmus. TE: A hallgató megismeri a minimális feszítőfa keresésére szolgáló legfontosabb algoritmusokat.
5. hét	Adott csúcsból kiinduló legrövidebb utak problémája. Legrövidebb út optimális részstruktúra. Legrövidebb utak ábrázolása (szülő részgráf). A legrövidebb utak és a fokozatos közelítés tulajdonságai. TE: A hallgató megismeri és megérti az adott csúcsból kiinduló legrövidebb utak megkeresésére szolgáló legfontosabb algoritmusok elméleti hátterét.
6. hét	A Bellman-Ford algoritmus. A Bellman-Ford algoritmus helyessége és futási ideje. A Dijkstra algoritmus. A Dijkstra algoritmus helyessége és futási ideje. TE: A hallgató megismeri és megérti a Bellman-Ford algoritmust és a Dijkstra algoritmust.
7. hét	Az első zárthelyi dolgozat megírása TE:
8. hét	Legrövidebb utak problémája minden csúcspárra. A legrövidebb utak szerkezete. A Floyd-Warshall algoritmus. TE: A hallgató megismeri és megérti a Floyd-Warshall algoritmust.
9. hét	Irányított gráfok tranzitív lezártja. Johnson ritka gráfokon hatékony algoritmusa. TE: A hallgató megismeri és megérti a Johnson algoritmust.
10. hét	Rendező hálózatok . Összehasonlító hálózatok. A nulla-egy elv. Biton sorozatokat rendez ő há-

	lózat. Összefésülő hálózat. TE: A hallgató megismerkedik a rendező hálózatok alapvető kérdéseivel.
11. hét	Polinomok megadása . A diszkrét Fourier-transzformált és a gyors Fourier-transzformáció algoritmusa. Az FFT egy hatékony megvalósítása. TE: A hallgató megismeri és megérti a gyors Fourier-transzformáció algoritmusát.
12. hét	Számelméleti algoritmusok. Euklideszi algoritmus, műveletek maradékosztályokkal, kínai maradék tétel. Gyorshatványozás. Prímtesztelés és prímfaktorizáció. TE: A hallgató megismeri és megérti a legalapvetőbb számelméleti algoritmusokat.
13. hét	Prímtesztelés és prímfaktorizáció. Valószínűségi prímtesztek, Agrawal–Kayal–Saxena prímteszt. Pollard féle rho-faktorizáció. TE: A hallgató megismeri a legfontosabb prímtesztelő és faktorizációs eljárásokat.
14. hét	Második zárthelyi dolgozat megírása. TE:

A tantárgy neve:		magyarul:	**Diszkrét optimalizálás**					Kódja:	**TTMME0107**	
		angolul:	**Discrete Optimization**							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:	–	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Nyul Gábor**			beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a diszkrét optimalizálás általános elméletének alapjait, és olyan klasszikus problémák megoldási módszereit, mint a hozzárendelési, halmazlefedési, kínai postás, utazóügynök, Steiner-fa, ládapakolási, illetve maximális folyam-minimális vágás problémák. További cél, hogy alapvető jártasságot szerezzenek a teljesen unimoduláris mátrixok és az egészértékű lineáris programozás területén, illetve betekintést nyerjenek a matroidok elméletének alapjaiba.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a diszkrét optimalizálási problémák általános megoldó és közelítő módszereit. Összefüggéseiben is ismeri azokat az algoritmusokat, amelyek a témakör klasszikus problémáinak megoldásához szükségesek. Jártas a diszkrét optimalizálási problémák egészértékű lineáris programozási feladatként való kezelésében.

Képesség:

Magabiztosan alkalmazza a diszkrét optimalizálási problémák általános megoldó és közelítő módszereit. A problémamegoldás során képes az elsajátított gráfelméleti algoritmusok alkalmazására.

Attitűd:

Törekszik arra, hogy további diszkrét optimalizálással kapcsolatos problémákat ismerjen meg a hozzájuk kapcsolódó legújabb megoldási módszerekkel együtt. Nyitott és fogékony a tárgy keretében szerzett ismereteinek új kutatási területeken történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Megszerzett tudásának birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazható módszereket. Tisztában van az algoritmikus gondolkodás fontosságával, továbbá reálisan ítéli meg a tárgy kapcsán megszerzett tudásának mértékét.

A kurzus tartalma, témakörei

Diszkrét optimalizálási problémák elméleti háttere. Teljesen unimoduláris mátrixok, egészértékű lineáris programozás, Hoffman-Kruskal-tétel. Hozzárendelési probléma, kvadratikus hozzárendelési probléma, halmazlefedési probléma, kínai postás probléma, utazó ügynök probléma, Steiner-fa probléma, ládapakolási probléma. Maximális folyam−minimális vágás probléma, Ford-Fulkerson-tétel, Edmonds-Karp-tétel. Mohó algoritmus leszálló halmazrendszerekre, matroidok.

Theoretical background of discrete optimization problems. Totally unimodular matrices, integer linear programming, Hoffman-Kruskal theorem. Assignment problem, quadratic assignment problem, set covering problem, Chinese postman problem, travelling salesman problem, Steiner-tree problem, bin packing problem. Max flow−min cut problem, Ford-Fulkerson theorem, Edmonds-Karp theorem. Greedy algorithm for downward closed family of sets, matroids.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

–

Ajánlott szakirodalom:

Imreh Balázs, Imreh Csanád: Kombinatorikus optimalizálás, Novadat, 2005.

Bernhard Korte, Jens Vygen: Combinatorial Optimization, Springer-Verlag, 2006.

Dieter Jungnickel: Graphs, Networks and Algorithms, Springer-Verlag, 2008.

Vijay V. Vazirani: Approximation Algorithms, Springer-Verlag, 2001.

Heti bontott tematika

1. hét	Diszkrét optimalizálási problémák alapjai, általános megoldó és közelítő módszerek (leszámlálási módszer, szétválasztás és korlátozás módszere, szuboptimális algoritmusok). TE: A hallgató megismeri a diszkrét optimalizálási problémák általános elméletének alapjait, bonyolultsági kérdéskörét.
2. hét	Teljesen unimoduláris mátrixok elemi tulajdonságai, ekvivalens definíciók, példák (irányított gráfok és páros gráfok illeszkedési mátrixa, intervallummátrixok), Heller-tétel. TE: A hallgató megismeri a teljesen unimoduláris mátrixok témakörét.
3. hét	Lineáris programozás, egészértékű lineáris programozás, Hoffman-Kruskal-tétel. Gráfelméleti problémák (független és lefogó csúcshalmazok, élhalmazok) vizsgálata egészértékű lineáris programozási feladatként. TE: A hallgató a lineáris programozás áttekintése után megismeri az egészértékű lineáris programozás témakörét, az egészértékű dualitás és teljesen unimoduláris mátrixok kapcsolatát, és ennek alkalmazását.
4. hét	Hozzárendelési probléma, magyar módszer. Kvadratikus hozzárendelési probléma. TE: A hallgató megismeri a hozzárendelési problémát és megoldási módszerét.
5. hét	Lefogó csúcshalmaz probléma súlyozatlan és súlyozott változata, közelítő megoldások. TE: A hallgató megismeri a lefogó csúcshalmaz problémán keresztül a közelítő megoldás keresés lehetőségeit.
6. hét	Halmazlefedési probléma, Chvátal közelítő módszere. TE: A hallgató megismeri a halmazlefedési problémát és közelítő megoldási módszerét.

7. hét	Kínai postás probléma és megoldása. TE: A hallgató megismeri a kínai postás problémát és megoldási módszerét.
8. hét	Utazó ügynök probléma metrikus és nem metrikus változata, közelítő módszerek a metrikus esetben, Christofides módszere. TE: A hallgató megismeri az utazó ügynök problémát és közelítő megoldási módszereit.
9. hét	Steiner-fa probléma és közelítő megoldása. TE: A hallgató megismeri a Steiner-fa problémát és közelítő megoldási módszerét.
10. hét	Ládapakolási probléma és közelítő megoldása az NF, FF, FFD módszerekkel. TE: A hallgató megismeri a ládapakolási problémát és közelítő megoldási módszereit.
11. hét	Hálózatok és folyamok, maximális folyam−minimális vágás probléma, Ford-Fulkerson-tétel. TE: A hallgató megismeri a hálózatok és folyamok témakörének fogalmait és tételeit.
12. hét	Ford-Fulkerson-módszer, egész kapacitású hálózatok, Edmonds-Karp-tétel. Hálózati folyamok és lineáris programozás. TE: A hallgató megismeri a hálózati folyamok problémáira szolgáló megoldási módszer működését, valamint a problémák lineáris programozással való kapcsolatát.
13. hét	Többtermelős, többfogyasztós hálózatok, hálózatok csúcskapacitással. Ford-Fulkerson-tétel elméleti következményei. TE: A hallgató megismeri a hálózati folyamok problémájának általánosításai, valamint elméleti következményeit.
14. hét	Mohó algoritmus leszálló halmazrendszerekre, matroidok, példák matroidokra. TE: A hallgató megismeri a mohó algoritmusok kapcsán a matroidokat.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Kombinatorika és alkalmazásai**				Kódja:	**TTMME0108**		
		angolul:		**Combinatorics and Applications**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:	–		
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Nyul Gábor**			beosztása:	**egyetemi adjunktus**		

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a formális hatványsorok elméletét, illetve az olyan alapvető jelentőséggel bíró leszámláló kombinatorikai fogalmakat, mint a Stirling-, Bell-, Lah-, Fubini-, Euler- és Catalan-számok. További cél, hogy jártasságot szerezzenek halmazrendszerekkel kapcsolatos extremális kérdésekben, továbbá a blokkrendszerek elméletében és alkalmazásában.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a formális hatványsorok elméletét, továbbá a generátorfüggvények módszerének alkalmazását például lineáris rekurzív sorozatok megoldására. Összefüggéseiben is ismeri a leszámláló kombinatorikában alapvető jelentőséggel bíró Stirling- és Bell-számokat, illetve ezek különböző variánsait. Jártas a halmazrendszerekkel kapcsolatos extremális kérdésekben, továbbá a blokkrendszerek elméletében és alkalmazásában.

Képesség:

Az elsajátított tudás birtokában képes műveletek elvégzésére formális hatványsorokkal, továbbá rekurzív sorozatok megoldására. Magabiztosan alkalmazza a leszámláló kombinatorika klasszikus módszereit, a matematika különböző ágaiból tanultakat extremális halmazrendszerekkel és blokkrendszerekkel kapcsolatos problémák megoldása során.

Attitűd:

Törekszik a leszámláló kombinatorika és halmazrendszerek problémaköréhez tartozó ismeretek közötti mélyebb összefüggések meglátására és feltárására, továbbá a legújabb eredmények megismerésére. Nyitott a megszerzett tudásanyag széleskörben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Reálisan ítéli meg a kombinatorika területén megszerzett tudásának mértékét, az elsajátított módszerek alkalmazhatóságát és korlátait. Tisztában van a kombinatorikus gondolkodásmód fontosságával. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes problémák során alkalmazható módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Formális hatványsorok, sorozatok generátorfüggvénye és exponenciális generátorfüggvénye. Permutációkkal és osztályozásokkal kapcsolatos leszámlálási problémák (Stirling-számok, Bell-számok és változataik, Euler-számok, szubfaktoriálisok). Catalan-számok. Halmazrendszerekkel kapcsolatos extremális kérdések, Sperner-rendszerek, metsző rendszerek. Blokkrendszerek, Steiner-rendszerek, szimmetrikus és feloldható blokkrendszerek. Véges projektív és véges affin síkok, ortogonális latin négyzetek, Hadamard-mátrixok.

Formal power series, generating functions and exponential generating functions of sequences. Enumeration problems connected to permutations and partitions (Stirling numbers, Bell numbers and variations, Eulerian numbers, subfactorials). Catalan numbers. Extremal set theory, Sperner systems, intersecting systems. Block designs, Steiner systems, symmetric and resolvable block designs. Finite projective and affine planes, orthogonal latin squares, Hadamard matrices.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

–

Ajánlott szakirodalom:

Hajnal Péter: Összeszámlálási problémák, Polygon, 1997.
Hajnal Péter: Halmazrendszerek, Polygon, 2002.
Ronald L. Graham, Donald E. Knuth, Oren Patashnik: Konkrét matematika, Műszaki Könyvkiadó, 1998.
Martin Aigner: A Course in Enumeration, Springer-Verlag, 2007.
Stasys Jukna: Extremal Combinatorics, Springer-Verlag, 2011.
Douglas R. Stinson: Combinatorial Designs, Springer-Verlag, 2004.

Heti bontott tematika

1. hét	Kombinatorikai alapfogalmak és alapvető tételek ismétlése. TE: A hallgató feleleveníti a korábban tanult kombinatorikai ismereteit.
2. hét	Formális hatványsorok, sorozatok generátorfüggvénye és exponenciális generátorfüggvénye. Lineáris rekurzív sorozatok főtétele. TE: A hallgató megismeri a formális hatványsorok elméletét, a generátorfüggvények módszerének alkalmazását lineáris rekurzív sorozatokra.
3. hét	Binomiális együtthatók, elsőfajú és másodfajú Stirling-számok fogalma és tulajdonságaik. TE: A hallgató megismeri a felsorolt leszámláló kombinatorikai számokat és tulajdonságaikat.
4. hét	Bell-számok, Fubini-számok, Lah-számok fogalma és tulajdonságaik. TE: A hallgató megismeri a felsorolt leszámláló kombinatorikai számokat és tulajdonságaikat.
5. hét	Euler-számok, Euler-féle cikkcakk számok fogalma és tulajdonságaik. TE: A hallgató megismeri a felsorolt leszámláló kombinatorikai számokat és tulajdonságaikat.
6. hét	Szubfaktoriálisok fogalma és tulajdonságai, fixpontok és inverziók számával kapcsolatos leszámlálási problémák. TE: A hallgató megismeri a felsorolt leszámláló kombinatorikai számokat és tulajdonságaikat.
7. hét	Catalan-számok fogalma és tulajdonságai, Catalan-számokra vezető problémák. TE: A hallgató megismeri a Catalan-számokat és néhány Catalan-számokra vezető problémát.
8. hét	Láncok, hatványhalmaz felbontása diszjunkt szimmetrikus láncok uniójára. Antiláncok, Sperner-rendszerek, Sperner-tétel, LYM-egyenlőtlenség. TE: A hallgató megismeri a láncok és antiláncok témakörét, a Sperner-rendszerekre vonatkozó extremális problémát.
9. hét	Metsző rendszerek, Erdős-Ko-Rado-tétel. Adott elemszámú metszettel rendelkező metsző rendszerek, Fisher-egyenlőtlenség. TE: A hallgató megismeri a metsző rendszerekre vonatkozó extremális problémákat.
10. hét	Blokkrendszerek fogalma, oszthatósági feltételek, Fisher-egyenlőtlenség. Steiner-rendszerek, Steiner-kvázicsoportok. TE: A hallgató megismeri a blokkrendszerek elméletét, azon belül a Steiner-rendszerek létezésének kérdéseit.
11. hét	Szimmetrikus blokkrendszerek, Bruck-Ryser-Chowla-tétel. Feloldható blokkrendszerek. TE: A hallgató megismeri a szimmetrikus és feloldható blokkrendszerek témakörét.
12. hét	Véges projektív és véges affin síkok mint blokkrendszerek, létezési kérdések.

	TE: A hallgató megismeri a véges projektív és véges affin síkok témakörét.
13. hét	Latin négyzetek, ortogonális latin négyzetek fogalma és létezése. Páronként ortogonális latin négyzetek és véges affin síkok. TE: A hallgató megismeri a latin négyzetek témakörét és kapcsolatát a blokkrendszerekkel.
14. hét	Hadamard-mátrixok fogalma, tulajdonságai és létezése, Hadamard-mátrixok és blokkrendszerek. TE: A hallgató megismeri az Hadamard-mátrixok témakörét és kapcsolatát a blokkrendszerekkel.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Algebrai kódelmélet**						Kódja:	**TTMME0111**	
	angolul:	**Algebraic coding theory**								
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:		Véges testek és alkalmazásaik						Kódja:	TTMME0105	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Pink István**				beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék az algebrai kódelmélet alapfogalmait, a legfontosabb lineáris, blokk, ciklikus és egyéb típusú kódokat, ezek tulajdonságait, valamint hogy jártasságot szerezzenek a kódolásban és dekódolásban.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a hibajavító kódolás alapjait, összefüggéseiben ismeri a legfontosabb lineáris és ciklikus kódokat. Jártas a kódolással és dekódolással kapcsolatos módszerekben, ismeri a kódok aszimptotikájával kapcsolatos fogalmakat. Ismeri a leghatékonyabb kódolások tulajdonságait, alkalmazhatóságait és korlátait.

Képesség:

Képes az algebrai kódolás területén megszerzett ismereteit elméleti és alkalmazott problémák megoldására alkalmazni. Magabiztosan használja a legfontosabb kódokat, például az Hadamard, BCH, Reed-Solomon kódolást. Képes különböző testek feletti kódok összehasonlítására.

Attitűd:

Törekszik az algebrai kódelmélet módszereinek megismerésére és elsajátítására. Törekszik a kódelmélet fogalmai közötti mélyebb összefüggések meglátására. Nyitott az elsajátított ismeretek alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen és reálisan ítéli meg a kódelmélet területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait. Magas szintű ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Hibajavító kódolás alapjai, lineáris kódok, blokk kódok, ciklikus kódok, példák: Hamming kód, Hadamard kód, Golay kód, BCH kód, Reed-Solomon kód. Kódolás és dekódolás, aszimptotikák. Becslések kód méretére. Entrópia, Shannon-kapacitás. Önduális kód, Reed-Muller kód, Goppa kód, tökéletes kódok. Konvolúciós kódok, kvadratikus maradék kódok. Gyakorlati alkalmazások, a CD kódolása és dekódolása.

Introduction to error correcting codes, linear codes, block codes, cyclic codes, examples: Hamming-code, Hadamard-code, Golay-code, BCH-code, Reed-Solomon-code. Coding and decoding, asymptotics. Bounds on the size of codes. Enthropy, Shannon-capacity. Self-dual codes, Reed-Muller-codes, Goppa-codes, perfect codes. Convolution codes, quadratic residue codes. Practical applications, coding and decoding of the CD.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Györfi L., Győri S., Vajda I., Információ- és kódelmélet, Typotex, 2010.
G. Birkhoff, T. C. Bartee, Modern algebra a számítógéptudományban, Műszaki, 1974.
J. H. van Lindt, Introduction to Coding Theory, Springer, GTM, 1982.
E. R. Berlekamp: Algebraic Coding Theory, Aegean Park Press, 1984.

Heti bontott tematika	
1. hét	Kódolás, dekódolás, blokk-kódok, Hamming-kód, korlátok. TE: A hallgató megismeri a hibajavító kódolás alapjait.
2. hét	Tökéletes kód. Hadamard mátrixok, Hadamard kód. TE: A hallgató képessé válik a Hadamard kód használatára.
3. hét	Lineáris kódok, bináris Golay-kód. TE: A hallgató képessé válik a Golay-kód használatára.
4. hét	Ciklikus kódok. TE: A hallgató képessé válik a ciklikus kódok használatára.
5. hét	BCH kód, minimális távolság, aszimptotika, dekódolás. TE: A hallgató képessé válik a BCH kódolás használatára.
6. hét	Reed-Solomon kód, minimálos távolság, dekódolás, aszimptotika. A CD kódolása, Peterson-Gorenstein-Zierler dekódoló algoritmusa. TE: A hallgató képessé válik a Reed-Solomon kódolás használatára.
7. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgató teljesítménye felmérésre kerül.
8. hét	Adott hossz és minimális távolság esetén becslések a kód méretére: Hamming, Singleton, Plotkin, Griesmer, Varsamov-Gilbert, Justesen, Elias, McElice tételei. TE: A hallgató képessé válik becsléseket adni kódok méretére.
9. hét	Entrópia, Shannon-kapacitás. Súlyszámláló polinom, MacWilliams tétele duális kód súly-számláló polinomjára. TE: A hallgató képessé válik entrópia és súlyszámláló polinomok kiszámolására.
10. hét	Önduális kódok, Gleason két tétele a súlyszámláló polinomról. Delsartz tétele F_(q^m) és F_q feletti kódok kapcsolatáról. TE: A hallgató képessé válik különböző testek feletti kódok összehasonlítására.
11. hét	Reed-Muller kódok, példák. Goppa kód, aszimptotika. TE: A hallgató képessé válik a Reed-Muller és Goppa kódok használatára.

12. hét	Tökéletes kódok, példák, Tietavainen tétele. TE: A hallgató elsajátítja a leghatékonyabb kódolások tulajdonságait.
13. hét	Konvolúciós kódok, kvadratikus maradék kódok. TE: A hallgató képessé válik konvolúciós kódok használatára.
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgató teljesítménye felmérésre kerül.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Kommutatív algebra**					Kódja:	**TTMME0113**
		angolul:		**Commutative algebra**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				Modern algebra					Kódja:	TTMME0103
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Horváth Gábor**			beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a kommutatív algebra és az algebrai geometria alapjait, elmélyítsék ezekkel kapcsolatos ismereteiket, és képesek legyenek a tanultakat a gyakorlatban is alkalmazni.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a kommutatív algebra és az algebrai geometria alapfogalmait, elméleti eredményeit. Alkotó módon ismeri a Noether és Artin gyűrűkkel kapcsolatos eredményeket. Jártas a kommutatív gyűrűk elméletében és tisztában van annak alkalmazhatóságával.

Képesség:

Képes az elsajátított matematikai módszerek alkalmazására: többek között ideálok primér felbontásának meghatározására, valamint többváltozós polinomok közös gyökhelyének meghatározására. Magabiztosan képes gyűrűk lokalizálására, valamint egyes gyűrűk esetén kommutativitás megállapítására.

Attitűd:

Törekszik a kommutatív algebra eredményeinek és módszereinek elsajátítására, valamint azok széles körben történő alkalmazására. Törekszik a tanult fogalmak és eredmények közötti mélyebb kapcsolatok feltárására. Nyitott az elsajátított gondolatmenetek kutatásban való hasznosítására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen és reálisan értékeli a kommutatív algebra és algebrai geometria területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát. Tudása birtokában maga választja meg az egyes elméleti és gyakorlati problémák során használható módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Kommutatív gyűrűk ideálelmélete, prím- és primér ideál, nilradikál. Lasker--Noether tétel, Krull metszet tétel. Hilbert-féle nullstellensatz, Gröbner bázisok. Lokális gyűrűk, lokalizáció, kommutatív, egységelemes Artin gyűrűk struktúratétele. Krull dimenzió, Artin gyűrűk karakterizálása a Noether gyűrűk között. Egységelemes Artin gyűrű Noether. Jacobson--Herstein tétel.

Ideals of commutative rings, prime ideals, primary ideals, nilradical. Lasker-Noether-theorem, Krull's intersection theorem. Hilbert's Nullstellensatz, Gröbner-bases. Local rings, localisation, structure theorem of unital commutative Artinian rings. Krull-dimension, characterization of Artinian rings among Noetherian rings. Unital Artinian ring is Noetherian. Jacobson-Herstein-theorem.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

M. F. Atiyah, I. G. MacDonald, Introduction to Commutative Algebra, Addison-Wesley, 1969.

Heti bontott tematika	
1. hét	Kommutatív gyűrűk ideálelmélete. Prímideál, primér ideál. Nilradikál prímideálok metszete. TE: A hallgató megismerkedik a kommutatív algebra alapjaival.
2. hét	Lasker-Noether tétel. Krull metszet tétel. TE: A hallgató képessé válik ideálok primér felbontását meghatározni.
3. hét	Példák, feladatok. TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.
4. hét	Bevezetés az algebrai geometriába. TE: A hallgató megismeri az algebrai geometria alapjait.
5. hét	Hilbert-féle nullstellensatz. TE: A hallgató képes lesz többváltozós polinomok közös gyökhelyének meghatározására algebrailag zárt test felett.
6. hét	Gröbner bázisok. TE: A hallgató képes lesz ideálok Gröbner bázisának meghatározására.
7. hét	Példák, feladatok. TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.
8. hét	Lokális gyűrűk, lokalizáció. Kommutatív, egységelemes Artin gyűrűk struktúratétele. TE: A hallgató képessé válik gyűrűk lokalizálására.
9. hét	Krull dimenzió. TE: A hallgató képessé válik kommutatív gyűrűk Krull dimenziójának meghatározására.
10. hét	Példák, feladatok. TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.
11. hét	Artin = Noether+”dim=0”. TE: A hallgató megérti az Artin és Noether gyűrűk közötti kapcsolatot.
12. hét	Egységelemes Artin gyűrű Noether. TE: A hallgató tovább mélyíti az Artin és Noether gyűrűk közötti kapcsolat megértését.
13. hét	Jacobson-Herstein tétel: ha minden x-re van n, hogy x^n=x, akkor a gyűrű kommutatív. Sőt, a feltételt elég csak kommutátorelemekre megkövetelni. TE: A hallgató képessé válik kommutativitás megállapítására olyan gyűrűk esetén, melyekről az ránézésre nem feltétlenül eldönthető.
14. hét	Példák, feladatok. TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td colspan="2">magyarul:</td><td colspan="4">Véges csoportok és reprezentációik</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0114</td></tr>
<tr><td colspan="2">angolul:</td><td colspan="4">Finite groups and their representations</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="6">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="3">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="4">Modern algebra</td><td>Kódja:</td><td>TTMME0103</td></tr>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">Típus</td><td colspan="4">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti 2</td><td>Heti 1</td><td colspan="2">Heti 0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td colspan="2">Féléves</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Pongrácz András</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megértse a feloldható csoportok szerkezetét, az egyszerű csoportokat, majd a véges egyszerű csoportokat. Megértse a Frobenius tételt és annak bizonyítását.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a véges csoportok területének módszereit, azok alkalmazhatóságot és korlátait. Jártas a véges csoportok és azok reprezentációinak absztrakt fogalmainak megalkotásában, értelmezésében. Alkotó módon ismeri a véges csoportok és reprezentációik eredményeinek bizonyítását, alapelveit és módszereit.

Képesség:

Képes a véges csoportok és reprezentációik problémáit és eredményeit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni és bemutatni. Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt fogalmakat, illetve objektumokat elméleti és alkalmazott problémák megoldása során.

Attitűd:

Nyitott és fogékony a véges csoportok és reprezentációik területén elsajátított gondolatmenetek, illetve módszerek új kutatási területeken való hasznosítására, új eredmények elérésére. Törekszik a modern véges csoportok újabb eredményeinek megismerésére, azok széles körben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, kritikusan és reálisan ítéli meg a véges csoportok és reprezentációik területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait. Tisztában van a matematikai gondolkodás és precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Transzfer, alkalmazások. Schur tétele (|G:Z(G)| véges, akkor |G'| véges). Normál komplementum tételek, Frobenius-tétel. Schur-Zassenhaus tétel, Hall tételei. Iwasawa-lemma, P $SL_n(T)$ $n \geq 2$ -re egyszerű, kivéve ha (n, |T |) ∈ {(2, 2), (2, 3)}. Példák: unitér csoportok, szimplektikus csoportok. Golay-kódok, Steiner-rendszerek, Mathieu-csoportok. Reprezentációelmélet, karaktertábla. Indukált reprezentációk, Frobenius-reciprocitás, Frobenius-tétel. Normálosztó indukált karakterei, Clifford tétele, Galaghar tétele. Általánosított karakterek, Brauer tétele, karaktertáblában sok a 0. Példák: S_n irreducibilis karakterei, Young-sémák. Involúció centralizátorok, Klein eset, diéder eset.

Transfer, applications. Schur's theorem. Normal complement theorems, Frobenius-theorem. Schur-Zassenhaus-theorem, Hall's theorems. Iwasawa-lemma. Examples: unitary groups, symplectic groups. Golay-codes, Steiner-systems, Mathieu-groups. Representation theory, character table. Induced representations, Frobenius-reciprocity, Frobenius-theorem. Induced characters of normal subgroups, Clifford's theorem, Galaghar's theorem. Generalized characters, Brauer's theorem, many 0s in the character table. Examples: irreducible characters of S_n, Young-schemes. Centralizers of involutions, Klein-case, dihedral case.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Derek J. S. Robinson, A Course in the Theory of Groups, Springer, New York, 1982.

I. Martin Isaacs, Character Theory of Finite Groups, Academic Press, New York, 1976.

Heti bontott tematika

1. hét	Transzfer, alkalmazások. Schur tétele ($\|G:Z(G)\|$ véges, akkor $\|G'\|$ véges). TE: A hallgató megtanulja alkalmazni a transzfert csoportelméleti tételek bizonyításában.
2. hét	Normál komplementum tételek, Frobenius-tétel. TE: A hallgató képes lesz normál komplementum tételeket igazolni, és megérti a Frobenius-csoportok szerkezetét.
3. hét	Schur-Zassenhaus tétel, Hall tételei. TE: A hallgató mélyebben megérti a feloldható csoportokat.
4. hét	Iwasawa-lemma, $PSL_n(T)$ $n \geq 2$ -re egyszerű, kivéve ha $(n, \|T\|) \in \{(2, 2), (2, 3)\}$. TE: A hallgató képes lesz eldönteni bizonyos csoportokról, hogy egyszerűek-e.
5. hét	Példák: unitér csoportok, szimplektikus csoportok. TE: A hallgató további fontos példákat lát egyszerű csoportok végtelen sorozataira.
6. hét	Golay-kódok, Steiner-rendszerek, Mathieu-csoportok. TE: A hallgató a Golay-kódok és a Steiner-rendszerek megértésén keresztül elsajátítja a Mathieu-csoportok konstrukcióját.
7. hét	Példák, feladatok. TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.
8. hét	Reprezentációelmélet, karaktertábla. TE: A hallgató megismerkedik a reprezentációelmélet alapjaival, és képessé válik karaktertáblák kiszámítására.
9. hét	Indukált reprezentációk, Frobenius-reciprocitás, Frobenius-tétel. TE: A hallgató képessé válik indukált reprezentációk kiszámítására, és megérti ezek kapcsolatát a skaláris szorzással. Ennek segítségével a hallgató meg tudja tanulni Frobenius tételének a bizonyítását.
10. hét	Normálosztó indukált karakterei, Clifford tétele, Galaghar tétele. TE: A hallgató megérti a normálosztókról indukált reprezentációkat.
11. hét	Általánosított karakterek, Brauer tétele, karaktertáblában sok a 0. TE: A hallgató elsajátítja az általánosított katakterek elméletének alapjait és Brauer tételét.
12. hét	Példák: S_n irreducibilis karakterei, Young-sémák. TE: A hallgató képes lesz felírni bármely szimmetrikus csoport karaktertábláját.
13. hét	Involúció centralizátorok, Klein eset, diéder eset. TE: A hallgató elsajátítja a véges egyszerű csoportok klasszifikációjához vezető bizonyítás alapötletét.
14. hét	Példák, feladatok.

	TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Modellelmélet**				Kódja:		**TTMME0115**	
		angolul:		**Model theory**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				Modern algebra				Kódja:		TTMME0103	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	N	Heti	2	Heti	1	Heti	0	**Kollokvium**	**4**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Pongrácz András**			beosztása:		**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Megismerjék a klasszikus modellelméletet, azaz a matematikai struktúrák osztályainak logikaalapú vizsgálatát, annak központi objektumait és fogalmait, továbbá az ezekre vonatkozó eredményeket és módszereket, illetve a kapcsolódó bizonyítások eszköztárát.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben és rendszerszinten ismeri a modellelmélethez kapcsolódó halmazelméleti, algebrai és logikai fogalmakat, objektumokat, a kapcsolódó eredményeket és bizonyításukat. Ismeri a modellelméletnek a matematika más területei gyakorolt hatását.

Képesség:

Képes a modellelmélet absztrakt fogalmainak és eszközeinek az elméleti matematika változatos területein alkalmazását adni, különös tekintettel az algebrai vonatkozásúakra. Képes a tanultakat saját kutatásai során hasznosítani.

Attitűd:

Nyitott és fogékony az algebrai struktúrák vizsgálatának egy másabb szempontú vizsgálatát megismerni, annak eredményeit elsajátítani. Törekszik, hogy modellelméleti tudását minél szélesebb körben alkalmazza a matematika más területein és saját kutatásaiban.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja be modellelméleti ismereteit, azok alkalmazhatóságát és annak határait. Magas szintű tudása birtokában autonóm módon felismeri a tanultak hasznosítási lehetőségeit, értő és alkotó módon él ezekkel.

A kurzus tartalma, témakörei

Halmazelméleti alapok. Rendezések és jólrendezések. Számosságok és rendszámok. Kiválasztási axióma, jólrendezési tétel, Zorn-lemma. A Zorn-lemma alkalmazásai. Artin tétele testek rendezhetőségéről. Ultrafilterek létezése. Frèchet-filterek. Elsőrendű struktúrák és formulák. Formulaindukció. Szabad változók, kiértékelések. Részstruktúrák. Homomorfizmusok, endomorfizmusok, automorfizmusok. Direkt szorzat. Elméletek és modellek. Példák. Ultraszorzat. Los-lemma. Az elsőrendű logika kompaktsági tétele. Levezetés, levezethetőség. A szintaktikai és a szemantikai következmény fogalma, ezek ekvivalenciája az elsőrendű logikában (Gödel teljességi tétele). Reduktum, kiterjesztés, elemi rész. Tarski-Vaught kritérium. Skolem-függvények, leszálló Lövenheim-Skolem tétel. Felszálló Lövenheim-Skolem tétel. A Skolem-paradoxon és feloldása. Láncok és elemi láncok. Robinson-diagramok. Axiomatizálhatóság általában és különböző megkötésekkel: véges axiomatizálhatóság, univerzális, induktív elméletekkel való axiomatizálhatóság. Robinson konzisztenciatétele, Craig interpolációs tétele. Típusok, Stone-terek. Típuselkerülési tételek, omega-kategorikus struktúrák, Ryll-Nardzewski tétele. Kvantoreliminálhatóság, homogén struktúrák. Végpontnélküli sűrű rendezés. Véletlen gráf.

Introduction to set theory. Ordering and well-ordering. Cardinals and ordinals. Axiom of choice, well-ordering theorem, Zorn-lemma. Applications of Zorn-lemma. Artin's theorem on ordering of fields. Existence of ultrafilters. Frèchet-filters. First-order structures and formulas. Formula induction. Free variables, valuations. Substructures. Homomorphisms, endomorphisms, automorphisms. Direct product. Theories and models. Examples. Ultraproduct. Los-lemma. Compactness of first-order logic. Proof, provability. Synthactical and semantical consequence, their equivalence in first-order logic (Gödel's completeness theorem). Reduct, extension, elementary substructure. Tarski-Vaught-criterion. Skolem-functions, descending Lövenheim-Skolem-theorem. Ascending Lövenheim-Skolem-theorem. Skolem-paradox and its solution. Chains and elementary chains. Robinson-diagrams. Axiomatizability in general and with restrictions: finite axiomatizability, universal axiomatizability, axiomatizability by inductive theories. Robinson's consistency theorem, Craig's interpolation theorem. Types, Stone-spaces. Thorems on type avoidance, omega-categorical structures, Ryll-Nardzewski's theorem. Quantifier elimination, homogeneous structures. Dense ordering with no endpoints. Random graph.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet. 1983, Tankönyvkiadó, Budapest.

Wilfried Hodges: Model theory. 1993, Cambridge University Press.

Heti bontott tematika

1. hét	Halmazelméleti alapok. Rendezések és jólrendezések. Számosságok és rendszámok. Kiválasztási axióma, jólrendezési tétel, Zorn-lemma. TE: A hallgató képessé válik a jólrendezési tétel és a Zorn-lemma alkalmazására.
2. hét	A Zorn-lemma alkalmazásai. Artin tétele testek rendezhetőségéről. Ultrafilterek létezése. Frèchet-filterek. TE: A hallgató képes lesz felismerni a rendezhető testeket, és megérti a Frèchet-filtereket.
3. hét	Elsőrendű struktúrák és formulák. Formulaindukció. Szabad változók, kiértékelések. Részstruktúrák. Homomorfizmusok, endomorfizmusok, automorfizmusok. Direkt szorzat. Elméletek és modellek. Példák. TE: A hallgató megérti a formulák és az algebrai invariánsok kapcsolatát.
4. hét	Ultraszorzat. Los-lemma. Az elsőrendű logika kompaktsági tétele. TE: A hallgató elsajátítja az egyik legfontosabb modellelméleti konstrukció, az ultra szorzat fogalmát és használatát. Megtanulja, hogyan lehet eldönteni egy elsőrendű elméletről, hogy ellentmondásos-e.
5. hét	Példák, alkalmazások. TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.
6. hét	Levezetés, levezethetőség. A szintaktikai és a szemantikai következmény fogalma, ezek ekvivalenciája az elsőrendű logikában (Gödel teljességi tétele). TE: A hallgató elsajátítja az elsőrendű logika szigorú levezetési szabályait. Megtanulja, hogyan lehet eldönteni egy elsőrendű elméletről, hogy konzisztens-e.
7. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgatók tudásszintjének felmérése.
8. hét	Reduktum, kiterjesztés, elemi rész. Tarski-Vaught kritérium. Skolem-függvények, leszálló Lövenheim-Skolem tétel. Felszálló Lövenheim-Skolem tétel. A Skolem-paradoxon és feloldása. TE: A hallgató megtanulja annak ellenőrzését, hogy egy struktúra elemi része-e egy másik struktúrának. Emellett megismerkedik egy újabb fontos modellelméleti konstrukcióval, ami Skolemtől származik.

9. hét	Láncok és elemi láncok. Robinson-diagramok. Axiomatizálhatóság általában és különböző megkötésekkel: véges axiomatizálhatóság, univerzális, induktív elméletekkel való axiomatizálhatóság. TE: A hallgató megtanulja felismerni egy elméletről, hogy axiomatizálható, végesen axiomatizálhatóm illetvi univerzális formulákkal axiomatizálható-e.
10. hét	Példák, alkalmazások. TE: A hallgató gyakorlati példák és feladatok segítségével elmélyíti az előző órák ismereteit.
11. hét	Robinson konzisztenciatétele, Craig interpolációs tétele. TE: A hallgató képessé válik arra, hogy eldöntse két vagy több elmélet együttes konzisztenciáját.
12. hét	Típusok, Stone-terek. Típuselkerülési tételek, omega-kategorikus struktúrák, Ryll-Nardzewski tétele. TE: A hallgató megtanulja, hogyan ismerje fel az omega-kategorikus struktúrákat.
13. hét	Kvantoreliminálhatóság, homogén struktúrák. Végpontnélküli sűrű rendezés. Véletlen gráf. TE: A hallgató etovábbi példaosztályokat ismer meg omega-kategorikus struktúrákra, és elsajátítja a Erdős Pál és Rényi Alfréd által konstruált véletlen gráf elméletének alapjait.
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgatók tudásszintjének felmérése.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Algebrai geometria**					Kódja:	**TTMME0117**	
		angolul:		**Algebraic geometry**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Tengely Szabolcs**				beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Megismerjék az affin és projektív algebrai geometriai alapfogalmakat, az ideálokat, az ideálokkal kapcsolatos eljárásokat és néhány alapvető alkalmazást a témakörből.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri az affin és projektív algebrai geometria központi objektumait és fogalmait, közöttük lévő összefüggéseket és az ezekre vonatkozó eredményeket, módszereket. Ismeri a geometriai szemléletmód és algebrai eszközök kölcsönhatásából születő gondolatmeneteket és bizonyítási módszereket, melyek az algebrai geometria fontosabb eredményeivel kapcsolatban felbukkannak.

Képesség:

Képes az affin és projektív algebrai geometria módszereinek értő és alkotó módon történő alkalmazására, azokat magabiztosan használja a matematika más diszciplínáiban, pl. a Diofantikus geometria vagy az algebrai geometria kódelmélet területén felbukkanó problémák során.

Attitűd:

Törekszik eddigi algebrai ismereteit és kialakult geometriai szemlélet módját ötvözve az algebrai geometria alapvető, illetve mélyebb eredményeinek elsajátítására. Nyitott és fogékony az algebrai geometria absztrakt diszciplínájának a matematika más területein való hasznosítására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja be algebrai geometriai ismereteit, a tanult eredmények és módszerek alkalmazhatóságát, annak korlátait. Tisztában van az algebrai geometria problémáinak tanulmányozása során a geometriai szemlélet és algebrai eszköztár kölcsönhatásaival, elméleti és gyakorlati problémák során azt önállóan felismeri és alkalmazza.

A kurzus tartalma, témakörei

Affin algebrai geometria, affin algebrai halmazok, Hilbert- féle Nullstellensatz, polinom leképezések, az elimináció geometriája, projektív algebrai geometria, projektív algebrai halmazok, Hilbert polinomok.

Affine algebraic geometry, affine algebraic sets, Hilbert's Nullstellensatz, polinomial maps, geometry of elimination, projective algebraic geometry, projective algebraic sets, Hilbert-polynomials.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

David A. Cox, John Little, Donal O'Shea: Ideals, Varieties, and Algorithms. An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra.

Heti bontott tematika	
I. hét	Affin algebrai geometria, ideálok polinomgyűrűkben. TE: a hallgató megtanulja az ideálokkal kapcsolatos műveleteket.
II. hét	Affin algebrai halmazok és tulajdonságaik. TE: a hallgató megtanulja az ideálok és az algebrai halmazok közötti összefüggéseket.
III. hét	Hilbert-féle Nullstellensatz. TE: a hallgató képessé válik geometriai tulajdonságok kifejezésére ideálok segítségével.
IV. hét	Irreducibilis algebrai halmazok. TE: a hallgató megtanulja a prímideálok és a részsokaságok és maximális ideálok és pontok kapcsolatait.
V. hét	Polinom leképezések és tulajdonságaik. TE: a hallgató megtanulja az algebrai halmazok közötti morfizmusok alapvető tulajdonságait.
VI. hét	Az elimináció geometriája. TE: a hallgató képessé válik morfizmusok képeinek polinomokkal való leírására.
VII. hét	Noether normalizáció és dimenzió. TE: a hallgató képessé válik adott affin gyűrű Noether normalizációjának meghatározására.
VIII. hét	Lokális tulajdonságok vizsgálata. TE: a hallgató képessé válik a megoldások multiplicitásainak kezelésére.
IX. hét	Projektív algebrai geometria. A projektív tér. TE: a hallgató megtanulja a projektív tér felépítésének alapjait.
X. hét	Projektív algebrai halmazok és tulajdonságaik. TE: a hallgató megtanulja a homogén koordináták használatát.
XI. hét	Affin tér és projektív lezárt. TE: a hallgató megtanulja a hipersíkok és a homogenizáció kapcsolatát.
XII. hét	A Hilbert polinom. TE: a hallgató megtanulja a Hilbert polinom és Hilbert-Poincaré sor fogalmát és reprezentációikat.
XIII. hét	Algebrai geometriai fogalmak görbéken, génusz 0 és génusz 1 görbék. TE: a hallgató képessé válik kúpszeletek racionális pontjainak parametrizációjára, génusz egyes görbék pontjain csoport megadására.
XIV. hét	Algebrai geometriai fogalmak görbéken, génusz 2 görbék. TE: a hallgató képessé válik génusz kettes görbe Jacobi sokaságán értelmezett pontokon csoportművelet bevezetésére.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Algoritmusok diofantikus egyenletek megoldására**	Kódja:	**TTMME0118**
	angolul:	**Algorithms for the resolution of diophantine equations**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		Algebrai számelmélet	Kódja:	TTMME0102

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Gaál István**				beosztása:		**egyetemi tanár**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Elsajátítsák a klasszikus diofantikus egyenletek megoldásának alapvető módszereit, betekintést kapjanak a terület modern módszereibe.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

Megismeri a diofantikus egyenletek megoldásának modern módszereit. Részletekbe menően megismerik ezen módszerek szakterületi összefüggéseit, elméletét, gyakorlatát, terminológiáját. Ismereteit doktori képzésben fel tudja használni. Ismeri a szakterület kapcsolódását rokon szakterületekhez.

Képesség:

Megfogalmazza és feltárja a feladatok megoldásához szükséges elméleti és gyakorlati hátteret. A szakterület elemeit innovatív módon alkalmazza. Ismeri a szakterület irodalmát.

Attitűd:

Törekszik arra, hogy a szakterület legújabb eredményeit saját fejlődésének szolgálatába állítsa. Fejlett szakmai identitással rendelkezik, melyet a szélesebb társadalmi közösség felé is vállal.

Autonómia és felelősség:

Jelentős mértékű önállósággal végzi szakmai kérdések végiggondolását és a megoldási módszer kidolgozását. Önállóan tervezi meg és végzi tevékenységeit. Különböző bonyolultságú feladatok esetén a módszerek és technikák széles körét alkalmazza önállóan a gyakorlatban.

A kurzus tartalma, témakörei

Lánctörtek és alkalmazásaik Pell egyenletek megoldására, diofantikus approximációs módszerekben. Thue egyenletek, becslések a megoldásra, kis megoldások kiszámítása lánctörtekkel. Baker korlát redukciója a Davenport lemma felhasználásával, LLL redukcióval. Thue egyenletek felhasználása harmad- és negyedfokú számtestek indexforma egyenleteinek megoldására.

Continued fractions and their applications for solving Pell-equations, and in methods for diophantine approximation. Thue-equations, estimations on the solutions, computing small solutions with continued fractions. Reducing Baker's bound with Davenport's lemma and LLL-reduction. Solving index form equations over degree three and four number fields with Thue-equations.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Az elméleti anyag frontális munkával történő ismertetése. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

I.Gaál, Diophantine equations and power integral bases, Boston, Birkhäuser, 2002.

Ajánlott szakirodalom:

N.P.Smart, The Algorithmic Resolution of Diophantine Equations, London Math. Soc., Student Texts 41, Cambridge University Press, 1998.

M.Pohst and H.Zassenhaus, Algorithmic algebraic number theory, Cambridge University Press, 1989.

Heti bontott tematika	
1. hét	Lánctörtek tulajdonságainak kiszámításának ismétlése, lánctörtek approximációs tulajdonságai. TE: Lánctörtbe tud fejteni irracionális számot.
2. hét	Periodikus lánctörtek. Lánctörtek alkalmazása Pell egyenletek megoldására. TE: Meg tud oldani Pell egyenleteket.
3. hét	Diofantikus egyenletek megoldásához szükséges algebrai számelméleti fogalmak. TE: Tisztában van az algebrai számelmélet alapfogalmaival.
4. hét	Thue egyenletek, történetük, elemi becslések, kapcsolódás a lánctörtekhez. TE: Ismeri a Thue egyenleteket.
5. hét	Gyors algoritmus Thue egyenletek kis megoldásainak kiszámítására. TE: Megismeri a korlátos megoldások kiszámításának módszerét.
6. hét	Baker-féle korlátok Thue egyenletekre. A korlát levezetése, lineáris formák logaritmusokban. TE: Megismeri a Thue egyenletekre vonatkozó Baker-féle korlátokat..
7. hét	Baker-féle korlátok redukciója 2 egységrang esetén. Davenport lemma. TE: A hallgató megismeri a Davenport lemma alkalmazását.
8. hét	Inhomogén Thue egyenletek és megoldásuk. TE: A hallgató megismeri a korábbi módszerek új alkalmazási területét inhomogén Thue egyenletekre.
9. hét	LLL bázis redukciós módszer. A Baker-féle korlát redukálása >2 egységrang esetén. TE: A hallgató használni tudja az LLL bázis redukciós módszert.
10. hét	Magasabb fokú Thue egyenletek megoldása: a Bilu-Hanrot módszer. TE: Megismeri Bilu-Hanrot módszerét...
11. hét	Példa Thue egyenlet teljes megoldására 3 vagy 4 fokszám esetén. TE: A hallgató megismeri a módszerek használatát Maple-ben.
12. hét	Algebrai számok indexe. Algebrai számtestek minimális indexe, hatvány egész bázis. TE: A hallgató megismeri a hatvány egész bázisok fogalmát.
13. hét	Hatvány egész bázisok kiszámítása harmadfokú számtestekben. TE: Megismeri az indexforma egyenlet konstrukcióját harmadfokú esetben.
14. hét	Hatvány egész bázisok kiszámítása negyedfokú számtestekben. TE: Megismeri a probléma visszavezetésének módját Thue egyenletekre.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Diofantikus egyenletek**					Kódja:	**TTMME0119**
		angolul:		**Diophantine equations**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Pintér Ákos**			beosztása:		**egyetemi tanár**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

elsajátítsák diofantikus egyenletek széles osztályának explicit megoldását

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a diofantikus egyenletek számos osztályának explicit megoldása során alkalmazott módszereket, így például az elemi polinomfaktorizációt, kúszeletté és elliptikus görbévé való transzformációt. Összefüggéseiben ismeri az egyes egyenletosztályok közötti kapcsolatokat, továbbá a megoldás során használt módszerek feltételeit és kombinációit.

Képesség:

Képes több nevezetes diofantikus egyenletosztály explicit megoldására. Képes kúpszeletek, elliptikus görbék és azokká transzformálható egyenletek egész pontjainak vizsgálatára, polinomok faktorizációs tulajdonságainak felhasználására.

Attitűd:

Törekszik matematikai ismereteinek diofantikus egyenletek explicit megoldására való felhasználására. Igénye van új módszerek elsajátítására, melyek lehetővé teszik, hogy kvalitatív és kvantitatív eredmények helyett egyes egyenleteket teljesen megoldhasson. Nyitott és fogékony a megszerzett ismeretek kutatási problémák során való hasznosítására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja a tanult megoldási módszerek alkalmazhatóságát és annak korlátait. Tisztában van a diofantikus explicit megoldásának jelentőségével a kvalitatív és kvantitatív eredményekkel összevetve. Önálló kutatási feladatai során felismeri és lehetőség alkalmazza a megszerzett tudást.

A kurzus tartalma, témakörei

Kongruenciák valamint elemi faktorizációs tulajdonságok használata bizonyos típusú diofantikus egyenletek megoldására. Négyzetszámok számtani sorozatokban. Lucas sorozatok alkalmazása. Az y^2 = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, ax^3+by^3+cz^3=0 illetve az x^3+y^3+z^3-xyz=0 diofantikus egyenletekkel kapcsolatos eredmények. Diofantikus egyenletek racionális megoldásai. Algebrai számelméleti eszközök alkalmazása diofantikus egyenletek megoldására.

Applying methods of congruences and elementary factorization techniques for solving diophantine equations. Full squares in arithmetic progressions. Lucas-series and their applications. Results on the equations $y^2=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $ax^3+by^3+cz^3=0$ and az $x^3+y^3+z^3-xyz=0$. Rational solutions of diophantine equations. Solving diophantine equations using algebraic number theoretical methods.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése. Gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

L. J. Mordell, Diophantine Equations, Elsevier, 1969.

Ajánlott szakirodalom:

-

Heti bontott tematika	
1. hét	Kongruenciák használata diofantikus egyenletek megoldására. Az ax^2+by^2+cz^2=0 diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények. TE: a hallgató képessé válik bizonyos diofantikus egyenletek megoldására kongruenciákat használva
2. hét	Elemi faktorizációs tulajdonságok alkalmazása diofantikus egyenletek megoldására: az x^4+y^4=b*z^2 (b=1,2), x^4-y^4=z^2 y^2=x^4+1 diofantikus egyenletek teljes megoldáshalmazának a leírása. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenletek megoldására.
3. hét	Négy négyzetszám nem alkothat számtani sorozatot. Az ax^4+by^4=cz^2 diofantikus egyenletre vonatkozó eredmények. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
4. hét	Az x^3+y^3+z^3+t^3=n diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
5. hét	Lucas sorozatok alkalmazása az y^2=5x^4+1 és az y^2=5x^4+4 diofantikus egyenletek megoldására. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenletek megoldására.
6. hét	Az x^4-2y^4= \pm z^2 diofantikus egyenletek teljes megoldása. Egy megoldásból az összes többi megoldás előállítása. TE: a hallgató képessé válik a fenti egyenlet megoldására alkalmazott módszer elsajátítására.
7. hét	Az y^2 = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e típusú diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
8. hét	Az ax^3+by^3+cz^3=0 illetve az x^3+y^3+z^3-xyz=0 diofantikus egyenletekkel kapcsolatos eredmények. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
9. hét	Az x^3+y^3+z^3=1 diofantikus egyenlet racionális megoldásai. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
10. hét	Az ax^4+by^4+cz^4+dw^4=0 diofantikus egyenletre vonatkozó eredmények. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
11. hét	Az ax^2+by^2=cz^n diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények és módszerek. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
12. hét	A z^3 = ax^2 + by^2 + c diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények és módszerek. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
13. hét	Algebrai számtestek alkalmazása diofantikus egyenletek megoldására: az x^2+y^2=z^k diofan-

	tikus egyenlet. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.
14. hét	Az $x^2+4=y^3$ diofantikus egyenlet teljes megoldása algebrai számelméleti eszközök segítségével. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlettel kapcsolatos eredmények elsajátítására.

<table>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">A tantárgy neve:</td><td colspan="2">magyarul:</td><td colspan="4">Effektív módszerek a diofantikus egyenletek elméletében</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0120</td></tr>
<tr><td colspan="2">angolul:</td><td colspan="4">Effective methods in the theory of Diophantine equations</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="6">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="4">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="4">Algebrai számelmélet</td><td>Kódja:</td><td>TTMME0102</td></tr>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="3">Dr. Pink István</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Elsajátítsák a Baker-módszert, amelyet ezután alkalmazni tudnak a diofantikus egyenletek elméletében. Fontos cél továbbá, hogy elsajátítsanak bizonyos egész értékű számsorozatokban előforduló primitív prímosztókkal kapcsolatos eredményeket, amelyeket alkalmazni tudnak diofantikus egyenletek explicit megoldására. További fontos cél, hogy elsajátítsanak irracionális számok effektív irracionalitási mértékének alkalmazása bizonyos diofantikus egyenletek explicit megoldására.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a lineáris formákkal kapcsolatos eredményeket. Jártas a Baker-módszer alkalmazásában különféle egyenlettípusok esetén. Ismeri a primitív prímosztó fogalmát és az ehhez kapcsolódó tételeket. Alkotó módon ismeri bizonyos egyenletek megoldásszámára vonatkozó effektív eredményeket.

Képesség:

Képes az elsajátított módszerek alkalmazására bizonyos típusú egyenletek megoldásában. Magabiztosan alkalmazza a megismert tételeket elméleti és gyakorlati problémák megoldására.

Attitűd:

Törekszik a diofantikus egyenletek elméletének megismerésére, az újabb módszerek elsajátítására és azok széles körben történő alkalmazására. Nyitott és fogékony a megszerzett ismeretek vezető kutatási területen való hasznosítására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen és reálisan ítéli meg a diofantikus egyenletekkel kapcsolatos megszerzett ismereteit, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldására alkalmazható eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

A Baker-módszer alkalmazása diofantikus egyenletek széles osztályainak explicit megoldására. Bizonyos egész értékű számsorozatokban előforduló primitív prímosztók alkalmazása diofantikus egyenletek explicit megoldására. Irracionális számok effektív irracionalitási mértékének alkalmazása bizonyos diofantikus egyenletek explicit megoldására.

Applying Baker's method to explicitly solve a wide class of diophantine equations. Explicit solutions of diophantine equations by prime divisors of appropriate integer valued series. Explicit solutions of diophantine equations by the irrationality measure of irrational numbers.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

J.-H. Evertse, K. Győry: Unit Equations in Diophantine Number Theory, Cambridge University Press, 2015.

Ajánlott szakirodalom:

N. P. Smart, The Algorithmic Resolution of Diophantine Equations, London Math. Soc., Student Texts 41, Cambridge University Press, 1998.

I. Gaál, Diophantine equations and power integral bases, Boston, Birkäuser, 2002.

Heti bontott tematika	
1. hét	Algebrai és transzcendens szám fogalma. Transzcendens számok Liouville-féle konstrukciója. Hermite-Lindemann tétel. Hilbert 7. problémája. Algebrai számok logaritmusainak algebrai együtthatókkal vett lineáris kombinációi. Gelfond, Schneider, Baker tételei. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
2. hét	Racionális számok logaritmusainak egészekkel vett lineáris kombinációi. Gelfond, Baker és Feldman tételei. Effektív alsó becslések algebrai számok logaritmusainak egész együtthatókkal vett lineáris kombinációira. Baker, Wüstholz valamint Philippon és Waldschmidt eredményei. A Baker módszer. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
3. hét	Napjainkban ismert legélesebb alsó becslések algebrai számok logaritmusainak egész együtthatókkal vett lineáris kombinációira. Matveev és Waldschmidt tételei. Két- és háromváltozós változós lineáris formákra vonatkozó éles explicit alsó becslések. Laurent, Mignotte és Nesterenko valamint Laurent, Mignotte tételei. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
4. hét	p-adikus lineáris formák. Klasszikus tételek p-adikus lineáris formákkal kapcsolatban: Spindzuk, Coates, van der Poorten, Yu tételei. Explicit éles becslések egy- és kétváltozós p-adikus lineáris formákkal kapcsolatban. Bugeaud és Laurent tételei. TE: a hallgató képessé válik a fenti fogalmak és tételek elsajátítására.
5. hét	A Baker-módszer alkalmazása kétváltozós egységegyenletek megoldására. Bugeaud és Győry tételei. De Weger, Smart, Wildanger redukciós módszerei. TE: a hallgató képessé válik a fenti fogalmak és tételek elsajátítására.
6. hét	A Baker-módszer alkalmazása Thue-egyenletek megoldására. LLL-algoritmus. Baker-Davenport redukció, Pethő-féle kismegoldás kereső algoritmus, Bilu-Hanrot módszer. TE: a hallgató képessé válik a fenti fogalmak és tételek elsajátítására.
7. hét	A Baker módszer alkalmazása szuperelliptikus, hiperelliptikus és Schinzel-Tijdeman típusú egyenletekre. Brindza, Evertse és Győry tétele. Az x^2+C=y^n egyenlet speciális esetei. A Baker-módszer alaklmazása k-ad rendű lineáris rekurziók teljes hatvány értékeivel kapcsolatban. TE: a hallgató képessé válik bizonyos szuperelliptikus egyenletek megoldására valamint képessé válik egy adott binér rekurzióban pl. a négyzetszámok megkeresésére.
8. hét	A Baker módszer alakalmazása a Catalan-egyenletre. A Catalan egyenlet néhány speciális esete, Mihailescu tétele. Az $x^m-y^n=k, (x,y,m,n \ge 2)$ (k adott) ún. Pillai egyenlet és a rá vonatkozó sejtés. A Pillai egyenlet megoldásszámának effektív végessége, ha az (x,y,m,n) paraméterek közül legalább az egyik adott. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
9. hét	A p-adikus Baker-módszer néhány alkalmazása: S-egységegyenletek és Thue-Mahler egyenletek megoldásaira vonatkozó effektív végességi tételek. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
10. hét	Egy egész értékű számsorozat primitív prímosztójának a fogalma. Zsigmondy tétele az $a^n-b^n, (a,b \in Z, \|ab\| \geq 2)$ sorozat prímosztóira vonatkozóan. Zsigmondy fenti tételének Schinzel-féle kiterjesztése.

	TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
11. hét	Lucas – és Lehmer sorozatok prímosztóinak a fogalma. Carmichael, Schinzel és Stewart tételei. A Bilu-Hanrot-Voutier tétel és alkalmazásai bizonyos Ramanujan-Nagell típusú egyenletek megoldására. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására valamint ezek alkalmazásaként bizonyos Ramanujan-Nagell típusú egyenlet megoldására.
12. hét	Adott pozitív egész esetén az $sqrt[n](a)$ alakú számokra vonatkozó explicit irracionalitási mértékek előállítása és alkalmazásai. Bennett tételei az (1+a/N)^(s/n) alakú számokra vonatkozó explicit irracionalitási mértékekre vonatkozóan. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
13. hét	Binom-Thue egyenletek magasságára és megoldásszámára vonatkozó effektív eredmények. Bennett és de Weger tétele. Szimultán Pell-egyenletek megoldásszámára vonatkozó effektív eredmények. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
14. hét	A hipergeometrikus módszer alkalmazása bizonyos Ramanujan-Nagell típusú egyenlet megoldására. Bauer és Bennett tételei. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Elliptikus görbék</td><td rowspan="2" colspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0121</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Elliptic curves</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="8">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td colspan="2">Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="5">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2" colspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali N</td><td>Heti 2</td><td colspan="2">Heti 0</td><td colspan="2">Heti 0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2" colspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td>Féléves</td><td colspan="2">Féléves</td><td colspan="2">Féléves</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Tengely Szabolcs</td><td colspan="2">beosztása:</td><td>egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Megismerjék az elliptikus görbékkel kapcsolatos alapvető fogalmakat, eredményeket véges testek feletti, racionális számtest feletti és a komplex számok feletti esetekben.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri az elliptikus görbékkel kapcsolatos fogalmakat, objektumokat, az ezekre vonatkozó eredményeket és eljárásokat, különös tekintettel a görbepontok véges, racionális és komplex számtestek feletti struktúrájára. Ismeri az elliptikus görbék kapcsolatát a matematika különféle területeivel, azokat értő módon felismeri és használja.

Képesség:

Képes az elliptikus görbék felismerésére a matematika más területein, arra vonatkozó ismereteit magabiztosan és alkotó módon alkalmazza. Képes az elméleti és gyakorlati problémák során tudását hasznosítani.

Attitűd:

Igénye van az elliptikus görbék, mint a matematika számos és más alkalmazott területeken, például kriptográfiában, alkalmazható objektumok megismerésére, absztrakt tanulmányozásukra és a kapcsolódó eredmények, módszerek elsajátítására. Törekszik megszerzett tudását ismereteit minél szélesebb spektrumban hasznosítsa. Nyitott és fogékony a tanultak kutatási tevékenység során való felhasználására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja be elliptikus görbékkel kapcsolatos ismereteit.

A kurzus tartalma, témakörei

Racionális görbék pontjainak csoportjai. Elliptikus görbék véges testek felett, Hasse tétele. Elliptikus görbék a racionális számtest felett. Torziós pontok, Lutz-Nagell tétel. A Mordell-Weil csoport. A Mordell-Weil rang korlátozása, a Selmer csoport. Elliptikus görbék a komplex számok felett.

Groups of points on rational curves. Elliptic curves over finite fields, Hasse's theorem. Elliptic curves over the rational field. Torsion points, Lutz-Nagell-theorem. The Mordell-Weil-groups. Bounding the Mordell-Weil-rank, the Selmer-group. Elliptic curves over the complex numbers.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

L. C. Washington: Elliptic Curves Number Theory and Cryptography, Chapman & Hall/CRC, 2003

Heti bontott tematika	
1. hét	Racionális görbék. Legendre polinom, racionális görbék diszkriminánsa. Racionális görbék pontjai, megoldhatóság eldöntése. Egész pontok parametrizációja. TE: A hallgató képessé válik génusz nullás görbék egész- és racionális pontjainak jellemzésé-re.
2. hét	Elliptikus görbék a matematikában. Elliptikus görbék modelljei, Weierstrass alak. Diszkrimi-náns és j-invariáns. TE: A hallgató képessé válik génusz egyes görbék transzformációinak meghatározására.
3. hét	Csoport értelmezése elliptikus görbék pontjaira. Torziós pontok. A Lutz-Nagell tétel. Példák. TE: A hallgató képessé válik a racionális test felett értelmezett elliptikus görbék torziós cso-portjának meghatározására.
4. hét	Elliptikus görbék inflexiós pontjai és bűvös négyzetek. TE: A hallgató képessé válik elliptikus görbék inflexiós pontjainak meghatározására.
5. hét	Végtelen leszállas módszere diofantikus egyenletekre. A végtelen leszállas elliptikus görbék esetében. TE: A hallgató képessé válik a végtelen leszállás módszerével alkalmas diofantikus problé-mák elemzésére.
6. hét	E(Q)/2E(Q) elemszámának korlátozása. A gyenge Mordell-Weil tétel. TE: A hallgató képessé válik korlátozni a racionális számtest feletti elliptikus görbék Mordell-Weil rangját.
7. hét	Magasság fogalmak, logaritmikus magasság, kanonikus magasság, tulajdonságok. Mordell-Weil tétel. TE: A hallgató képessé válik a racionális számtest feletti elliptikus görbék pontjainak magas-ságainak kiszámítására.
8. hét	Mordell-Weil csoport meghatározása néhány egyszerűbb görbe esetében (nulla és egy rangú példák). TE: A hallgató képessé válik egyszerűbb elliptikus görbék Mordell-Weil csoportjának megha-tározására.
9. hét	Véges testek, elliptikus görbék véges testek felett. A csoport rendjének meghatározása. TE: A hallgató képessé válik a Hasse-tétel alkalmazására.
10. hét	Diszkrét logaritmus probléma elliptikus görbéknél. Index kalkulus. TE: A hallgató képessé válik az nP=Q típusú egyenletek kezelésére.
11. hét	Elliptikus görbéken alapuló titkosítás. Diffie-Hellman protokoll. Massey-Omura titkosítás. El-Gamal titkosítás. TE: A hallgató megismeri az elliptikus görbéken alapuló titkosítási eljárásokhoz szükséges fo-galmakat.
12. hét	Elliptikus görbék Z/nZ felett. Elliptikus görbéken alapuló prímteszt és faktorizáció. TE: A hallgató képessé válik elliptikus görbék pontjainak összegének meghatározására gyűrűk felett.
13. hét	Kongruens számok problémája. Tunnell tétele.

	TE: A hallgató megismeri egy híres, háromszögekkel kapcsolatos geometriai probléma kezelését elliptikus görbék segítségével.
14. hét	Frey-görbék és a moduláris módszer, receptek diofantikus egyenletek megoldására, Wiles tétele. TE: A hallgató megismeri a Frey-görbék fogalmát és alkalmazási lehetőségeiket különböző szignatúrájú diofantikus egyenletek esetében.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Prímszámelmélet**	Kódja:	**TTMME0122**
	angolul:	**Prime Number Theory**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok: Előadás		Gyakorlat		Labor		Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Hajdu Lajos**	beosztása:	**egyetemi tanár**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Megismerjék a klasszikus prímszámelmélet központi fogalmait és objektumait, az ezekre vonatkozó fontos és gyakran használt eredményeket, tételeket.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a klasszikus prímszámelmélet központi fogalmait és objektumait, az ezekre vonatkozó fontos és gyakran használt eredményeket, tételeket és sejtéseket, továbbá ezek következményeit. Tisztában van a prímszámelmélet eredményeinek bizonyításaiban használt főbb gondolatmenetekkel, trükkökkel és eszközökkel ezeket alkotó módon használja.

Képesség:

Képes a klasszikus prímszámelmélet módszereinek magabiztos és alkotó módon történő alkalmazására a felmerülő elméleti és gyakorlati problémák során. Képes a prímszámelmélet újabb eredményeinek értő feldolgozására, az összefüggések feltárására.

Attitűd:

Törekszik arra, hogy prímszámelméleti ismereteit lényegesen gyarapítsa, az elsajátított gondolatmeneteket, eszközöket, eredményeket az elméleti matematika széles palettáján alkalmazza. Nyitott és fogékony rá, hogy tudását modern és aktív problémák vizsgálatában hasznosítsa, ott új eredményeket nyerjen.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja be a kurzus során szerzett ismereteinek alkalmazhatóságát, korlátait. Saját képességeit reálisan ítéli meg. Számottevő prímszámelméleti tudása birtokában önállóan választja meg a felmerülő elméleti és gyakorlati problémák során alkalmazható prímszámelméleti eredményeket és módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Primitív gyök létezése modulo m. Primitív gyökök száma modulo m, index kalkulus és alkalmazásai. A $\pi(x)$ függvényhez kötődő nevezetes függvények: a Mangoldt-függvény, Csebisev függvényei és alapvető tulajdonságaik. A Möbius-függvény és a Mangoldt-függvény aszimptotikus viselkedése és átlagfüggvénye. A prímszámtétel ekvivalens alakjai. A prímszámtétel egy közelítésének elemi bizonyítása. A tétel következményei. Aszimptotikus formula a prímek reciprokösszegének részösszegeire. Aszimptotikus formula a Möbius függvény összegfüggvényének részösszegeire. A formula következményei. A prímszámtétel elemi bizonyításának vázlata. A prímszámtétel alkalmazásai. Prímszámok közötti hézagokra vonatkozó tételek és a Bertrand-posztulátum bizonyítása. A prímszámtétel számtani sorozatokban. Alkalmazások, következmények. A Riemann-zeta függvény. Történeti áttekintés. Konvergencia. A Riemann-zeta függvény szorzat alakja. Kapcsolat a Möbius-függvénnyel. Nevezetes értékek. A Riemann-sejtés.

Existence of primitive root modulo m. Number of primitive roots modulo m, index calculus and its applications. Functions connected to $\pi(x)$: Mangoldt-function, Chebisev's functions and their basic properties. Asymptotical behaviour and mean functions of the Möbius-function and the Mangoldt-function. Equivalent forms of the prime number theorem. Elementary proof of an easier version of the prime number theorem. Consequences of the theorem. Asymptotic formula for the subtotals of inverses of prime squares. Asymptotic formula for the subtotals of the summation function of the Möbius function. Conseuqences of the formula. Draft of an elementary proof of the prime number theorem. Applications of the prime number theorem. Theorems on distances between primes, proof of Bertrand's postulate. Prime number theorem in arithmetic progressions. Applications, consequences. Riemann's zeta function. Historical background. Convergence. Multiplicative form of the zeta function. Connection with the Möbius-function. Specific values. The Riemann-conjecture.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése.

Értékelés

Vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, Szeged, 1996.

Gareth A. Jones, J. Mary Jones: Elementary Number Theory, Springer, London, 2005.

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet – feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

Tom Apostol, Introduction to Analytic Number Theory, Springer, 1976.

Heti bontott tematika

1. hét	Primitív gyök létezése modulo m. TE: A hallgató képessé válik primitív gyök létezésének eldöntésére modulo m.
2. hét	Primitív gyökök száma modulo m, index kalkulus és alkalmazásai. TE: A hallgató képessé válik az index kalkulus alkalmazására.
3. hét	A $\pi(x)$ függvényhez kötődő nevezetes függvények: a Mangoldt-függvény, Csebisev függvényei és alapvető tulajdonságaik. TE: A hallgató képessé válik a Mangoldt-függvény és a Csebisev-függvény értelmezésére.
4. hét	A Möbius-függvény és a Mangoldt-függvény aszimptotikus viselkedése és átlagfüggvénye. TE: A hallgató képessé válik a Möbius-függvény és a Mangoldt-függvény aszimptotikus viselkedésének leírására.
5. hét	A prímszámtétel ekvivalens alakjai. TE: A hallgató képessé válik a prímszámtétel ekvivalens alakjainak megfogalmazására.
6. hét	A prímszámtétel egy közelítésének elemi bizonyítása. A tétel következményei. TE: A hallgató képessé válik a prímszámtétel egy közelítő alakjának igazolására.
7. hét	Aszimptotikus formula a prímek reciprokösszegének részösszegeire. TE: A hallgató képessé válik a prímek reciprokösszege részösszegeire egy aszimptotikus forma igazolására.
8. hét	Aszimptotikus formula a Möbius függvény összegfüggvényének részösszegeire. A formula következményei. TE: A hallgató képessé válik a Möbius függvény összegfüggvényének részösszegeire vonatkozó aszimptotikus formula igazolására.
9. hét	A prímszámtétel elemi bizonyításának vázlata. A prímszámtétel alkalmazásai. TE: A hallgató képessé válik a prímszámtétel alkalmazására.
10. hét	Prímszámok közötti hézagokra vonatkozó tételek és a Bertrand-posztulátum bizonyítása.

	TE: A hallgató képessé válik prímszámok eloszlásával kapcsolatos összefüggések igazolására.
11. hét	A prímszámtétel számtani sorozatokban. Alkalmazások, következmények. TE: A hallgató képessé válik a számtani sorozatokra vonatkozó prímszámtétel alkalmazására.
12. hét	A Riemann-zeta függvény. Történeti áttekintés. Konvergencia. TE: A hallgató képessé válik a Riemann-függvény konvergenciájának vizsgálatára.
13. hét	A Riemann-zeta függvény szorzat alakja. Kapcsolat a Möbius-függvénnyel. TE: A hallgató képessé válik a Riemann-zeta függvény megadására szorzat alakban.
14. hét	A Riemann-zeta függvény nevezetes értékei. A Riemann-sejtés. TE: A hallgató képessé válik a Riemann-zeta függvény nevezetes értékeinek vizsgálatára.

<table>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">A tantárgy neve:</td><td colspan="2">magyarul:</td><td colspan="4">Bevezetés a modern analízisbe</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0201</td></tr>
<tr><td colspan="2">angolul:</td><td colspan="4">Introduction to modern analysis</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="6">DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="4">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="4">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="3">Dr. Gát György</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi tanár</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a funkcionálanalízis bevezető elemeivel, a vonatkozó definíciók, tételek és bizonyítások tekintetében. Legyenek képesek funkcionálanalízis tanulmányaikat folytatni az M.Sc. képzésben.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten ismeri a matematika tudományának módszereit a funkcionálanalízis területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a funkcionálanalízis területén.
T3: Jártas a klasszikus analízis, klasszikus és lineáris algebra, geometria közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

K1: Képes a funkcionálanalízis területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a funkcionálanalízis fogalmait.
K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére a funkcionálanalízis segítségével.
K4: Képes a funkcionálanalízisben megkülönböztetni a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
K10: Képes a funkcionálanalízis alkalmazására a természettudományok, különösen a fizikában felvetett problémákban.

Attitűd:

A1: Törekszik a funkcionálanalízis új eredményeinek megismerésére.
A2: Törekszik a funkcionálanalízis eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a funkcionálanalízis a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a funkcionálanalízis eszközeivel megalapozott értékelésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a funkcionálanalízisben szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a funkcionálanalízis területén megszerzett tudásának mértékét.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Metrikus terek, kompakt halmazok, szeparabilitás, Baire kategória tétele és következményei, Hahn–Banach-tétel és következményei, normált tér, Banach tér, Schauder bázis, L(X,Y) és B(X,Y) terek, nyílt leképezések tétele és következményei, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele, Banach–Steinhaus-tételek.

Metric spaces, compact sets, separability, Baire category theorem and its consequences, Hahn–Banach theorem and its consequences, normed space, Banach space, Schauder basis, the spaces L(X,Y) and B(X,Y), open mapping theorem and its consequences, closed graph theorem, principle of uniform boundedness, Banach–Steinhaus theorems.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve, segédanyagok biztosítása, syllabus rendelkezésre bocsátása, szükség esetén személyes konzultáció lehetősége.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom

1. Járai A.: *Modern alkalmazott analízis*, Typotex Könyvkiadó, 2007.
2. A. A. Kirillov, A. D. Gvisiani: *Feladatok a funkcionálanalízis köréből*, Tankönyvkiadó, 1985.
3. A. N. Kolmogorov, Sz. V. Fomin: *A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei*, Műszaki Könyvkiadó, 1981.
4. Losonczi L.: *Funkcionálanalízis I*, Tankönyvkiadó, 1982.
5. Riesz F., Szőkefalvi-Nagy B.: *Funkcionálanalízis*, Tankönyvkiadó, 1988.

Heti bontott tematika

1. hét	Metrikus terek, metrikus topológia, példák metrikus terekre, alapvető egyenlőtlenségek. TE: A hallgató áttekinti a metrikus elméletének részben már ismert fogalmait. Képes azokat a példák szintjére lebontani és értelmezni.
2. hét	Kompakt halmazok metrikus tereken, Hausdorff kompaktsági tétele és következményei. Sűrű halmazok, szeparábilis metrikus terek. TE: A hallgató áttekinti a metrikus topológia részben már ismert fogalmait. Képes azokat a példák szintjére lebontani és értelmezni.
3. hét	G-delta és F-szigma halmazok, első és második kategóriájú halmazok és Baire kategória tétele. TE: A hallgató megismeri a Baire-féle kategória tételt és kapcsolódó fogalmait. Képes a módszereket a halmazelmélet már korábban megismert keretein belül önállóan értelmezni.
4. hét	Baire kategória tételének következménye a mindenhol folytonos és seholsem differenciálható függvények osztályára nézve. TE: A hallgató megismeri a Baire-féle kategória tétel következményeit, tovább mélyíti ismereteit a metrikus terek kategóriaelméleti tulajdonságai irányában.
5. hét	Stone-tétel és következményei, Weierstrass I. és Weierstrass II. tétele. TE: A hallgató megismeri a legfontosabb approximációs tételeket, képes azokat a sűrűség fogalmának összefüggéseiben látni és értelmezni.
6. hét	Szeminormák lineáris téren, tulajdonságaik, Zorn-lemma, a Hahn–Banach-tétel kiterjesztési alakja. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakört, képes azt a halmazelmélet korábban megismert eredményeibe beágyazni.
7. hét	Hahn–Banach tétel egy következménye (a Banach-limesz) és a Bohnenblust–Sobczyk-tétel. TE: A hallgató megismeri Hahn–Banach-tétel következményeit, tovább mélyíti ismereteit a témakör alapvető módszereit illetően.
8. hét	Normált terek, Banach terek, abszolút konvergens sorok, Schauder bázis. TE: A hallgató megismeri a normált terek elméletének alapjait, képes azt szintetizáló módon egybevetni a lineáris algebrából megismertekkel, látva a hasonlóságokat és a különbségeket.
9. hét	Az L(X,Y) és B(X,Y) terek, lineáris operátor folytonosságának és korlátosságának kapcsolata, additív és folytonos operátor homogenitása.

	TE: A hallgató megismeri a lineáris leképezések elméletének elemeit, képes azt összevetni a lineáris algebrából tanultakkal.
10. hét	A B(X,Y) tér teljessége, a Hahn–Banach-tétel lineáris normált terekben. TE: A hallgató megismeri a korlátos lineáris leképezések analitikus tulajdonságait, képes azt összevetni a lineáris algebrából tanultakkal, érti az analízis szerepét és járulékát az algebraihoz képest. Képes a korlátos lineáris leképezéseket a metrikus terek összefüggésébe helyezni.
11. hét	A Hahn–Banach-tétel elválasztási alakja. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakört. Tovább mélyíti a módszerek ismeretét.
12. hét	Nyílt leképezések tétele és Banach tétele a korlátos inverzről. TE: A hallgató megismeri a szeparációs tétel alkalmazásait.
13. hét	Ekvivalens normák Banach tereken, normák ekvivalenciája véges dimenziós lineáris normált tereken és a zárt gráf tétel. TE: A hallgató a szeparációs tétel további alkalmazásait megismerve képes mélyebb összefüggéseiben látni az euklideszi terekről normáiról és a normák ekvivalenciájáról már tanultakat.
14. hét	Egyenletes korlátosság tétele, Banach–Steinhaus I. és II. tétele, Banach téren értelmezett folytonos lineáris operátorok pontonkénti konvergenciája. TE: A hallgató megismeri Banach és Steinhaus tételeit, képes fölmérni a tárgy alkalmazásainak széles körű alkalmazhatóságát, megérti a közvetített szemléletmód hatékonyságát.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="6">Funkcionálanalízis</td><td colspan="2" rowspan="2">Kódja:</td><td colspan="2" rowspan="2">TTMME0203</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="6">Functional analysis</td></tr>
<tr><td colspan="12">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="9">DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="3">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td colspan="2">Kódja:</td><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td colspan="2" rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td colspan="2" rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Páles Zsolt</td><td>beosztása:</td><td colspan="3">egyetemi tanár</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a Hilbert terek és a modern operátorelmélet egyes elemeivel a vonatkozó definíciók, tételek és bizonyítások tekintetében.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten ismeri a matematika tudományának módszereit a funkcionálanalízis területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a funkcinálanalízis területén.
-T3: Jártas a klasszikus analízis, klasszikus és lineáris algebra, geometria közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

-K1: Képes a funkcinálanalízis területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a funkcinálanalízis fogalmakait.
-K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére a funkcinálanalízis segítségével.
-K4: Képes a funkcinálanalízisben megkülönböztetni a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K10: Képes a funkcinálanalízis alkalmazására a természettudományok, különösen a fizikában felvetett problémákban.

Attitűd:

-A1: Törekszik a funkcinálanalízis új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a funkcinálanalízis eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a funkcinálanalízis a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokait.
-A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tfunkcinálanalízis eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a funkcinálanalízisben szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a funkcinálanalízis területén megszerzett tudásának mértékét.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Hilbert tér, ortogonális felbontás tétele, Fourier sor, Bessel egyenlőtlenség, Gram-Schmidt eljárás, Riesz tétel, adjungált, önadjunált operátorok, Projekciók, kompakt operátorok Hilbert tereken, K(H) zártsága, kompakt operátorok spektruma, Fredholm alternatíva, kompakt önadjungált és normális operátorok spektráltétele, függvénykalkulus kompakt normális operátorokra, pozitív operátorok, Hilbert-Schmidt operátorok, nem korlátos operátorok Hilbert tereken.

Hilbert space, the orthogonal decomposition theorem, Fourier series, Bessel inequality, Gram–Schmidt orthogonalization process, Riesz theorem, adjoint and self-adjoint operators, projections, compact operators on Hilbert spaces, closedness of C(H), the spectrum of compact operators, Fredholm alternative, spectral theorem for compact self-adjoint and normal operators, functional calculus for compact normal operators, positive operators, Hilbert-

Schmidt operators, unbounded operators on Hilbert spaces.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Járai A.: *Modern alkalmazott analízis*, Typotex Könyvkiadó, 2007.
2. J. B. Conway, *A course in functional analysis*, Springer, 1989.
3. N. J. Dunford, J. T. Schwartz, *Linear operators*, Interscience Publishers, 1957.
4. N. I. Akhiezer, I.M. Glazman, *Theory of linear operators in Hilbert space*, Dover Publications, 1993

Heti bontott tematika

1. hét	Belső szorzat ter, Hilbert tér, halmaz ortogonális komplementere. TE: A hallgató megismeri a belsőszorzat tereket, megérti azok lineáris algebrai és geometria vonatkozásait, képes a korábbi bevezető tárgyak anyagát mélyebb összefüggésekben látni.
2. hét	Ortogonális felbontás tétele, ortogonális sorok konvergenciája. TE: A hallgató megérti az euklideszi tereken túl mutató absztraktciót, képes a merőlegesség fogalmát a megismert tételek összefüggéseiben újraértelmezni.
3. hét	Fourier sor, Bessel egyenlőtlenség, a teljesség és vele ekvivalens állítások. TE: A hallgató tovább mélyíti a metrikus és normált terek fogalmát, képes átlátni ezek kapcsolatát a belsőszorzat terekkel.
4. hét	Példák ortonormált rendszerekre Hilbert terekben. TE: A hallgató a példák segítségével elmélyíti és megtanulja az ortonormált rendszerekhez kötődő alapvető eredményeket.
5. hét	Gram-Schmidt eljárás, Riesz tétel, adjungált operátorok. TE A hallgató megismeri a lineáris algebra korábban megismert fogalmainak és tételeinek absztraktabb változatát. Képes a szemléletmódot elsajátítani, azon kersztül a ,ár tanultakat mélyebb összefüggéseiben látni.
6. hét	Projekciók. TE: A hallgató megismeri és megtanulja a projekciók alapvető tulajdonságait.
7. hét	Kompakt operátorok Hilbert tereken, K(H) zártsága. TE: A hallgató megismeri a kompakt operátor fogalmát, képes azt összehasonlítani a folytonos operátorokkal, megérti a köztük lévő hasonlóságokat és különbségeket.
8. hét	Konvergens operátorsorozat és kompakt operátor összetétele, véges rangú operátorok kapcsolata. TE: A hallgató megismeri a véges rangú operátorok alaptulajdonságait, ezeken keresztül megérti azok jelentőségét a kompakt operátorok elméletében.
9. hét	Kompakt operátorok spektruma.

	TE: A hallgató elsajátítja a fönt jelzett témakört, képes azt elemző módon összehasonlítani a mátrixelméletből ismert eredményekkel.
10. hét	Fredholm alternatíva, kompakt önadjungált operátorok spektráltétele. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönt jelzett témakört, megérti kapcsolódási pontjait a lineáris algebrához.
11. hét	Kompakt normális operátorok spektráltétele. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönt jelzett témakört, megérti kapcsolódási pontjait a lineáris algebrához.
12. hét	Függvénykalkulus kompakt normális operátorokra, pozitív operátorok. TE: A hallgató megismeri a függvénykalkulus elemeit, érti kapcsolatát a komplex elemi függvényekkel, átlátja kapcsolatát a differenciálegyenletek elméletével.
13. hét	Hilbert-Schmidt operátorok. TE: A hallgató megismeri a jelzett témakör alapfogalmait és eredményeit.
14. hét	Nem korlátos operátorok Hilbert tereken. TE: a hallgató megismeri a fent jelzett témakör alapjait, képes eredményeit összevetni és beágyazni az anyagban tanultakkal.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Parciális differenciálegyenletek</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0204</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Partial differential equations</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">Típus</td><td colspan="3">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2" colspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td>Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti 2</td><td>Heti 0</td><td>Heti 0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2" colspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td>Féléves</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="3">Dr. Fazekas Borbála</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi tanársegéd</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a parciális differenciálegyenletek elméletének alapvető eredményeit, találkozzanak a fontosabb egyenlettípusokkal és azok megoldási módszerével.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a parciális differenciálegyenletek elméletének területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri a matematika eredményeit a parciális differenciálegyenletek elméletének területén.
T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

K1: Képes a parciális differenciálegyenletek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a parciális differenciálegyenletek absztrakt fogalmait.
K3: Képes a parciális differenciálegyenletek elméletében szereplő eredmények, összefüggések szintézisére, magas szintű értékelésére.
K4: Képes megkülönböztetni a megalapozott és alá nem támasztott állításokat a parciális differenciálegyenletek elméletében.
K7: Képes a parciális differenciálegyenletek elméletének jellemző problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik a parciális differenciálegyenletek elméletével kapcsolatos új eredmények megismerésére.
A2: Törekszik a parciális differenciálegyenletek elméletével kapcsolatos eredmények minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a parciális differenciálegyenletek elméletében a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, az összefüggések szintézisére és azok magas szintű, a parciális differenciálegyenletek eszközeivel megalapozott értékelésére.
A5: Nyitott és fogékony a parciális differenciálegyenletek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a parciális differenciálegyenletek megoldásának elsajátítása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a parciális differenciálegyenletek területén és általában a matematikában megszerzett tudásának mértékét.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Fizikai példák. Elsőrendű egyenletek: homogén lineáris egyenletek, kvázilineáris egyenletek, általános egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladatok. Magasabb rendű egyenletek, Cauchy–Kovalevszkaja-tétel. Egy-, kettő-, illetve háromdimenziós hullámegyenlet. Inhomogén hullámegyenlet. Poisson-egyenlet, Green-függvények, harmonikus függvények, maximum-elv. A Laplace- és a Poisson-egyenletre vonatkozó kezdetiérték-feladat. A hővezetési egyenlet. Szoboljev-terek, gyenge megoldások.

Examples in physics. First order equations: homogeneous linear equations, quasilinear equations and Cauchy problems for general equations. Higher order equations, the Cauchy–Kovalevskaya theorem. One, two and three dimensional wave equation. Inhomogeneous wave equation. Poisson equation, Green functions, harmonic functions, maximum principle. Initial value problem for the Laplace and Poisson equations. The heat conduction equation. Sobolev spaces, weak solutions.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. V. I. Arnold: *Lectures on partial differential equations*, Springer, Berlin, 2004
2. Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László: Parciális differenciálegyenletek, TypoTeX, Budapest, 2013.3.
3. Czách László, Simon László: *Parciális differenciálegyenletek*, 1. félév, ELTE jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1993.
4. Simon László: *Parciális differenciálegyenletek*, 2. félév, ELTE jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1980.
5. Simon László, E. A. Baderko: *Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983.
6. Székelyhidi László: *Elsőrendű parciális differenciálegyenletek*, KLTE egyetemi jegyzet, Debrecen, 1980.
7. V. Sz. Vlagyimirov: *Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
8. V. Sz. Vlagyimirov: *Parciális differenciálegyenletek feladatgyűjtemény*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.

Heti bontott tematika	
1. hét	**Bevezetés: a parciális differenciálegyenletek fogalma, fontosabb egyenlettípusok és kapcsolódó fizikai példák.** TE: A hallgató megismeri a parciális differenciálegyenletek fogalmát és elmélyíti azt fizikai példákon keresztül.
2. hét	**Funkcionális függőség, funkcionális kifejezhetőség. Közönséges differenciálegyenletek első integráljai. Elsőrendű homogén lineáris parciális differenciálegyenletek. Elsőrendű kvázilineáris parciális differenciálegyenletek.** TE: A hallgató megismeri a parciális differenciálegyenletek vizsgálatával kapcsolatos eszközöket és alapvető fogalmakat. Képes a közönséges differenciálegyenletek elméletével szintetizáló módon egybevetni azokat.
3. hét	**Általános elsőrendű parciális differenciálegyenletek. Általános elsőrendű parciális differenciálegyenletre vonatkozó Cauchy-feladat.** TE: A hallgató megismeri az elsőrendű parciális differenciálegyenletek általános alakját és a rájuk vonatkozó kezdeti érték feladat megoldására vonatkozó eredményeket. Képes a közönséges differenciálegyenletek elméletével szintetizáló módon egybevetni azokat.
4. hét	**Magasabb rendű egyenletek, Cauchy-Kovalevszkaja-tétel. Másodrendű parciális differenciálegyenletek osztályozása.** TE: A hallgató megismeri a magasabb rendű parciális differenciálegyenletek általános alakját és kapcsolódó egzisztencia és unicitás tételt. Képes a közönséges differenciálegyenletek elméletével szintetizáló módon egybevetni azokat.
5. hét	**Az állandó együtthatós másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek kanonikus alakja.** TE: A hallgató megismerkedik a parciális differenciálegyenletek egy speciális osztályával és

	ezen egyenletek kanonikus alakra hozásának módszerével.
6. hét	Másodrendű szemilineáris egyenletek kanonikus alakja két független változó esetén. TE:A hallgató további speciális egyenletosztályokkal és ezen egyenletek kanonikus alakra hozásával ismerkedik meg.
7. hét	**Az egydimenziós hullámegyenlet a számegyenesen. Az egydimenziós hullámegyenletre vonatkozó kezdetiérték-feladat a számegyenesen, kezdeti- és peremérték-probléma intervallumon.** TE: A hallgató egy fizikai példa elméleti vizsgálatán keresztül elmélyíti tudását a másodrendű egyenletek területén. Képes az eddigi és modern analízisbeli tudását alkalmazni.
8. hét	**A három-, illetve kétdimenziós hullámegyenletre vonatkozó kezdetiérték-feladat. Inhomogén hullámegyenlet.** TE: A hallgató tovább mélyíti tudását a másodrendű egyenletek területén a már megsimert fizikai példa magasabb dimenziós változatának vizsgálatával.
9. hét	A Poisson-egyenlet alapmegoldásai, Green-függvény. TE: A hallgató elmélyíti tudását az elliptikus másodrendű egyenletek területén egy fizikai példa segítségével.
10. hét	A Poisson-formula, harmonikus függvények, maximum-elv, monotonitási-elv. TE: A hallgató további ismeretanyagra tesz szert. Képes az eddigi és modern analízisbeli tudását alkalmazni, a vizsgált problémákat ezek birtokában mélyebb összefüggéseiben látni.
11. hét	A Laplace-, és a Poisson-egyenletre vonatkozó egzisztencia-tételek. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témát. Képes a közönséges differenciálegyenletek elméletével és az eddig tanultakkal szintetizáló módon egybevetni azokat.
12. hét	**A hővezetési egyenlet magfüggvényei. A hővezetési-egyenletre vonatkozó kezdetiérték-probléma.** TE: Egy fizikai példa segítségével a hallgató elmélyíti tudását a parabolikus másodrendű egyenletek területén. Képes az eddigi és modern analízisbeli tudását alkalmazni, a vizsgált problémákat ezek birtokában mélyebb összefüggéseiben látni.
13. hét	**Gyenge deriváltak. Szoboljev-terek fogalma, tulajdonságai, ekvivalens normák.** TE: A hallgató megismeri az elmélet modern megközelítését. Képes a metrikus és normált terek eredményeit a jelen helyzetben alkalmazni, a modern analízis hatékonyságát fölismerni.
14. hét	**Másodrendű elliptikus peremérték-feladatok gyenge megoldásai.** TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakör elemeit. Képes fölismerni a Szoboljev-terek jelentőségét a megközelítésben és a vizsgálatok során.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Konvex optimalizálás**	Kódja:	**TTMME0205**
	angolul:	**Convex optimization**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Bessenyei Mihály**	beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

a konvex optimalizálás alapvető fogalmait és módszereit megismerjék, és ezeken keresztül bepillantást nyerjenek a szokásos módszerekkel nem kezelhető feltétel nélküli és feltételes szélsőérték problémák világába és alkalmazásaiba.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit a konvex optimalizálás területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a konvex optimalizálás területén.
-T3: Jártas a lineáris programozás, klasszikus szélsőérték problémák és nemlineáris funkcionálanalízis közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.

Képesség:

-K1: Képes a konvex optimalizálás területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a konvex optimalizálás fogalmait.
-K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és magas szintű, a konvex optimalizálás eszközeivel megalapozott értékelésére.
-K5: Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modelljei megalkotására, a modern matematika eredményeinek felhasználására a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.
-K6: Képes a gyakorlati életben megfigyelhető összefüggések absztrakt szinten történő megragadására.

Attitűd:

-A1: Törekszik a konvex optimalizálás új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a konvex optimalizálás eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A5: Nyitott és fogékony a konvex optimalizálás területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a konvex optimalizálás során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a konvex optimalizálás területén megszerzett tudásának mértékét.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.

A kurzus tartalma, témakörei

Burok operációk és reperezentációik. A Stone–Kakutani elválasztási tétel. Algebrai belső és algebrai lezárt. Komplementáris konvex halmazok algebrai lezártjainak metszete; konvex halmazok elválasztása lineáris függvénnyel. A Dubovickij–Miljutyin tétel és következményei. A Bernstein–Doetch tétel lineáris függvényekre; az elválasztási tételek topológikus alakja. Konvex és szublineáris függvények; a maximum-tétel és következményei. Konvex függvények szubgradiense, iránymenti deriváltja és ezek kapcsolata. Kalkulus szabályok. A Bernstein–Doetch tétel konvex függvényekre; következmények. Távolságfüggvény, érintőkúp, normálkúp; reperezentációk és kapcsolatok. Konvex feltételes szélsőérték feladatok minimuma; primál és duál feltételek. A konvex Fermat-elv. Büntetőfüggvény; a minimumhely jellemzése. A Karush–Kuhn–Tucker tétel és következménye. Slater-feltétel és Slater-tétel.

Hull operations and their representations. The Stone–Kakutani separation theorem. Algebraic interior and algebraic closure. The intersection of the algebraic closure of complementary convex sets; separation of convex sets by linear functions. The Dubovickij–Miljutin theorem and its consequences. The Bernstein–Doetsch theorem for linear functions; the topological form of the separation theorems. Convex and sublinear functions; the maximum theorem and its consequences. Subgradient and directional derivative of convex functions. Rules of calculus. The Bernstein–Doetsch theorem for convex functions. Distance function, tangent cone, normal cone. The minimum of convex conditional extremum problems; primal and dual conditions. The convex Fermat principle. Penalty function. The Karush–Kuhn–Tucker theorem and its consequence. Slater condition and Slater theorem.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. T. R. Rockafellar: *Convex Analysis*, Princeton University Press, Princenton, N. J., 1970.
2. J. M. Borwein and A. S. Lewis: *Convex Analysis and Nonlinear Optimization*, CMS Books in Mathematics, Springer, New York, 2006.

Heti bontott tematika

1. hét	Burok operációk; belső reperezentációik és tulajdonságaik. A Stone-Kakutani elválasztási tétel. TE: A hallgató képes a korábbról megismert struktúrákat egységes módon szemlélni, megérti az ezt lehetővé tevő absztraktciót.
2. hét	Algebrai belső és algebrai lezárt. Az algebrai belső előállításai. Komplementáris konvex halmazok algebrai lezártjainak metszete. TE: A hallgató megismeri a szív topológia elemeit, képes a megszerzett ismeretek birtokában mélyebb összefüggéseiben látni és értelmezni a szokásos topológia korábban tanult fogalmait.
3. hét	Konvex halmazok elválasztása lineáris függvénnyel; szorzat szíve. TE: A hallgató megismeri a Hahn-Banach tétel algebrai változatát, ezen keresztül a témakör legfontosabb módszereit és azok kapcsolatát a korábban tanultakkal.
4. hét	A Dubovickij-Miljutyin tétel és következményei: konvex halmazok mint félterek metszete. A Dubovickij-Miljutyin tétel kúpos változata. TE: A hallgató képes fölismerni a fönt nevezett eredmények és a Hahn-Banach tétel kapcsolatát, és megérti annak közvetlen következményeit.
5. hét	Elválasztási tételek topologikus vektortéren. A Bernstein-Doetch tétel lineáris függvényekre. TE: A hallgató megérti a topológiai struktúra szerepét és hozadékait. Képes mélyebb összefüggéseiben szemlélni a konvex függvények fogalmát és tulajdonságait.
6. hét	Dubovickij-Miljutyin tétel konvex halmazokra és kúpokra lineáris funkcionálokkal. TE: A hallgató képes fölismerni a fönt nevezett eredmények és a Hahn-Banach tétel funkcinális változatának kapcsolatát, és megérti annak közvetlen következményeit.
7. hét	Konvex és szublineáris függvények. A maximum-tétel. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit a témakör jellegzetes módszerei kapcsán.
8. hét	A maximum-tétel következményei: szendvics-tétel, Hahn-Banach tétel, Bronstad-tétel.

	TE: A hallgató elsajátítja a maximum tétel fontosabb következményeit.
9. hét	Konvex függvények szubgradiense, iránymenti deriváltja és ezek kapcsolata. Kalkulus szabályok iránymenti deriválttal és szubgradienssel. TE: A hallgató megismeri a szubgradiens fogalmát, képes átlátni annak kapcsolatát a derivált fogalmával. Elsajátítja a kalkulus szabályokat és képes azok segítségével a korábbi tanulmányai kapcsolódó elemeit mélyebb összefüggésbe helyezni.
10. hét	A Bernstein-Doetch tétel konvex függvényekre. Következmények: normált téren illetve euklideszi téren értelmezett konvex függvények Lipshitz-tulajdonsága. Reguláris konvex függvények iránymenti deriváltja és szubgradiense. TE: A hallgató megérti a konvex függvények alapvető tulajdonságait, képes ezeken keresztül fölismerni kulcsszerepüket a tárgyalt elmélet keretein belül és alkalamzásainak fényében.
11. hét	Távolságfüggvény és tulajdonságai. Az érintőkúp és jellemzése határértékkel és a távolságfüggvény iránymenti deriváltjával. Normálkúp fogalma és kapcsolata az érintőkúppal. TE: A hallgató megismeri a normálkúp és az érintőkúp fogalmát, alapvető tulajdonságait.
12. hét	Konvex feltételes szélsőérték feladatok. Lokális és globális minimum kapcsolata. Primál és duál feltételek. A konvex Fermat-elv. TE: A hallgató megismeri a konvex optimalizálás feltételes és feltétel nélküli szélsőérték problémáit. Látja a klasszikus analízis idevágó tételeinek kapcsolatát, képes szintetizálni a jelenlegiekkel.
13. hét	Büntetőfüggvény; a minimumhely jellemzése. A Karush-Kuhn-Tucker tétel és következménye. TE: A hallgató elmélyíti ismereteit a konvex optimalizálás feltételes és feltétel nélküli szélsőérték problémái kapcsán, és képes azokat a tanult módszerekkel kezelni.
14. hét	Slater-feltétel és Slater-tétel. TE: A hallgató elmélyíti ismereteit a konvex optimalizálás feltételes és feltétel nélküli szélsőérték problémái kapcsán, és képes azokat a tanult módszerekkel kezelni.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Fourier-sorok**					Kódja:	**TTMME0206**	
		angolul:		**Fourier series**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Gát György**					beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a Fourier analízis elemeivel, a vonatkozó definíciók, tételek és bizonyítások tekintetében. Jártasságot szerezzenek a témához kapcsolódó feladatok megoldásában.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a többváltozós Fourier sorok területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a többváltozós Fourier sorok területén.
-T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.
-T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

J-K1: Képes a többváltozós Fourier sorok módszereinek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a többváltozós Fourier sorok fogalmakait.
-K4: Képes a a többváltozós Fourier sorok elméletében megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K9: Képes a a többváltozós Fourier sorok eredményeinek, érveléseinek és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.
-K10: Képes a matematikai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában.

Attitűd:

-A1: Törekszik a többváltozós Fourier sorok új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a többváltozós Fourier sorok eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A4: Törekszik a többváltozós Fourier sorok eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a többváltozós Fourier sorok területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen és reálisan ítéli meg a többváltozós Fourier sorok területén megszerzett tudásának mértékét..
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg a többváltozós Fourier sorok problémáinak megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Marcinkiewicz interpoláció tételei, klasszikus és komplex trigonometrikus rendszer, Weierstrass tételei, trigonometrikus polinomok sűrűsége, Riemann-Lebesgue lemma, Dirichlet magfüggvények, Fejér magfüggvények, Fejér közepek normakonvergenciája Calderon-Zygmund dekompozíció, Hilbert operátor, Fejér-lebesgue tétel, Dini, Lipschitz konvergencia kritérimok, Fourier részletösszeg operátorok normakonvergenciája, Walsh rendszerre vonatkozó Fourier-sorok.

The interpolation theorems of Marcinkiewicz, classical and complex trigonometric systems, the theorems of Weierstrass, the density of trigonometric polynomials, the Riemann-Lebesgue lemma, Dirichlet kernels, Fejér kernels, norm convergence of Fejér means, the Calderon-Zygmund decomposition, Hilbert operator, Fejér-Lebesgue theorem, the Dini and the Lipschitz criteria for convergence, the norm convergence of Fourier partial sum operators, Fourier series with respect to Walsh systems.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga formájában, melybe a gyakorlaton nyújtott teljesítmény is beleszámít.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Pál L. Gy.: *Ortogonális függvénysorok*, Tankönyvkiadó, 1978.
2. Szőkefalvi-Nagy B.: *Valós függvények és függvénysorok*, Tankönyvkiadó, 1975.
3. N.K: Bary: *A Treatise on Trigonometric Series*, Elsevier, 2014.
4. A. Zygmund, *Trigonometric Series* Vol I., Cambridge University Press, 2002.

Heti bontott tematika	
• hét	Marcinkiewicz interpoláció tételei. TE: A hallgató elsajátítja a témakör alapvető interpolációs tételét, a bizonyítás módszereit és lépéseit elmélyíti a kapcsolódó feladatokon keresztül.
• hét	A klasszikus és komplex trigonometrikus rendszer, Weierstrass tételei. TE: A hallgató megismeri a trigonometrikus rendszert, megtanulja legfontosabb tulajdonságait, a példák segítségével képes önállóan meghatározni a klasszikus Fourier-együtthatókat.
• hét	Trigonometrikus polinomok, Lebesgue térbeli sűrűsége. TE: A hallgató megismeri a legfontosabb kapcsolódó fogalmakat és módszereket, képes azokat a funkcionálanalízis módszerein keresztül szemlélni.
• hét	Riemann-Lebesgue lemma, Dirichlet magfüggvények. TE: A hallgató megismeri a Dirichlet magfüggvényeket, képes azokat példákon keresztül kiszámítani és konvergencia tulajdonságaikat ellenőrizni.
• hét	Fejér magfüggvények és alapvető tulajdonságaik. TE: A hallgató megismeri a Fejér magfüggvényeket, képes azokat példákon keresztül kiszámítani és konvergencia tulajdonságait ellenőrizni.
• hét	Fejér közepek normakonvergenciája különféle terekben. TE: A hallgató tovább mélyíti a Fejér magfüggvényre vonatkozó ismereteit, képes a metrikus és normált terek elméletéből ismert fogalmakat alkalmazni rájuk.
• hét	Calderon-Zygmund dekompozíciós lemma. TE: A hallgató megismeri a fönti lemma állítását, a bizonyítás során tovább mélyíti az elmélet jellegzetes módszereit.
• hét	Hilbert operátor és tulajdonságai.

t	TE: A hallgató megismeri a Hilbert operátort, a kapcsolódó feladatok segítségével elmélyíti annak fogalmát.
● hé t	Fejér közepek maximáloperátora, kvázi lokalitása. TE: A hallgató megismeri a Fejér közepek maximáloperátorát, a kapcsolódó feladatok segítségével elmélyíti annak fogalmát.
● hé t	A Fejér-Lebesgue tétel. TE: A hallgató megismeri a Fejér-Lebesgue tételt, a kapcsolódó feladatok és példák alapján részleteiben képes látni a bizonyítás alapgondolatait és magát az állítást.
● hé t	Riemann első lokalizációs tétele, Dini, Lipschitz konvergencia kritérimok. TE: A hallgató megismeri Riemann első lokalizációs tételét. Képessé válik a konvergencia kritériumok önálló bizonyítására.
● hé t	Fourier részletösszeg operátorok egyenletes gyenge és erős típusosságai. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett fogalmakat, a kapcsolódó példákon keresztül képes azok mélyebb megértésére.
● hé t	Fourier részletösszeg operátorok normakonvergenciája Lebesgue terekben. A Walsh rendszerre vonatkozó Fourier-sorok. TE: A hallgató képes a funkcionálanalízis keretein belül értelmezni a különféle rendszerekre vonatkozó Fourier-sorok konvergencia kérdéseit, képes azokat összefüggéseiben értelmezni.
● hé t	Zárthelyi dolgozat. TE:

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Közönséges differenciálegyenletek alkalmazásai</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0207</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Applications of ordinary differential equations</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">Neve:</td><td colspan="4">Dr. Novák-Gselmann Eszter</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a közönséges differenciálegyenletek elméletének legfontosabb egzisztencia és unicitási tételeivel, azok alkalmazási területeivel, klasszikus problémáival, a differenciálegyenletek stabilitásával, valamint betekintést nyerjenek a variációszámításba.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a közönséges differenciálegyenletek területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a közönséges differenciálegyenletek területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a közönséges differenciálegyenletekhez kapcsolódó bizonyítások alapelveit, módszereit.

Képesség:

-K1: Képes a közönséges differenciálegyenletek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a közönséges differenciálegyenletek absztrakt fogalmait.
-K4: Képes megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat a közönséges differenciálegyenletek területén.
-K7: Képes a közönséges differenciálegyenletek problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a közönséges differenciálegyenletekhez kapcsolódó eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

-A1: Törekszik a közönséges differenciálegyenletek új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a közönséges differenciálegyenletek eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a közönséges differenciálegyenletek területén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a közönséges differenciálegyenletek eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a közönséges differenciálegyenletek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a közönséges differenciálegyenletek elsajátítása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a közönséges differenciálegyenletek területén megszerzett tudásának mértékét.
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Autonóm differenciálegyenlet-rendszerek és fázistereik, Differenciálegyenletek stabilitása, Lyapunov tételei, a Lyapunov-féle direkt módszer, Peremérték-problémák és sajátérték-feladatok, Green-függvény, Egzisztencia és unicitási tételek, Maximum- és minimumelv, Nemlineáris peremérték-problémák, Sturm-Liouville sajátérték-feladatok, Forgásszimmetrikus elliptikus problémák, Diffeomorfizmusok és szimmetriák, Az egyparaméteres szimmetriacsoport alkalmazása egyenlet integrálására, Variációszámítás, Az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek, Az Euler--Lagrange-differenciálegyenletek invarianciája, Az Euler--Lagrange-differenciálegyenletek kanonikus alakja, Az Euler--Lagrange-differenciálegyenletek első integráljai, A Noether-tétel, A legkisebb hatás elve, Néhány klasszikus probléma megoldása.

Autonomous systems of differential equations and their phase spaces. Stability of differencial equations, the theorems of Lyapunov, the direct method of Lyapunov. Boundary value problems and eigenvalue problems. Green function. Existence and uniqueness theorems. Maximum and minimum principles. Nonlinear boundary value problems. Sturm-Liouville eigenvalue problems. Rotationally symmetric elliptic problems. Diffeomorphisms and their symmetries. The application of the one-parameter symmetry group to integration of equations. Calculus of variations, the Euler–Lagrange differential equations, the invariance of the Euler–Lagrange differential equations, the canonical form of the Euler–Lagrange differential equations, the first integrals of the Euler–Lagrange differential equations. The Noether theorem. The principle of stationary action.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

[1] V. I. Arnol'd, *Közönséges differenciálegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
[2] V. I. Arnol'd, *A mechanika matematikai módszerei*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
[3] V. I. Arnol'd, *A differenciálegyenletek elméletének geometriai fejezetei*, Műszaki Könyvkiadó, 1988.
[4] B. Dacorogna, *Introduction to the calculus of variations*, 2nd ed., London: Imperial College Press, 2008.
[5] Ph. Frank, R. Mises, *A mechanika és fizika differenciál- és integrálegyenletei I-II.*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
[6] A. D. Ioffe, V. M. Tihomirov, *Theory of extremal problems*, Studies in Mathematics and its Applications, 6. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979.
[7] W. Walter, Gewöhnliche *Differentialgleichungen -- Eine Einfürung*, 7. Auflage, Springer, 2000.

Heti bontott tematika	
1. hét	Autonóm differenciálegyenlet-rendszerek és fázistereik, Autonóm rendszerek, Egyensúlyi helyzetek és zárt trajektóriák, Fázisterek. TE: A hallgató megismerkedik a közönséges differenciálegyenletek alapvető elemeivel és tulajdonságaival, képes korábbi előtanulmányait differenciálegyenletekből új összefüggéseiben látni.
2. hét	Differenciálegyenletek stabilitása, Lyapunov tételei. TE: A hallgató mélyebb összefüggésében megismeri a differenciálegyenletek stabilitásához kapcsolódó tételeket, képes fölismerni szerepüket a fizikai problémákban.
3. hét	A Lyapunov-féle direkt módszer. TE: A hallgató megismerkedik a Lyapunov-függvény fogalmával és a stabilitás Lyapunov-féle elégséges feltételeivel.
4. hét	Peremérték-problémák és sajátérték feladatok, Peremérték-problémák megfogalmazása, Sturm-féle peremérték-problémák, Alapmegoldások, A Green-függvény. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönti témakörök elemeit, képes azokat a modern analízis szemléletmódjában értelmezni.
5. hét	Nemlineáris peremérték-problémák, A maximum- és a minimumelv. TE: A hallgató képes érzékelni a lineáris és nemlineáris problémák közötti különbséget. Képes alkalmazni a korábban funkcionálanalízisből megismert eredményeket peremérték-problémák elméletében.
6. hét	Sturm-Liouville-féle sajátérték-feladatok, Forgásszimmetrikus elliptikus problémák. TE: A hallgató megismerkedik a sajátérték-feladatok elméletével, képes alkalmazni a korábban tanult spektrálelméleti állításokat a közönséges differenciálegyenletek elméletében. Továbbá, birtokában lesz a parciális differenciálegyenletek elméletében kiemelkedő fontosságú elliptikus egyenletek egy megoldási módszerének.
7. hét	Egyparaméteres transzformációcsoportok, Egyparaméteres diffeomorfizmuscsoportok, Diffeomorfizmusok hatása vektormezőkre és iránymezőkre.

	TE: A hallgató betekintést nyer a differenciálgeometria algebrai módszereibe, majd ezt alkalmazza a közönséges differenciálegyenletek iránymezőire.
8. hét	Diffeomorfizmusok hatása vektormezőkön, Szimmetriák, A kiegyenesítési tétel. TE: A szükséges differenciálgeometriai és algebrai módszerek megismerése után a hallgató képes közönséges differenciálegyenletek szimmetriáinak meghatározására, ezzel bizonyos speciális alakú differenciálegyenletek általános megoldását elő tudja állítani.
9. hét	Funkcionálok variációja, Bilineáris és kvadratikus funkcionálok, Funkcionálok második variációja. TE: A hallgató megismerkedik a variációszámítás elemeivel, klasszikus problémáival, funkcionálok variációjával és megismeri a bilineáris és kvadratikus funkcionálok fogalmát, jellemzéseit.
10. hét	Funkcionálok extrémuma, az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek TE: A hallgató megismeri és megérti a funkcionálok extrémumának keresési eljárásait. Képessé válik olyan speciális funkcionálok variációját meghatározni, melyek esetében a stacionárius egyenlet egy közönséges differenciálegyenlet, melyhez peremfeltétel van adva.
11. hét	Az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek invarianciája, az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek kanonikus alakja, az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek első integráljai. TE: Új változók bevezetésével a hallgató képes az Euler-Lagrange-differenciálegyenleteket kanonikus alakra hozni, ebből pedig meg tudja határozni ezeknek az egyenleteknek az első integráljait és képes az első integrálokat konkrét fizikai példákban interpretálni.
12. hét	Noether-tétel, A legkisebb hatás elve. TE: A Noether-tétel segítségével a hallgató meg tudja határozni az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek szimmetriáit, egy-egy ilyen szimmetriához képes megmaradási elvet rendelni, majd ezeket megfelelő fizikai környezetben interpretálni.
13. hét	Elegendő feltétel az extrémumra, Néhány klasszikus probléma megoldása. TE: A hallgató egy elegendő feltételt ismer meg funkcionálok extrémumára, ezt felhasználva képessé válik kiszűrni, hogy a stacionárius helyek közül melyek lesznek valóban szélsőérték helyek. Képes megoldani a legklasszikusabb problémákat, mint például legrövidebb út problémája, Brachisztochron-probléma, láncgörbe problémája.
14. hét	Többváltozós függvények variációszámítása, másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek. TE: A hallgató képes többváltozós függvényekre vonatkozó variációszámítási feladatok felállítására. A korábbi elméleti háttér segítségével származtatni tudja a legfontosabb másodrendű kvázilineáris parciális differenciálegyenletekre vonatkozó peremérték feladatokat.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Játékelmélet</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td colspan="2" rowspan="2">TTMME0208</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Game theory</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="8">DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="3">Heti óraszámok</td><td colspan="2" rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td colspan="2" rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td>Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti 2</td><td>Heti 0</td><td>Heti 0</td><td colspan="2" rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td colspan="2" rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td>Féléves</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Boros Zoltán</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a játékelmélet alapfogalmait és alapvető eredményeit, valamint azok kapcsolatát a korábban illetve párhuzamosan tanult matematikai diszciplínákkal.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a játékelmélet területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a játékelmélet területén.
T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

K1: Képes a játékelmélet területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
K3: Képes a játékelmélet eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és magas szintű, a tudomány eszközeivel megalapozott értékelésére.
K4: Képes a játékelmélet területén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
K7: Képes a játékelmélet problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik a játékelmélet új eredményeinek megismerésére.
A2: Törekszik a játékelmélet eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a játékelmélet területén megszerzett ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a játékelmélet eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudomány eszközeivel megalapozott értékelésére.
A5: Nyitott és fogékony a játékelmélet területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a játékelmélet területén szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a játékelmélet területén megszerzett tudásának mértékét.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Nem-kooperatív játékok normál alakja. A Nash-féle egyensúlyi helyzet fogalma, létezése. A legjobbválasz-leképezés. A játékelméletben alkalmazott fixponttételek. Véges játékok elemzése, szigorúan dominált stratégiák, kétszemélyes véges játékok bimátrix reprezentációja. A játékelméleti megközelítés alkalmazása egyszerűbb piaci modellekre (duo-pólium, oligopólium). Véges játékok kevert bővítése. Kétszemélyes zéróösszegű játékok, mátrix-játékok. Játékok extenzív alakban. Kombinatorikus játékok, kupac-játékok, Grundy-számozás. Kooperatív játékok, a koalíció értéke. A Nash-féle alkumodell.

The normal form of non-cooperative games. The notion and existence of Nash equilibrium. The best response mapping. Fixed point theorems in game theory. Analysis of finite games, strictly dominated strategies, bimatrix representation of finite two-person games. Application of the game theoretic approach to simple market models (duopolium, oligopolium). Mixed extension of finite games. Two-person zero-sum games, matrix games. Games in extensive form. Combinatorial games, Grundy's games, Grundy numbering. Cooperative games, the value of the coalition. Nash's model of bargaining.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

1. Kim C. Border: Fixed point theorems with application to economic and game theory, Cambridge University Press, Cambridge UK, 1985.
2. Csirmaz László: Játékok és Grundy-számaik, KöMaL, 1980. december.
3. R. Gibbons: Bevezetés a játékelméletbe, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005.

Ajánlott szakirodalom:

1. J. H. Conway: On numbers and games, Academic Press, 1976.
2. Martin J. Osborne: An Introduction to Game Theory, Oxford University Press, 2003.
3. Szép J., Forgó F.: Bevezetés a játékelméletbe, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1974.
4. Szidarovszky F., Molnár S.: Játékelmélet műszaki alkalmazásokkal, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.

Heti bontott tematika

1. hét	Játékok normál formában. Stratégiák és stratégiaprofilok. Nash-egyensúly. Példák, bimátrix játékok. Stratégiailag ekvivalens játékok. TE: A hallgató megismerkedik a játékelmélet alapfogalmaival, képes a lineáris algebra módszereit alkalmazni.
2. hét	Véges játékok, a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése. TE: A hallgató megismerkedik a dominált stratégiák kiküszöbölésének egy módszerével, képes a lineáris algebra módszereit alkalmazni.
3. hét	Egyensúlypontok felcserélhetősége, Nash-halmazok. Kétszemélyes antagonisztikus játékok. A játék értéke. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit az elméletben további bizonyítási módszereket sajátít el.
4. hét	Kétszemélyes zérusösszegű játékok. Egyensúly és minimax. Egyensúlyi stratégiák és stratégia-profilok szimmetrikus kétszemélyes, zérusösszegű játékokban. TE: A hallgató megismeri a kétszemélyes, zérusösszegű játékok alapfogalmait és alaptételeit.
5. hét	A Nash-egyensúly létezésének elegendő feltételei. A legjobbválasz-leképezés fogalma és foly-

	tonossága. TE: A hallgató megismeri a játékelmélet egyik központi eredményét, képes az analízis és fixponttételek vonatkozó eredményeinek szerepét átlátni és alkalmazni.
6. hét	Véges játékok kevert bővítése, szimmetrikus Nash-egyensúly létezése. TE: A hallgató további alapvető játékelméleti eredményeket ismer meg, képes az analízis és fixponttételek vonatkozó eredményeinek szerepét átlátni és alkalmazni.
7. hét	Mátrix-játékok. TE: A hallgató elsajátítja a mátrix-játékok alapvető eredményeit és módszereit, képes a lineáris algebra módszereit a tanultakkal összhangba hozni.
8. hét	Játékok extenzív formában, játékfa. Információs halmazok. Extenzív és normál forma. Nash-egyensúly és részjáték tökéletesség. Példák. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit a játékelmélet terén. Újabb módszereket sajátít el.
9. hét	Kombinatorikus játékok, kupac játékok. Grundy-számozás. TE: A hallgató megtanulja a kombinatorikus játékok elemeit, képes a diszkrét matematika eszköztárát a jelen helyzetben alkalmazni.
10. hét	Végtelen játékok: a Banach–Mazur-játék intervallumokkal. TE: A hallgató bepillantást nyer a végtelen játékok elméletébe, ezen keresztül újabb összefüggéseiben képes látni és értelmezni a halmazelmélet transzfinit módszereit.
11. hét	Játékok koalíciós formában. Példák. A koalíció értéke. TE: A hallgató megismeri a koalíció és annak értékének fogalmát. Képes az eddig tanultak kereteibe ágyazni azokat.
12. hét	A ház-elosztási probléma és annak gráfelméleti megoldása. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakört, képes gráfelméletből korábban elsajátított módszereket alkalmazni.
13. hét	Házasítási problémák. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakört, képes gráfelméletből korábban elsajátított módszereket alkalmazni.
14. hét	Kétszemélyes kooperatív játékok. A Nash-féle alkumodell. TE: A hallgató megismeri a kétszemélyes kooperatív játékok elméletének alapjait, képes ezt az eddig tanult keretrendszerbe helyezni.

A tantárgy neve:		magyarul:		Ortogonális polinomok				Kódja:	TTMME0209	
		angolul:		Orthogonal Polynomials						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	Kollokvium	3	magyar
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		Dr. Boros Zoltán		beosztása:	egyetemi docens	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek az ortonormált rendszerek absztrakt elméletével, valamint a legklasszikusabb speciális esetekkel (trigonometrikus rendszer, adott súlyfüggvényre nézve ortogonális polinom-sorozatok), valamint ezek legfontosabb alkalmazásaival az approximációelméletben.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit az ortogonális polinomok területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit az ortogonális polinomok területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri az ortogonális polinomokhoz kapcsolódó bizonyítások alapelveit, módszereit.
-T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

-K1: Képes az ortogonális polinomok területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
-K3: Képes az ortogonális polinomokhoz kötődő eredmények, összefüggések szintézisére, magas szintű értékelésére.
-K4: Képes megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat az ortogonális polinomok elméletében.
-K7: Képes az ortogonális polinomokhoz kapcsolódó problémákat szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

-A1: Törekszik az ortogonális polinomok új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik az ortogonális polinomok eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse az ortogonális polinomokhoz kötődő tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-A4: Törekszik az ortogonális polinomok eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony az ortogonális polinomok területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy az ortogonális polinomokhoz kapcsolódó tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az ortogonális polinomok területén megszerzett tudásának mértékét.
-F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Hilbert-terek, ortonormált rendszerek. Trigonometrikus- és ortogonális polinomsorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Fourier-transzformáció. Az approximációelmélet elemei. Stone-tétel, Bohmann-Korovkin-tétel. Legjobb approximáció polinomokkal. Jackson tételei. Interpoláció. Spline-függvények.

Hilbert spaces, the spaces ℓ^2 and L^2. Cauchy–Bunyakovsky–Schwarz inequality. Orthonormal sequences in Hilbert spaces. Fourier series, Bessel inequality and the Parseval formula. Closedness and completeness of orthonormal sequences. The Fourier transformation. The Lebesgue lemma. The trigonometric system. The Dirichlet kernel. The theorems of Dini and Lipschitz. Pointwise convergence of trigonometric Fourier series in the sense of Cesaro. The Fejér kernel and the theorems of Fejér. The approximation theorems of Weierstrass. Gram determinant and the Schmidt orthogonalization process. Existence and completeness of systems of orthogonal polynomials with respect to given weight functions. Classical systems of polynomials. The Rodrigues formula. Best approximation by polynomials. Chebyshev polynomials. Pointwise convergence of orthogonal series, the Rademacher–Mensov theorem. Modulus of continuity, the theorems of Jackson, Bohmann-Korovkin theorem. Stone–Weierstrass theorem, Müntz theorem. Lagrange interpolation. Hermite interpolation. Spline functions.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Paál L. Gy.: Ortogonális függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1982.

Ajánlott szakirodalom:

1. Szőkefalvi-Nagy B.: *Valós függvények és függvénysorok*, Tankönyvkiadó, 1972.
2. I. P. Natanszon: *Konstruktív függvénytan*, Tankönyvkiadó, 1952.
3. N. I. Ahijezer: *Előadások az approximáció elméletéről*, Akadémiai Kiadó, 1951.

Heti bontott tematika	
1. hét	Hilbert-tér fogalma, példák (ℓ^2-tér, L^2-terek). Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz egyenlőtlenség. TE: A hallgató megismerkedik a szorzatterek fogalmával, legfontosabb tulajdonságaival, illetve a Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz egyenlőtlenséggel.
2. hét	Ortonormált sorozatok Hilbert terekben. Elem Fourier-sora, Bessel-egyenlőtlenség, Parseval-képlet. Ortonormált sorozat zártsága és teljessége. TE: A hallgató megismerkedik az ortonormált sorozatokkal és azok alapvető tulajdonságaival.
3. hét	A Fourier-transzformáció és tulajdonságai. A Lebesgue-lemma. TE: A hallgató megismerkedik a Fourier-transzformáció fogalmával és legfontosabb tulajdonságaival.
4. hét	A trigonometrikus rendszer. Függvények trigonometrikus Fourier-sora, pontonkénti konvergencia. A Dirichlet-féle magfüggvény. Dini és Lipschitz tételei. TE: A hallgató jártasságot szerez a trigonometrikus Fourier-sorok elméletében.
5. hét	Trigonometrikus Fourier-sorok Cesaro-értelemben vett pontonkénti konvergenciája. A Fejér-féle magfüggvény, Fejér tételei. Weierstrass approximációs tételei. TE: A hallgató megérti a mély összefüggéseket a trigonometrikus Fourier-sorok konvergenciájával kapcsolatos eredmények között.
6. hét	A trigonometrikus rendszer teljessége. A Parseval-képlet alkalmazásai. TE: A hallgató megismeri a trigonometrikus rendszer teljességére vonatkozó állítást, továbbá a Perseval-képlet alkalmazásait. Képes a tanultakat a moder analízis keretrendszerében látni.
7. hét	Gram-determináns, Schmidt-féle ortogonalizáció. Adott súlyfüggvényre nézve ortogonális polinomrendszerek létezése és teljessége. TE: A hallgató megismeri a súlyfüggvényre nézve ortogonális polinomrendszereket és a kapcsolódó eredményekkel. Képes a tanultakat a moder analízis keretrendszerében látni.
8. hét	Példák klasszikus polinom-rendszerekre. A Rodrigues-formula. TE: A hallgató néhány példát és azok tulajdonságait ismeri meg klasszikus polinom-rendszerekre. Tovább fejleszti a klasszikus analízisbeli számolási készségét.
9. hét	Legjobb approximáció polinomokkal. Csebisev-polinomok. TE: A hallgató megérti a polinomokkal történő legjobb approximáció problémáját és az arra vonatkozó eredményeket.

10. hét	Ortogonális sorok pontonkénti konvergenciája, a Rademacher–Mensov-tétel. TE: A hallgató megismeri és megérti az ortogonális sorok pontonkénti konvergenciájához kapcsolódó tételeket.
11. hét	Folytonossági modulus, Jackson tételei, Bohmann-Korovkin-tétel. TE: A hallgató megismerkedik az approximációelmélet legfontosabb elemeivel, tételeivel.
12. hét	Stone–Weierstrass-tétel, Müntz tétele. TE: A hallgató megismerkedik az approximációelmélet legfontosabb elemeivel, tételeivel.
13. hét	Lagrange-féle interpoláció. Hermite-interpoláció. TE: A hallgató megismeri és megérti az interpolációs problémákat és legfontosabb fajtáit. Tovább fejleszti a klasszikus és numerikus analízisbeli számolási készségét.
14. hét	Spline-függvények. TE: A hallgató megismerkedik a Spline-függvények fogalmával, legfontosabb tulajdonságaival. Képes azokat az approximációelmélet keretrendszerében szemlélni.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Topologikus fixponttételek**					Kódja:	**TTMME0210**
		angolul:		**Topological fixed point theory**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Bessenyei Mihály**			beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerje a topologikus fixponttételek, s ezen keresztül a nemlineáris funkcionálanalízis alapvető eredményeit, módszereit és azok szerteágazó alkalmazásait a matematika különféle ágaiban.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit a topologikus fixponttételek elméletében.
-T2: Összefüggéseiben ismeri a matematika eredményeit a topologikus fixponttételek elméletének területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

-K1: Képes a topologikus fixponttételek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a topologikus fixponttételek absztrakt fogalmakait.
-K3: Képes a topologikus fixponttételek eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére, magas szintű értékelésére.
-K4: Képes megkülönböztetni a megalapozott és alá nem támasztott állításokat a fixponttételek elméletében.
-K7: Képes a topologikus fixponttételek elméletének jellemző problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

-A1: Törekszik a topologikus fixponttételek új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a topologikus fixponttételek eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a topologikus fixponttételek elméletében a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, az összefüggések szintézisére és azok magas szintű, a topologikus fixponttételek eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a topologikus fixponttételek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a topologikus fixponttételek elsajátítása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a topologikus fixponttételek területén és általában a matematikában megszerzett tudásának mértékét.
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Szimplexek és baricentrikus koordináták. Sperner-számozás, Sperner-lemma. A KKM lemma euklideszi terekben és topológikus vektorterekben. A Ky Fan egyenlőtlenség. Szeminormált terek; Tyihonov fixponttétele. A Brouwer-féle fixponttétel és Schauder 1. fixponttétele. Kompakt leképezések; Schauder-approximáció és Schauder 2. fixponttétele. Alkalmazások a differenciálegyenletek elméletében, a játékelméletben és a funkcionálanalízisben: Peano tétele, Nash tétele és a Lomonoszov-tétel. Kuratowski-féle nemkompaktsági mérték és tulajdonságai. Kondenzáló leképezések; a Darbo–Szadovszkij-féle fixponttétel. Affin leképezéscsaládok fixpontjai: a Markov–Kakutani–Tyihonov és a Markov–Kakutani–Darbo–Szadovszkij-féle fixponttétel. A fokszámelmélet alaptétele és néhány alkalmazása: az algebra alaptétele, a Brouwer-féle fixponttétel és a Poincare-féle sündisznótétel. Halmazértékű leképezések; az equilibrium-tétel. Középérték tételek; a Kakutani–Fan–Glicksberg tétel és a Bolzano–Miranda tétel.

Simplices and barycentric coordinates. Sperner numbering, Sperner lemma. The KKM-lemma in Euclidean spaces and in linear topological spaces. The Ky Fan inequality. Seminormed spaces; the fixed point theorem of Tychonoff. The Brouwer fixed point theorem and the first fixed point theorem of Schauder. Compact mappings; Schauder approximation and the second fixed point theorem of Schauder. Applications in the theory of differential equations, in game theory and in functional analysis: the theorem of Peano, the theorem of Nash and the Lomonosov theorem. Kuratowski measure of non-compactness and its properties. Condensing maps; the Darbo–Sadovsky fixed point theorem. Fixed points of families of affine maps: the Markov–Kakutani–Tychonoff and the Markov–Kakutani–Darbo–Sadovsky fixed point theorem. The fundamental theorem of index theory and some of its applications: the fundamental theorem of algebra, the Brouwer fixed point theorem and the hairy ball theorem. Set-valued mappings; the equilibrium theorem. Mean value theorems; the Kakutani–Fan–Glicksberg theorem and the Bolzano–Miranda theorem.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. E. Zeidler: *Nonlinear Functional Analysis and its Applications I-IV,* Springer, 1986.
2. A. Granas, J. Dugundji: *Fixed Point Theory,* Springer, 2003.

Heti bontott tematika	
1. hét	Bevezetés: a Brouwer-féle fixponttétel és a negatív retrakt elv. A Brouwer-féle fixponttétel zárt intervallum és zárt körlemez esetén. Az algebrai topológia elemei: homotóp görbék és fundamentális csoport. TE: A hallgató megismeri és megérti az analízis és csoportelmélet mélyebb összefüggéseit, képes azokat összekapcsolni az algebrai topológia módszerei segítségével.
2. hét	Affin függetlenség és jellemzése; baricentrikus koordináták. Szimplex fogalma. Trianguláció, Sperner-számozás, Sperner-lemma. KKM lefedés és KKM lemma. TE: A hallgató megismeri a kombinatorikus geometria szerepét és megérti kapcsolatát a folytonosság fogalmával.
3. hét	KKM leképezés fogalma. Riesz lemmája. A KKM lemma topológikus vektorterekben. Kvázikonkáv és kvázikonvex függvények; alulról és felülről való félig folytonosság. A Ky Fan egyenlőtlenség. TE: A hallgató jártasságot szerez a topológikus vektorterek absztrakt fogalmainak használatá-

	ban, összefüggéseiben megismerve azok alkalmazásait.
4. hét	Lokálisan konvex topologikus vektorterek. A Tyihonov fixponttétel és következményei: Schauder első fixponttétele és a Brouwer-féle fixponttétel.
	TE: A hallgató megismeri az előzőleg tanult fogalmak és eredmények fixponttételekre vonatkozó következményeit.
5. hét	A kompaktsági feltétel diszkussziója. Kompakt leképezés fogalma. A Schauder-féle approximációs tétel és a Schauder-féle fixponttétel második változata.
	TE: A hallgató képessé válik a véges és végtelen dimenziós példák legfontosabb kölönbségeit átlátni és felismerni, valamint az ennek áthidalására szolgáló absztraktciókat megérteni.
6. hét	Folytonos függvénytér relatív kompakt részhalmazai; az Arzéla-Ascoli tétel. A Peano-féle egzisztenciatétel elsőrendű explicit közönséges differenciálegyenletekre.
	TE: A hallgató mélyebb összefüggésében megismeri és megérti a differenciálegyenletek elméletének fixponttételes megközelítését, jártasságot szerezve a kapcsolódó fixponttétel modell felállításában.
7. hét	A játékelmélet alapvető fogalmai: véges játék, kevert játék, nyeregpont. Nyeregpont létezésének szükséges és elegendő feltétele. Neumann tétele. A Nash-féle egyensúly fogalma, Nash tétele.
	TE: A hallgató mélyebb összefüggésében megismeri és megérti a játékelmélet fixponttételes megközelítését, jártasságot szerezve a kapcsolódó fixponttétel modell felállításában.
8. hét	Az invariáns altér problémája. Nem szeparábilis Hilbert-terek. A Lomonoszov-tétel és következményei: az Aronszajn-Smith tétel és a Bernstein-Robinson tétel.
	TE: A hallgató mélyebb összefüggésében megismeri és megérti az invariáns altér probléma kapcsán fixponttételes megközelítés szerepét, képes összegezni a korábbi eredményekkel.
9. hét	A Kuratowski-féle nemkompaktság-mérték és tulajdonságai. Következmények: a Mazur-lemma és a Schauder-féle fixponttétel második változata.
	TE: A hallgató mélyebb összefüggéseiben megérti átlátja a kompaktság fogalmát, képes az eddigi eredmények mélyebb szemléletű újragondolására.
10. hét	Kondenzáló leképezések és Krasznoszelszkij tétele. A Tarski-féle fixponttétel elemi változata; a Darbo-Szadovszkij-féle fixponttétel.
	TE: A hallgató megérti a nemkompaktság mérték szerepét a kondenzáló leképezések fixpont tulajdonságai kapcsán. Képes a kapott eredmények fényében mélyebb összefüggéseiben látni az eddigi fixpont eredményeket.
11. hét	Affin leképezéscsaládok közös fixpontjai: a Markov-Kakutani-Tyihonov és a Markov-Kakutani-Darbo-Szadovszkij-féle fixponttétel.
	TE: A hallgató megérti a nemkompaktság mérték szerepét a leképezéscsaládok közös fixpont tulajdonságai kapcsán.
12. hét	A fokszámelmélet alapjai. Megengedett párok, megengedett homotópiák. A Leary-Schauder-féle egzisztencia és unicitási tétel. Alkalmazások: az algebra alptétele, a Brouwer-féle fixponttétel és a Poincaré-féle sündisznótétel. A Borsuk-Ulam tétel.
	TE: A hallgató megismeri a fokszámelmélet alapjait, mélyebb összefüggéseiben látja a klasszikus algebra és komplex függvénytan alapvető tételeit és módszereit. Képes ennek absztrakt összefüggéseibe helyezni a korábbi fixponttételeket.
13. hét	Halmazértékű leképezések külső és belső folytonossága. Intervallumértékű leképezések félig folytonossága. Egységbontás. Érintőkúp és az equilibrium-tétel.
	TE: A hallgató fölismeri a folytonosság fogalmában rejlő messzemenő általánosítási lehetőségeket, megérti és összefüggéseiben látja az equilibrium-tétel bizonyítása során alkalmazott magasabb matematikai eszközöket és módszereket.
14. hét	A Kakutani-Fan-Glicksberg tétel. Fixponttételek befelé és kifelé irányuló leképezésekre. A Bolzano-féle középérték tétel általánosításai. További alkalmazások: a Bolzano-Miranda tétel.
	TE: A hallgató megismeri az equilibriumtétel legfontosabb következményeit, ezen keresztül mélyebb összefüggéseiben látva a klasszikus analízis középérték tételeit.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Iteratív fixponttételek**	Kódja:	**TTMME0211**
	angolul:	**Iterative fixed point theory**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Bessenyei Mihály**	beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék és elsajátítsák az iteratív fixponttételek legfontosabb eredményeit, bepillantát nyerve azok széleskörű alkalmazási lehetőségeir.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri az iteratív fixponttételek módszereit az analízis területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az iteratív fixponttételek eredményeit az analízis területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.
-T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

-K1: Képes az iteratív fixponttételek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az iteratív fixponttételek fogalmakat.
-K3: Képes az iteratív fixponttételek modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-K4: Képes az iteratív fixponttételek területén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K7: Képes a az iteratív fixponttételek problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K10: Képes a az iteratív fixponttételek ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában.

Attitűd:

-A1: Törekszik az iteratív fixponttételek új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik az iteratív fixponttételek eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse az iteratív fixponttételek területén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-A4: Törekszik az iteratív fixponttételek eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony az iteratív fixponttételek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az iteratív fixponttételek területén megszerzett tudásának mértékét.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

A Banach-féle fixponttétel és paraméteres változata. A fixpontok stabilitása. Nemexpanzív leképezések. A Banach-féle fixponttétel általánosításai: a Matkowski-féle fixponttétel, a Ciric-féle fixponttétel és a Hegedűs–Szilágyi–Walter-féle fixponttétel. Fraktálelmélet: a Hausdorff–Pompeiu távolság és a Blaschke-tétel. Hutchinson tétele. Hausdorff-dimenzió és kiszámítása hasonlósági transzformációk esetén. A Banach-féle fixponttétel két megfordítása: a Bessaga-tétel és a Meyer-tétel. Fixponttételek monoton leképezésekre: Tarski fixponttétele; a Knaster–Tarski és a Kantarovics–Tarski fixponttétel. A Bishop–Phelps rendezés. Caristi és Nadler tételei; az Ekeland-féle variációs elv.

The Banach fixed point theorem and its parametric version. The stability of fixed points. Nonexpansive mappings. Generalizations of the Banach fixed point theorem: the Matkowski fixed point theorem, the Ciric fixed point theorem and the Hegedűs–Szilágyi–Walter fixed point theorem. The theory of fractals: the Hausdorff–Pompeiu distance and the Blaschke theorem. The theorem of Hutchinson. Hausdorff dimension and its computation in the case of similarity transformations. Two reversed versions of the Banach fixed point theorem: the Bessaga-theorem and the Meyer-theorem. Fixed point theorems for monotone mappings: the fixed point theorem of Tarski; the Knaster–Tarski and the Kantorovich–Tarski fixed point theorems. The Bishop–Phelps order. The theorems of Caristi and Nadler; the Ekeland variational principle.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. E. Zeidler: *Nonlinear Functional Analysis and its Applications I-IV,* Springer, 1986.
2. A. Granas, J. Dugundji: *Fixed Point Theory,* Springer, 2003.

Heti bontott tematika	
1. hét	A Banach-féle fixponttétel és paraméteres változata. Különféle hibabecslések. Szigorúan nem-expanzív leképezések. TE: A hallgató elsajátítja a témakör legfontosabb módszereit, megérti annak mélyebb összefüggését a Piccard-iterációval.
2. hét	A Banach-féle fixponttétel általánosításai: a Matkowski-féle fixponttétel. TE: A hallgató megismeri Banach fixponttételének általánosítási lehetőségeit, mélyebb látásmódra tesz szert az absztrakt fogalomalkotás terén.
3. hét	A Banach-féle fixponttétel általánosításai: a Ciric-féle fixponttétel. TE: A hallgató megismeri Banach fixponttételének általánosítási lehetőségeit, mélyebb látásmódra tesz szert az absztrakt fogalomalkotás terén.
4. hét	A Banach-féle fixponttétel általánosításai: a Hegedűs-Szilágyi-Walter-féle fixponttétel. TE: A hallgató megismeri Banach fixponttételének általánosítási lehetőségeit, mélyebb látásmódra tesz szert az absztrakt fogalomalkotás terén.
5. hét	Fraktálelmélet. A Hausdorff-Pompeiu távolság és Blaschke tétele. TE: A hallgató megismeri a fraktálfogalom fixponttos megközelítését, képes új összefüggésben látni a metrikus terekről eddig tanult ismereteket.
6. hét	A fraktálok, mint iteratív függvényrendszerek trajektóriái. A Hutchinson-tétel. Példák.

	TE: A hallgató elsajátítja a fraktálfogalom fixpontos megközelítését, képes a Banach-féle fixponttételt e környezetbe helyezni, önállóan alkalmazza a megismert tételekt példákra.
7. hét	Hausdorff-mérték. Lipshitz-függvények, Lipshitz-izometriák és Hausdorff-mérték. Hausdorff-dimenzió. TE: A hallgató megismeri a mértékelmélet további alkalamzaásait, megérti a Hausdorff-dimenzió fogalmát, képes ezáltal mélyebb összefüggéseiben látni a dimenziófogalmat.
8. hét	Affin kontrakciócsalád által származtatott fraktálok Hausdorff-dimenziója. Nevezetes fraktálok dimenziója. TE: A hallgató megtanulja a dimenzióformulát, képes azt önállóan példékra alkalmazni.
9. hét	A Banach-féle fixponttétel megfordításai: a Bessaga-tétel. TE: A hallgató megismeri a Banach-féle fixponttétel megfordításait, fölismeri és megérti a transzfinit módszerek szerepét és jelentőségét.
10. hét	A Banach-féle fixponttétel megfordításai: a Meyer-tétel. TE: A hallgató megismeri a Banach-féle fixponttétel megfordításait, fölismeri és megérti a transzfinit módszerek szerepét és jelentőségét.
11. hét	Monoton leképezésekre vonatkozó fixponttételek. Tarski fixponttételei; a Tarski-Knaster és a Tarski-Kantarovics fixponttétel. TE: A hallgató megismeri az iteratív módszer monoton változatait, képessé válik fölismerni a konstruktív és transzfinit módszerek helyét és létjogosultságát..
12. hét	Monoton leképezésekre vonatkozó fixponttételek alkalmazásai a számosságaritmetikában és a differenciálegyenletek elméletében. TE: A hallgató mélyebb összefüggéseiben látja az iteratív módszer monoton változatait, megérti annak jelentőségét az alkalmazásokon keresztül.
13. hét	A Bishop-Phelps-féle rendezés és az Ekeland-féle variációs elv. Alkalmazások: Caristi fixponttétele és a kritikus pontok módszere. TE: A hallgató megismeri az iteratív módszerek variációszámításban betöltött szerepét, mélyebb és átfogóbb összefüggésbe helyezi az alapozó analízis már tanult fogalmait és tételeit.
14. hét	Az Ekeland-elv lkalmazásai: további fixponttételek, kritikus pontok módszere, optimalizálás. TE: A hallgató megismeri az iteratív módszerek variációszámításban betöltött szerepét, mélyebb és átfogóbb összefüggésbe helyezi a szélsőértékszámítás fogalmait és tételeit.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Banach-algebrák**				Kódja:	**TTMME0212**	
		angolul:		**Banach algebras**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Nagy Gergő**		beosztása:	**egyetemi tanársegéd**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerje a Banach-algebrákhoz kapcsolódó alapvető eredményeket, módszereket és azok szerteágazó alkalmazásait a matematika különféle ágaiban.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit a Banach-algebrák területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a Banach-algebrák területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.

Képesség:

-K1: Képes a Banach-algebrák területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
-K4: Képes a szakterületén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K7: Képes a Banach-algebrákhoz kapcsolódó problémákat szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a Banach-algebrákhoz kapcsolódó eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

-A1: Törekszik a Banach-algebrák új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a Banach-algebrák eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a Banach-algebrák területén tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a Banach-algebrák eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a Banach-algebrák területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a Banach-algebrákhoz kapcsolódó tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a Banach-algebrák területén megszerzett tudásának mértékét.
-F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Banach-algebrák. Spektrum. Holomorf függvénykalkulus. Kommutatív Banach-algebrák Gelfand-elmélete. Banach-algebrák reprezentációi. C-algebrák. A folytonos függvénykalkulus. Spektráltétel. Pozitív lineáris funkcionálok. C*-algebrák reprezentációi. A GNS-konstrukció, Gelfand-Naimark tétel.*

Banach algebras. The spectrum, the spectral radius formula. Basic properties of the holomorphic functional calculus and its applications. The Gleason–Kahane–Zelazko theorem. Gelfand theory for commutative Banach algebras. Uniform algebras, function algebras. Representations of algebras, the Jacobson radical. Representations of Banach algebras. Basic properties of C*-algebras. Continuous functional calculus and its applications. Spectral measures and spectral integrals. Spectral theorem and its applications. Positive linear functionals. Characterizations and decomposition of representations of C*-algebras. GNS construction. The Gelfand–Naimark theorem. Properties of representations of C*-algebras.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. J. B. Conway: *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1990.
2. G. J. Murphy: *C*-Algebras and Operator Theory*, Academic Press, 1990.

Heti bontott tematika

I. hét	Banach-algebrák. A spektrum alaptulajdonságai. TE: A hallgató megismeri a Banach-algebrák spektrálelméletének alapjait. Mélyebb összefüggéseiben látja a lineáris algebrából és klasszikus analízisből ismert kapcsolódó eredményeket.
II. hét	Spektrálsugár formula. A holomorf függvénykalkulus alaptulajdonságai. TE: A hallgató elmélyíti a Banach-algebrák spektrálelméletének alapjait. Mélyebb összefüggéseiben látja a klasszikus és modrn analízisből illetve komplex függvénytanból ismert kapcsolódó eredményeket.
III. hét	A holomorf függvénykalkulus további tulajdonságai és alkalmazásai. Gleason-Kahane-Zelazko tétel. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témaköröket. További kapcsolatokat ért meg a komplex függvénytannal.
IV. hét	Kommutatív Banach-algebrák Gelfand-elmélete. TE: A hallgató megismeri a Banach-algebrák Gelfand-elméletét. Képes az algebrából és funkcionálanlízisből idevágó tanulmányait fölidézni és alkalmazni.
V. hét	Uniform algebrák, függvényalgebrák. TE: Ahallgató megismeri az unform és függvényalgebrák elméletének alapjait.
VI. hét	Algebrák reprezentációi, Jacobson radikál. TE: A hallgató képes a modern algebra szerepét fölismerni és eredményeit alkalamzni.
VII. hét	Banach-algebrák reprezentációi. C*-algebrák alaptulajdonságai.

	TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témaköröket. Képes a modern algebra keretrendszeré-be helyezni azokat.
VIII. hét	Folytonos függvénykalkulus és alkalmazásai. TE: A hallgató megismeri a folytonos függvénykalkulus elemeit. Képes azokat összevetni a mátrixok analitikus függvényeiről korábban tanultakkal.
IX. hét	A folytonos függvénykalkulus további alkalmazásai. TE: A hallgató az alkalmazásokon keresztül tovább mélyíti a folytonos függvénykalkulushoz kötődő tudását. Képes a moder analízis mélyebb összefüggéseibe helyezni azokat.
X. hét	Spektrálmérték és spektrálintegrál. TE: A hallgató megismeri a spektrálanalízis elemeit. Képes azokat a mérték- és integrálelmé-let keretrendszerébe helyezni.
XI. hét	Spektráltétel és alkalmazásai. TE: A hallgató tovább mélyíti a spektrálanalízis elemeihez kötődő tudását.
XII. hét	Pozitív lineáris funkcionálok. TE: a hallgató megismeri a fönti témakör alpvető eredményeit. Képes a klasszikus analízis és lineáris algebra korábbi kapcsolódó eredményeit e keretrendszerben látni és értelmezni.
XIII. hét	C*-algebrák reprezentációinak jellemzései, felbontásuk. GNS-konstrukció. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a jelzett témakörök eredmyényeit.
XIV. hét	Gelfand-Naimark tétel. C*-algenrák reprezentációinak tulajdonságai. Speciális C*-algebrák reprezentációi. TE: A hallgató megismeri a fenti témakört. Képes a modern algebra és funkcionálanalízis módszereinek szerepét megérteni és azokat alkalmazni a témakörben.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Fejezetek a funkcionálanalízisből**						Kódja:	**TTMME0213**	
		angolul:	**Selected topics in functional analysis**								
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:			-						Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	**Kollokvium**	**3**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Novák-Gselmann Eszter**				beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

a modern funkcionálanalízis legfontosabb eredményivel megismerkedjenek, korábbi modern analízis tanulmányaikat újabb alapvető adalékokkal kiegészítsék.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit a modern funkcionálanalízis területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a modern funkcionálanalízis területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.

Képesség:

-K1: Képes a modern funkcionálanalízis területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
-K7: Képes a modern funkcionálanalízishez kapcsolódó problémákat szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a modern funkcionálanalízishez kapcsolódó eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

-A1: Törekszik a modern funkcionálanalízis új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a modern funkcionálanalízis eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A5: Nyitott és fogékony a modern funkcionálanalízis területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a modern funkcionálanalízishez kapcsolódó tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen és reálisan ítéli meg a modern funkcionálanalízis területén megszerzett tudásának mértékét.
-F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.

A kurzus tartalma, témakörei

Lineáris operátorok, zárt operátorok, reguláris és szinguláris operátorok, Az adjungált operátor, Projekcióoperátorok és zárt alterek, alterek Hilbert-összege, A spektráltétel szorzatalakja B-részalgebrákra, a spektráltétel szorzatalakja korlátos operátorokra, a spektrálmérték, Neumann-tétel, a spektrálintegrál, a spektráltétel korlátos normális operátorokra, a spektráltétel szorzatalakja, a gyenge és az erős operátortopológia, a Neumann-féle második kommutáns tétel, a Kaplansky-féle sűrűségi-tétel, az $\mathbb{L}^{\infty}$ függvénykalkulus, Kommutatív Neumann-algebrák, Projekciók geometriája, Neumann-algebrák osztályozása, I. típusú Neumann-algebrák, Faktorok, Nemkorlátos operátorok és kommutatív Neumann-algebrák.*

Linear operators, closed operators, regular and singular operators. The adjoint operator. Projection operators and closed subspaces, Hilbert space direct sum of subspaces. The product form of the spectral theorem for B*-subalgebras, the product form of the spectral theorem for bounded operators, the spectral measure, von Neumann theorem, the spectral integral, the spectral theorem for bounded normal operators, the product form of the spectral theorem, the weak and strong operator topologies, von Neumann’s double commutant theorem, the Kaplansky density theorem. Commutative von Neumann algebras. The geometry of projections, classification of von Neumann algebras, type I von Neumann algebras. Factors. Unbounded operators and commutative von Neumann algebras.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

[1] R.V. Kadison and J.R. Ringrose,*Fundamentals of the Theory of Operator Algebras*, Vol. I., Academic Press, 1983.
[2] R.V. Kadison and J.R. Ringrose, *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras*, Vol. II., Academic Press, 1986
[3] Molnár Lajos, *Banach-algebrák, C*-algebrák és Neumann-algebrák*, Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézete, Debrecen, 2000.
[4] Járai Antal, *Spektrálelmélet*, Kossuth Lajos Tudományegyetem, Debrecen, 1992.

Heti bontott tematika

1. hét	Lineáris operátorok, zárt operátorok, reguláris és szinguláris operátorok. TE: A hallgató mélyebb összefüggéseiben képes látni a lineáris algebrai a funkcionálanalízs-beli előtanulmányok során megismert fogalmakat és eredményeket.
2. hét	Az adjungált operátor, projekcióoperátorok és zárt alterek, alterek Hilbert-összege. TE: A hallgató mélyebb összefüggéseiben képes látni a lineáris algebrai a funkcionálanalízs-beli előtanulmányok során megismert fogalmakat és eredmyényeket.
3. hét	A spektráltétel szorzatalakja B* részalgebrákra. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakört. Képes ennek fényében a korábbi tanulmányait új nézőpontba helyezni.
4. hét	A spektráltétel szorzatalakja korlátos operátorokra. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakört. Képes ennek fényében a korábbi tanulmányait új nézőpontba helyezni.
5. hét	Spektrálmérték, Neumann-tétel, spektrál integrál. TE: A hallgató képes a mértékelmélet módszereit fölidézni és a fönti témakörben értő módon alkalmazni.
6. hét	A spektráltétel korlátos normális operátorokra, a spektráltétel szorzatalakja. TE: A hallgató mélyebb összefüggéseiben képes látni a lineáris algebrai a funkcionálanalízs-beli előtanulmányok során megismert fogalmakat és eredmyényeket.
7. hét	A gyenge és az erős operátortopológia. TE: A hallgató a jelzett témakörök fényében képes a metrikus és topológikus terekről tanultakat mélyebb összefüggéseiben látni, újabb ismeretanyaggal kiegészíteni.
8. hét	A Neumann-féle második kommutáns tétel, a Kaplansky-féle sűrűségi tétel. TE: A hallgató a jelzett témakörök fényében képes a metrikus és topológikus terekről tanultakat mélyebb összefüggéseiben látni, újabb ismeretanyaggal kiegészíteni.
9. hét	Az függvénykalkulus. TE: A hallgató képes a fönt jelzett témakört elsajátítani, ennek alapján a klasszikus és modern analízis kapcsolódó és megismert eredményeit szintetizálni.
10. hét	Kommutatív Neumann-algebrák. TE: A hallgató megismeri a fönti témakört, képes azt a modern algebra összefüggéseiben elhelyezni.
11. hét	Projekciók geometriája, Neumann-algebrák osztályozása. TE: A hallgató tovább mályíti a Neumann-algebrákkal, s ezen keresztül a jelen témakörrel kapcsolatos ismereteit. Képes fölismerni a modern analízis és modern algebra hatásait.
12. hét	I típusú Neumann-algebrák. TE: A hallgató tovább mályíti a Neumann-algebrákkal, s ezen keresztül a jelen témakörrel

	kapcsolatos ismereteit. Képes fölismerni a modern analízis és modern algebra hatásait.
13. hét	Faktorok. TE: A hallgató további ismeretekre tesz szert.
14. hét	Nemkorlátos operátorok és kommutatív Neumann-algebrák. TE: A hallgató megismeri a föntieket, képes az eredméyeket összevetni a korlátos operátorok témakörével, érti a mind a hasonlóságok, mind a különbségek mélyebb okait.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="6">Függvényegyenletek</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0214</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="6">Functional equations</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="8">DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="6">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="5">Dr. Mészáros Fruzsina</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi adjunktus</td></tr>
<tr><td colspan="11">A kurzus célja, hogy a hallgatók
megismerje a függvényegyenletek alapvető eredményeit, módszereit és azok szerteágazó alkalmazásait a matematika különféle ágaiban, illetve más tudományterületeken.</td></tr>
</table>

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit a függvényegyenletek területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit az függvényegyenletek területén.
-T3: Jártas a függvényegyenletek közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a függvényegyenletekhez kapcsolódó bizonyítások alapelveit, módszereit.

Képesség:

-K1: Képes a függvényegyenletek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a függvényegyenletekhez kapcsolódó fogalmakat.
-K3: Képes a függvényegyenletekhez kötődő eredmények, összefüggések szintézisére és magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-K4: Képes a szakterületén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K7: Képes a függvényegyenletek problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

-A1: Törekszik a függvényegyenletek új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a függvényegyenletek eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-A4: Törekszik a függvényegyenletek eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a függvényegyenletek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a függvényegyenletekhez kapcsolódó tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a függvényegyenletek területén megszerzett tudásának mértékét.
-F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

A Cauchy-féle alapegyenletek és további lineáris egyenletek. A Pexider, Jensen, Hosszú, D'Alembert és normanégyzet egyenletek. Derivációk és az információelmélet függvényegyenletei. Kiterjesztési és stabilitási tételek. Függvényösszetételt tartalmazó egyenletek. A függvényegyenletek regularitáselméletének alapjai. Alkalmazások.

The fundamental equations of Cauchy and other linear equations. The Pexider, Jensen, Hosszú, D'Alembert and the square-norm equations. Derivations and the functional equations in information theory. Extension and stability theorems. Equations involving composition of functions. Basics of the regularity theory of functional equations.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Aczél, J., *Lectures on functional equations and their applications*, Academic Press, New York and London, 1966.
2. Aczél, J., Dhombres, J., *Functional equations in several variables*, Cambridge University Press, 1989.
3. Járai, A., *Regularity Properties of Functional Equations in Several Variables*, Springer-Verlag, 2005
4. Kuczma, M., *An introduction to the theory of functional equations and inequalities*, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa-Kraków-Katowice, 1985
5. Lajkó, K., *Függvényegyenletek feladatokban*, jegyzet, Debreceni Egyetem, 2005

Heti bontott tematika

1. hét	Cauchy-féle alapegyenletek, reguláris (folytonos, egy pontban folytonos, korlátos, mérhető) megoldások. TE: A hallgató megismeri a témakör alapegyenletét. Képes azt a lineáris algebra, halmazelmélet, funkcionálanalízis összefüggésében látni és értelmezni.
2. hét	Cauchy-féle alapegyenletek, általános megoldások TE: A hallgató elmélyíti a témakör alapegyenletét. Képes azt a lineáris algebra, halmazelmélet, funkcionálanalízis összefüggésében látni és értelmezni.
3. hét	A Cauchy-féle alapegyenletekre közvetlenül visszavezethető, további lineáris egyenletek, visszavezetés differenciálegyenletekre. TE: A hallgató megérti az alapegyenlet témakörben betöltött jelentős szerepét. Képes módszer szinten alkalmazni a differenciálegyenletekből elsajátított ismereteit.
4. hét	Pexider és Jensen egyenletek, Jensen konvex és konvex függvények TE: A hallgató megismeri a pexideráció és konvexitás fogalmát és tulajdonságait. Képes ezeket az algebra és halmazelmélet keretrendszerében látni és értelmezni.
5. hét	Hosszú, D'Alembert és normanégyzet egyenletek TE: A hallgató további fontos egyenlettípusokat ismer meg és azokra vonatkozó eredményeket sajátít el.
6. hét	Derivációk. TE: A hallgató megismeri a deriváció fogalmát és a kapcsolódó eredményeket. Képes a korábban algebrából és halmazelméletből tanultak szerepét a témakörben átlátni.
7. hét	Az információelmélet függvényegyenletei. TE: A hallgató megismeri az információelmélet egyenletét és a kapcsolódó eredményeket. Képes a korábban algebrából és halmazelméletből tanultak szerepét a témakörben átlátni.
8. hét	Kiterjesztési és stabilitási tételek TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakörök alapvető eredményeit. Képes ezek birtokában mélyebb összefüggéseiben látni a differenciálegyenletek elméletének hasonló témáit.
9. hét	Függvényösszetételt tartalmazó egyenletek TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönti témakört. Tovább mélyíti eddigi ismereteit a tárgy jellegzetes módszereit illetően.
10. hét	A függvényegyenletek regularitáselméletének alapjai. TE: A hallgató megismeri a regularitáselmélet alapjait. Képes a mértékelméletből és klasszikus analízisből tanult módszerek és eszközök szerepét fölismerni.
11. hét	Kvázimatematikai középértéktételek.

	TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témakör klasszikus eredményeit. Ezek birtokában képes a klasszikus analízis nevezetes egyenlőtlenségeit mélyebb összefüggéseiben átlátni.
12. hét	Az asszociativitás és a biszimmetria függvényegyenlete. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönt jelzett témakörök alapjait. Lehetősége nyílik megoldatlan problémák, kutatási témák megismerésére.
13. hét	A konzisztens aggregáció problémája. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönt jelzett témakörök alapjait. Lehetősége nyílik megoldatlan problémák, kutatási témák megismerésére.
14. hét	További alkalmazások: termelési függvények. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönt jelzett témakörök alapjait. Lehetősége nyílik megoldatlan problémák, kutatási témák megismerésére.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Függvényegyenlőtlenségek**				Kódja:	**TTMME0215**	
		angolul:		**Functional Inequalities**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Boros Zoltán**		beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a konvexitás szokásos jellemzéseivel és legelterjedtebb általánosításaival a valós függvények körében, valamint betekintést nyerjenek ezen eredmények alkalmazási lehetőségeibe nevezetes középértékek összehasonlításakor és más nevezetes egyenlőtlenségek igazolása során.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a függvényegyenlőtlenségek területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a függvényegyenlőtlenségek területén.
T3: Jártas a klasszikus és modern analízis és a lineáris algebra közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.
T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

K1: Képes függvényegyenlőtlenségek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza függvényegyenlőtlenségek területén megismert absztrakt fogalmakat.
K3: Képes a függvényegyenlőtlenségek eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és magas szintű, a tudomány eszközeivel megalapozott értékelésére.
K4: Képes a függvényegyenlőtlenségek területén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
K7: Képes a függvényegyenlőtlenségek területén adódó problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik a függvényegyenlőtlenségek területén új eredmények megismerésére.
A2: Törekszik a függvényegyenlőtlenségek eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a függvényegyenlőtlenségek területén megszerzett ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a függvényegyenlőtlenségek eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
A5: Nyitott és fogékony a függvényegyenlőtlenségek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Konvex függvények és általánosításaik, Jensen-egyenlőtlenség. Schur-konvexitás és majorizáció. A középértékek elmélete. Az összehasonlítás, egyenlőség és homogenitás problémája, valamint Hölder- és Minkowski-típusú egyenlőtlenségek a kváziaritmetikai és további középértékosztályokban.

Convex functions and their generalizations, the Jensen inequality. Schur convexity and majorization. The theory of mean values. The comparison, the equality and the homogeneity problem, and Hölder- and Minkowski-type inequalities in the class of quasiarithmetic means and in other classes of means.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli, írásbeli vagy beadandó dolgozat formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Gy. Pólya: *Inequalities*, Cambridge University Press, 1952.
2. M. Kuczma: *An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities*, Prace Naukowe Universitetu Słaskiego w Katowicach, Państwowe Wydawnictwo Naukowe-Universitet Słaski, 1985.
3. A. W. Roberts, D. E. Varberg: *Convex Functions*, Academic Press, 1973.

Heti bontott tematika

1. hét	Konvex/konkáv függvény fogalma, a konvexitás ekvivalens alakjai (valós változó esetén). TE: A hallgató megismerkedik konvex függvények fogalmával és annak ekvivalens megfogalmazásaival. Képes az alapozó analízisből tanult kapcsolódásokat magasabb szinten látni.
2. hét	Konvex függvények regularitása (egyoldali deriváltak, szubdifferenciál, folytonosság és további következmények). TE: A hallgató megismerkedik a konvex függvényekhez kapcsolódó differenciálhatósági fogalmakkal. Képes az analízis tanult eszközeit alkotó módon fölhasználni.
3. hét	Differenciálható függvények konvexitása: (szigorúan) konvex/konkáv függvények jellemzése a (kétszer) differenciálható függvények körében. TE: A hallgató megismerkedik függvények konvexitásának különböző jellemzéseivel differenciálható esetben. A hallgató áttekinti az analízisből már tanultakat.
4. hét	Folytonos függvények konvexitása (Jensen-konvexitás, Wright-konvexitás). TE: További konvexitási fogalmakkal ismerkedik meg a hallgató, és azok kapcsolatával a folytonos esetben. A hallgató mélyebb kapcsolatokat ismer meg a témakör alapfogalmai közt.
5. hét	A Hadamard-egyenlőtlenség és megfordításai. TE: A hallgató megismerkedik a Jensen-konvexitás egy ekvivalens megfogalmazásával. Képes az klasszikus analízis elemeit alkotó módon fölhasználni.
6. hét	Közép fogalma, nevezetes tulajdonságok, példák, a két változós számtani közép karakterizációja. TE: A hallgató megismerkedik a közép fogalmával és nevezetes példákon keresztül elmélyíti az ismeretet. További összefüggéseket ért meg az egyenlőtlenségek elmélete és a klasszikus analízis között.
7. hét	Kváziaritmetikai közepek fogalma, összehasonlítása. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit a közepek elméletének területén egy általánosabb középosztály bevezetésével és, felhasználva a függvények konvexitása területén elsajátított eredményeket, megismerkedik a kváziaritmetikai közepek összehasonlításáról szóló tétellel.
8. hét	Kváziaritmetikai közepek egyenlősége, eltolás-invarianciája, homogenitása. TE: A hallgató megismeri a kváziaritmetikai közepek nevezetes részosztályait. További összefüggéseket ért meg az egyenlőtlenségek elmélete és a klasszikus analízis között.
9. hét	Hatványközepek és összehasonlításuk. Egyenlőtlenség hatvány-összegekre. TE: A hallgató képes alkalmazni az általános esetben megismert összehasonlítási tételt speciális kváziaritmetikai közepekre.
10. hét	A Hölder-egyenlőtlenség és a Minkowski-egyenlőtlenség. Az Ingham–Jessen-egyenlőtlenség. TE: A hallgató megismerkedik két, a hatványközepekre vonatkozó, alapvető egyenlőtlenséggel. Az eredményeket képes a témakörben elhelyezni, a klasszikus analízsből már megismertekkel egybevetni.

11. hét	Minkowski típusú egyenlőtlenségek kváziaritmetikai közepekre. TE: Az előzőekben megismert egyenlőtlenségeket a kváziaritmetikai közepek osztályára általánosítva, a hallgató elmélyíti tudását ezen közepek elméletében. Az eredményeket képes a témakörben elhelyezni.
12. hét	Hölder típusú egyenlőtlenségek kváziaritmetikai közepekre. TE:Az előzőekben megismert egyenlőtlenségeket a kváziaritmetikai közepek osztályára általánosítva, a hallgató elmélyíti tudását ezen közepek elméletében. Az eredményeket képes a témakörben elhelyezni.
13. hét	Lagrange-közepek összehasonlítása. TE: A hallgató egy, a klasszikus analízisben megismert középértéktétel segítségével, újabb középértékosztályt ismer meg. Az eredményeket képes a témakörben elhelyezni.
14. hét	Lagrange-közepek homogenitása. TE: A bevezetett új középosztály fontosabb tulajdonságaival ismerkedik meg a hallgató. Lehetőséget kap nyitott problémák és kutatási témák megismerésére.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Disztribúciók és integráltranszformációk**					Kódja:	**TTMME0216**	
		angolul:	**Distributions and integral transforms**							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Fazekas Borbála**			beosztása:	**egyetemi tanársegéd**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék és elsajátítsák a parciális differenciálegyenletek elméletének Szoboljev tereken keresztül történő modern tárgyalását.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a disztribúciók módszerét az analízis területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri a disztribúciók elméletének eredményeit az analízis területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

-K1: Képes a disztribúciók és integráltranszformációk területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a disztribúciók és integráltranszformációk fogalmait.
-K4: Képes a a disztribúciók és integráltranszformációk területén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K10: Képes a disztribúciók és integráltranszformációk elméletének alkotó jellegű alkalmazására a természettudományok, különösen a fizikában felvetett problémák megoldásában.

Attitűd:

-A1: Törekszik a disztribúciók és integráltranszformációk elméletének új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a disztribúciók és integráltranszformációk eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A6: Folyamatosan törekszik a disztribúciók és integráltranszformációk elméletében szerzett ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a disztribúciók és integráltranszformációk elméletében szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, különösen fizikai alkalmazásokban felmerülő problémák megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

A tesztfüggvények és a disztribúciók terei. Műveletek disztribúciókkal. Disztribúciók deriválása, integrálása, direkt szorzat, konvolúció. Temperált disztribúciók. Fourier-transzformáció. Paley-Wiener-tétel. Állandó együtthatós parciális differenciálegyenletek alapmegoldása. Szoboljev terek. Beágyazási és kiterjesztési tételek. Állandó együtthatós hiperbolikus és parabolikus egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladat általánosított és klasszikus megoldása. Elliptikus egyenletekre vonatkozó általánosított és klasszikus peremérték feladatok. Vegyes feladatok általánosított és klasszikus megoldása. Laplace-transzformáció és alkalmazásai.

The spaces of test functions and distributions. Operations on distributions. Derivation and integration of *distributions, direct product, convolution. Tempered distributions. Fourier transformation. Paley—Wiener theorem. Fundamental solutions of partial differential equations with constant coefficients. Sobolev spaces. Embedding and extension theorems. Generalized and classical solution of Cauchy problems for hyperbolic and parabolic equations with constant coefficients. Generalized and classical boundary value problems for elliptic equations. Generalized and classical solution of mixed problems. Laplace transformation and its applications.*

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Davies, B.: *Integráltranszformációk és alkalmazásaik*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983.
2. Donoghue, W. F.: *Distributions and Fourier transforms*, Academic Press, New York, London, 1969.
3. Simon, L, Baderko, E. A.: *Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983.
4. Schücker, T.: Distributions, *Fourier transforms and some of their applications to physics*, World Scientific Publishing, Singapore, London, 1991.
5. Walter, W.: *Einführung in die Theorie der Distributionen*

Heti bontott tematika

1. hét	A tesztfüggvények tere. Approximációs tétel, az egységbontás tétele. A disztribúció fogalma. TE: A hallgató megismeri a disztribúció fogalmát, ezen keresztül mélyebb összefüggéseiben látja a kalsszikus és modern analízis módszereit.
2. hét	Műveletek disztribúciókkal. Disztribúciók tartója. TE: A hallgató megismeri a disztribúciókkal történő műveleteket, kellő jártasságot szerez a kapcsolódó kalkulusban.
3. hét	Konvergencia a tesztfüggvények terében. Disztribúciók deriválása, parciális deriváltak. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a disztribúciók analízisét, ezáltal mélyebb összefüggésbe helyezi a klasszikus és modern analízis már megismert eredményeit.
4. hét	Disztribúciók direkt szorzata. Disztribúciók konvolúciója. Approximációs tétel. TE: A hallgató elsajátítja a disztribúciók további tulajdonságait.
5. hét	Regularizáció. Temperált disztribúciók. TE: A hallgató megismeri a temperálás módszerét, megérti annak szerepét a nemkorlátos tartományokon adott parciális differenciálegyenletek elméletében.
6. hét	Fourier sorok. Konvergencia tétel. A többdimenziós Fourier-sorok. TE: A hallgató megismeri a disztribúciók Fourier-sorok elméletében betöltött szerpét, mélyebb összefüggéseiben képes látni a klasszikus Fourier-sorok elméletét.
7. hét	Az S-tér. Fourier-transzformáció. TE: A hallgató meismeri az általánosított próbafüggvényeket, elsajáttja legalapvetőbb tulajdonságait, képes fölismerni a kapcsolódó eredmények Fourier-sorokra való alkalmazásait.

8. hét	Holomorf függvények. A Paley-Wiener tétel. Az S-tér normái. TE: A hallgató mélyebb összefüggésbe képes ágyazni a metrikus és normált terek elméletét éa a funkcionálanalízis korábbról ismert módszereit.
9. hét	Szoboljev-terek. Beágyazási és kiterjesztési tételek. TE: A hallgató megismeri a Szoboljev-tér fogalmát, képes e fogalmat és a kapcsolódó tételekt a normált terek összefüggésein belül önállóan elhelyezni.
10. hét	Alkalmazások a közönséges differenciálegyenletek elméletében. TE: A hallgató elmélyíti az eddig tanultakat azok közönséges differenciálegyenletekre való alkalmazásaiban. Képes a közönséges differenciálegyenletek eredményeit mélyebb összefüggéseiben látni és újraértelmezni.
11. hét	Állandó együtthatós parciális differenciálegyenletek alapmegoldása. TE: A hallgató elmélyíti az eddig tanultakat azok állandó együtthatós parciális differenciálegyenletekre való alkalmazásaiban. Képes az állandó együtthatós parciális differenciálegyenletek eredményeit mélyebb összefüggéseiben látni és újraértelmezni.
12. hét	Állandó együtthatós hiperbolikus és parabolikus egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladat általánosított és klasszikus megoldása. TE: A hallgató elmélyíti az eddig tanultakat azok állandó együtthatós hiperbolikus és parabolikus egyenletekre való alkalmazásaiban. Képes az Állandó együtthatós hiperbolikus és parabolikus egyenletek eredményeit mélyebb összefüggéseiben látni és újraértelmezni.
13. hét	Elliptikus egyenletekre vonatkozó általánosított és klasszikus peremérték feladatok. Vegyes feladatok általánosított és klasszikus megoldása. TE: A hallgató megismeri a disztribúciók és integráltranszformációk elméletének fizikai problémákra történő alkalmazását. Képes a fizikai problémához kapcsolódó modell felállítására és a kapott egyenlet jelen keretek körében történő értelmezésére.
14. hét	Laplace-transzformáció és alkalmazásai. TE: A hallgató megismeri a Laplace-transzformációt, megérti annak szerepét a kapcsolódó témához, képessé válik a módszer alkalmazására adott egyenletek esetében.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Absztrakt harmonikus analízis**				Kódja:	**TTMME0217**	
		angolul:		**Abstract harmonic analysis**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Gát György**			beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek az absztrakt harmonikus analízis elméletének elemeivel és azok alkalmazásaival, a vonatkozó definíciók, tételek és bizonyítások tekintetében.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit az absztrakt harmonikus analízis területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit az az absztrakt harmonikus analízis területén.
-T3: Jártas a mértékelmélet, funkcionálanalízis és csoportelmélt közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

-K1: Képes az absztrakt harmonikus analízis területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt harmonikus analízis fogalmait.
-K3: Képes az absztrakt harmonikus analízis eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és értékelésére.
-K4: Képes az absztrakt harmonikus analízis területén megkülönböztetni a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K9: Képes az absztrakt harmonikus eredményeinek magyar és idegen nyelvű (angol) kommunikációjára.

Attitűd:

-A1: Törekszik az absztrakt harmonikus analízis új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik az absztrakt harmonikus analízis eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A5: Nyitott és fogékony az absztrakt harmonikus analízis területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy az absztrakt harmonikus analízis tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, különösen a fizikai alkalmazásokban felmerülő problémák megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Topologikus csoportok alapjai, kompakt és lokálisan kompakt Abel-csoportok, Haar-mérték lokálisan kompakt topologikus csoportokon, moduláris függvény, unimoduláris csoportok, konvolúció, adjungálás és norma a kompakt tartójú függvények terén, kapcsolat a mértékalgebra és a csoport tulajdonságai között, topologikus csoport folytonos unitér ábrázolása, a harmonikus analízis alaptétele, ortogonalitási relációk, Peter-Weyl tétel, kommutatív csoport duális csoportja, Fourier-transzformáció,Pontrjagin-féle dualitási tétel

Basics of the theory of topological groups, compact and locally compact Abelian groups, Haar measure on locally compact topological groups, modular function, unimodular group, convolution, adjoint and norm ont he space of functions having compact support, relation between the properties of the measure algebra and the group, continuous unitary representations of topological groups, the fundamental theorem of harmonic analysis, orthogonality relations, Peter–Weyl theorem, the dual group of commutative groups, Fourier transformation, Pontryagin duality theorem.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. L. H. Loomis: *An Introduction to Abstract Harmonic Analysis*, Van Nostrand, 1953.
2. E. Hewitt, K. A. Ross: *Abstract Harmonic Analysis*, Springer-Verlag, 1979.
3. L. Sz. Pontrjagin: *Topological Groups*, Oxford University Press, 1946

Heti bontott tematika	
1. hét	Topologikus csoportok alapjai, a topológiai és a csoportelméleti fogalmak kapcsolata TE: A hallgató megismeri a topologikus csoport fogalmát, melyen keresztül képes mélyebb ás átfogóbb öszzefüggéseiben látni az analízis és algebra kapcsolatát.
2. hét	Kompakt és lokálisan kompakt Abel-csoportok struktúra tételei TE:A hallgató elmélyíti a topologikus csoport fogalmát, megismer az elmélet jellegzetes módszereit, képes az analízis és algebra vonatkozásait alkotó módon fölhasználni.
3. hét	Haar-mérték egzisztenciája lokálisan kompakt topologikus csoportokon TE: A hallgató megismeri a Haar-mérték konstrukcióját, mélyebb összefüggésbe képes helyezni a mértékelméletből és funkcionálanalízisből korábban tanultakat.
4. hét	Haar-mérték unicitása lokálisan kompakt topologikus csoportokon, példák Haar mértékre TE: A hallgató elmélyíti a Haar-mérték fogalmát, mélyebb összefüggésbe képes helyezni a mértékelméletből és funkcionálanalízisből korábban tanultakat.
5. hét	Moduláris függvény, unimoduláris csoportok TE: A hallgató megismeri a fönti fogalmakat, megérti a csoportelmélet témakörben betöltött alapvető szerepét
6. hét	Konvolúció, adjungálás és norma a kompakt tartójú függvények terén TE: A hallgató megismeri a fönti fogalmakat, megérti a funkcionálanalízis vonatkozó eredményeinek szerepét e témakörben.
7. hét	Kapcsolat a mértékalgebra és a csoport tulajdonságai között TE: A hallgató átfogó módon, mélyebb összefüggéseiben megérti a mértékelmélet és csoportelmélet kapcsolatát.
8. hét	Topologikus csoport folytonos unitér ábrázolásának az alaptételei TE: A halgató elsajátítja a fönt jelzett tételeket, megérti a témakör jellegzetes módszereit.
9. hét	A harmonikus analízis alaptétele. (A mértékalgebra ábrázolása és a csoport unitér ábrázolása kölcsönösen meghatározzák egymást.) TE: A hallgató megismeri a harmonikus analízis alaptételét, elmélyíti a témakör jellegzetes módszereit.

10. hét	Ortogonalitási relációk kompakt csoportok esetén TE: A hallgató képessé válik absztraktabb módon látni és kezelni az ortogonalitás fogalmát, képes ezt a funkcionálanalízis eredményeivel szintézisbe hozni.
11. hét	Trigonometrikus polinomok, Peter-Weyl tétele kompakt csoportokon TE: A hallgató képessé válik absztraktabb módon látni és kezelni a Fourier-elmélet korábban megismet fogalmait, mélyebb összefüggésekbe helyezve azokat.
12. hét	Kommutatív csoport duális csoportja és topológia a duális csoporton TE: A hallgató további mély kapcsolatokat ismer meg a funkcionálanalízis és csoportelmélet témakörei között.
13. hét	Fourier-transzformáció és tulajdonságai TE: A hallgató képessé válik absztraktabb módon látni és kezelni a Fourier-elméletet.
14. hét	Pontrjagin-féle dualitási tétel TE: A hallgató képes a funkcionálanalízis és csoportelmélet eredményeinek szintézisére.

A tantárgy neve:	magyarul:	Nemsima analízis	Kódja:	TTMME0218
	angolul:	Nonsmooth analysis		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	Kollokvium	3	magyar
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:			Dr. Páles Zsolt			beosztása:	egyetemi tanár	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a normált terekbeli differenciálszámítás alapvető fogalmaival, szabályaival, a konvex analízis alapfogalmaival és az ezek közös általánosítását jelentő Clarke-féle nemsima analízis elemeivel.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit a nemsima analízis elméletében.
T2: Összefüggéseiben ismeri a matematika eredményeit a nemsima analízis elméletének területén.
T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

K1: Képes a nemsima analízis területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a nemsima analízis absztrakt fogalmait.
K3: Képes a nemsima analízis eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére, magas szintű értékelésére.
K4: Képes megkülönböztetni a megalapozott és alá nem támasztott állításokat a nemsima analízis elméletében.
K7: Képes a nemsima analízis elméletének jellemző problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik a nemsima analízis elméletéhez kapcsolódó új eredmények megismerésére.
A2: Törekszik a nemsima analízis eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a nemsima analízis elméletében a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, az összefüggések szintézisére és azok magas szintű, a nemsima analízis eszközeivel megalapozott értékelésére.
A5: Nyitott és fogékony a nemsima analízis területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a nemsima analízis módszereinek elsajátítása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a nemsima analízis területén és általában a matematikában megszerzett tudásának mértékét.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

A normált terekbeli differenciálszámítás alapelemei. Fréchet-, Hadamard- és Gateaux-derivált és ezek kalkulusa. Középérték egyenlőtlenség. Erős és folytonos Fréchet-, Hadamard- és Gateaux-differenciálhatóság kapcsolata. Inverzfüggvény tétel Banach-terek között ható leképezésekre. Fermat- és Lagrange-elv. Reguláris konvex függvények iránymenti deriváltja, szubgradiense és ezek kalkulusa. Lokálisan Lipschitz függvények Clarke-féle iránymenti deriváltja, szubgradiense és ezek kapcsolata, tulajdonságai és kalkulusa. A maximum-függvény és a halmazoktól vett távolságfüggvény Clarke-féle iránymenti deriváltja és szubgradiense. Halmazok Bouligand-féle és Clarke-féle érintőkúpja. A lokálisan Lipschitz függvényekre vonatkozó Rademacher-tétel. A Clarke-féle szubgradiens és a Clarke-féle általánosított derivált előállítása a Rademacher-tétel segítségével. A Clarke-féle inverzfüggvény tétel és a feltételes szélsőértékproblémákra vonatkozó multiplikátor tétel.

Basic elements of differential calculus in normed spaces. Fréchet, Hadamard and Gateaux derivatives and their calculus. Mean value inequality. The relation between strong and continuous Fréchet, Hadamard and Gateaux differentiability. Inverse function theorem for mappings acting between Banach spaces. The principles of Fermat and Lagrange. The directional derivative and the subgradient of regular convex functions and their calculus. Clarke's directional derivative and subgradient of locally Lipschitz functions and their relation, properties and calculus. Clarke's directional derivative and subgradient of the maximum function and the distance function of a set. Bouligand's and Clarke's tangent cone of sets. The Rademacher theorem for locally Lipschitz functions. Representation of Clarke's subgradient and Clarke's generalized derivative using the Rademacher theorem. Clarke's inverse function theorem and the multiplier theorem for conditional extremum problems.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Clarke, F.H.: *Optimization and nonsmooth analysis*. Second edition. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1990.
2. Ferrera, J.: *An introduction to nonsmooth analysis*. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2014.
3. Schirotzek, W.: *Nonsmooth analysis*. Universitext, Springer Verlag, Berlin, 2007.

Heti bontott tematika

1. hét	Normált terek között ható függvények iránymenti, Gateaux-, Hadamard és Fréchet-deriváltjának fogalma, a differenciálszámítás szabályai: összeg szabály, láncszabály. TE: A hallgató megismerkedik differenciálhatóság alapfogalmaival. Képes az új deriváltfogalmakat és azok tulajdonságait összehasnlítani az eddigiekkel, érzékeli a kapsolatokat.
2. hét	Középérték egyenlőtlenség. Az erős és folytonos Gateaux-, Hadamard és Fréchet-differenciálhatóság kapcsolata. TE: A hallgató megismeri a különböző differenciálási fogalmak közötti kapcsolatokat, implikációkat. Képes az új deriváltfogalmakat és azok tulajdonságait összehasnlítani az eddigiekkel, érzékeli a kapsolatokat.
3. hét	Inverzfüggvény tétel erősen Fréchet-differenciálható függvényekre. A lokális szélsőérték feladatokra vonatkozó Fermat-elv. A feltételes lokális szélsőérték problémákra vonatkozó Lagrange-féle multiplikátor tétel. TE: A hallgató megismeri a jelzett témaköröket, képes összevetni a jellegzetes módszereit a klasszikus esetekben alkalmazott módszerekkel..

4. hét	Konvex halmazok és konvex függvények. Függvények konvexitásának jellemzése az epigráf konvexitásával. A konvex halmazokra vonatkozó Hahn–Banach-féle szeparációs tétel. A konvex és konkáv függvénypárokra vonatkozó szendvics tétel. A maximum tétel. TE: A hallgató megismeri a konvex függvényekkel kapcsolatos alapvető eredményeket. Megérti a funkcionálanalízis alapvető szerepét a témakörben.
5. hét	Reguláris konvex függvények lokális Lipschitz tulajdonsága. Konvex függvények iránymenti deriváltja és szubgradiense. Ezek kapcsolata és kalkulusa. TE: A hallgató megismeri a konvex analízis elemeit. Képes a konvexitás klasszikus eredményeit ezen új rendszerben elhelyezni.
6. hét	Konvex függvények maximumának és a konvex halmazoktól vett távolságfüggvénynek az iránymenti deriváltja és szubgradiense. Konvex halmazok érintő- és normálkúpja. TE: További fontos fogalmak bevezetésével, a hallgató elmélyíti tudását a konvex analízissel kapcsolatban.
7. hét	Konvex függvények globális minimumhelyének a jellemzése. A feltételes szélsőérték problémákra vonatkozó Karush–Kuhn–Tucker-tétel. TE: A hallgató megismerkedik a konvex analízis elemeinek alkalmazhatóságával optimalizálási feladatokban. Képes a klasszikus analízis kapcsolódó eredményeit mélyebb összefüggéseiben látni.
8. hét	Valós értékű lokálisan Lipschitz függvények Clarke-féle iránymenti deriváltja és szubgradiense, ezek tulajdonságai, kapcsolata, kalkulusa. A szubgradiens egyeleműségének jellemzése erős Hadamard szerinti differenciálhatósággal. TE: A hallgató megismerkedik a Clarke-féle iránymenti deriválttal és szubgradienssel. Képes a klasszikus és jelen kalkulus szabályok hasonlóságait és különbségeit érzékelni.
9. hét	A maximum függvény és a halmazoktól vett távolságfüggvény Clarke-féle iránymenti deriváltja és szubgradiense. Halmazok Bouligand-féle és Clarke-féle érintőkúpja. TE: A hallgató megismeri néhány speciális függvény Clarke-féle iránymenti deriváltját és szubgradiensét. Elmélyíti a tanult kalkulus szabályokat és elsajátítja az alapvető módszereket.
10. hét	A véges dimenziós tereken értelmezett lokálisan Lipschitz függvények majdnem minden pontban való differenciálhatóságára vonatkozó Rademacher-tétel. TE: A hallgató megismerkedik a konvex függvények differenciálhatósági tulajdonságaival. Képes a véges dimenziós esetet mélyebb összefüggéseiben látni.
11. hét	A Clarke-féle szubgradiens előállítása a Rademacher-tétel alapján és további kalkulus szabályok. Szakaszonként sima lokálisan Lipschitz függvények Clarke-féle szubgradiense. TE: A hallgató további módszereket ismer meg és sajátít el a Clarke-féle szubgradiens közvetlen meghatározására.
12. hét	A véges dimenziós tereken értelmezett vektor értékű lokálisan Lipschitz függvények Clarke-féle általánosított deriváltja és ennek kalkulusa. Végtelen dimenziós terekre való általánosítások. TE: A hallgató megismerkedik a vektorértékű lokálisan Lipschitz függvények Clarke-féle általánosított deriváltjával. További lehetőségeket ismer meg a kalkulus kiterjesztésére.
13. hét	A lokálisan Lipschitz függvényekre vonatkozó Clarke-féle inverzfüggvény és nyílt leképezés tétel. TE: A hallgató a Clarke-féle inverzfüggvény tételen keresztül további részleteket ért meg az elmélet sajátos módszereiből.
14. hét	Az egyenlőségi és egyenlőtlenségi korlátozásokat is tartalmazó feltételes szélsőértékproblémákra vonatkozó Clarke-féle multiplikátor tétel. TE: A hallgató megismeri Clarke-féle multiplikátor tételt, képes azt egybevetni a korábban tanult változattal. Lehetősége nyílik nyitott problémák, kutatási kérdések megismerésére.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Approximációelmélet**						Kódja:	**TTMME0219**	
		angolul:	**Approximation theory**								
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:			-						Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató		neve:			**Dr. Gát György**				beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek az approximációelmélet elemeivel, a vonatkozó definíciók, tételek és bizonyítások tekintetében. Képesek legyen az előadás anyagához illeszkedő feladatok megoldására.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit az approximációelméletben.
-T2: Összefüggéseiben ismeri a matematika eredményeit az approximációelmélet területén.
-T3: Jártas az analízis a mértékelmélet és a lineáris algebra közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

-K1: Képes az approximációelmélet alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az az approximációelmélet fogalmakait.
-K9: Képes aaz approximációelméletbeli eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.
-K10: Képes az approximációelméletbeli ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, különösen a fizikai problémák megoldásában.

Attitűd:

-A1: Törekszik az approximációelmélet új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik az approximációelmélet eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A4: Törekszik az approximációelmélet eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony az approximációelmélet területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.

Autonómia és felelősség:

-F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.

A kurzus tartalma, témakörei

Approximáció Banach és Hilbert terekben, a legjobb közelítés, ortogonális rendszerek, Fourier sorok, egyenletes approximáció, Jackson és Bernstein tételek, Csebisev polinomok, Remez algoritmusok, pozitív operátorok, Bohman-Korovkin tétel, Bernstein operátorok, Bezier-görbék, racionális, spline és Padé approximáció, interpoláció trigonometrikus és algebrai polinomokkal, Lagrange, Hermite, Hermite-Fejér interpoláció, bázisok Banach terekben, biortogonális sorfejtés részletösszeg operátorai, frame Hilbert térben, egzakt framek.

Approximation in Banach and Hilbert spaces, the best approximation, orthogonal systems, Fourier series, uniform approximation, theorems of Jackson and Bernstein, Chebyshev polynomials, Remez algorithms, positive operators, Bohman–Korovkin theorem, Bernstein operators, Bezier curves, rational, spline and Padé approximation, interpolation with trigonometric and algebraic polynomials, Lagrange, Hermite, Hermite-Fejér interpolation, bases in

Banach spaces, partial sum operators of biorthogonal series expansions, frames in Hilbert spaces, exact frames.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli dolgozat formájában, melyhez a gyakorlaton nyújtott teljesítmény is beszámít.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. N. I. Ahijezer: *Előadások az approximáció elméletéről*, Akadémiai Kiadó, 1951.
2. I. P. Natanszon: *Konstruktív függvénytan*, Tankönyvkiadó, 1952.
3. F. Schipp: *Approximációelmélet*, ELTE, Budapest, 2006.
4. E. W. Cheney: *Introduction to Approximation Theory*, McGraw-Hill, New York, 1966.
5. R. A. DeVore: *The Approximation of Continuous Functions by Positive Linear Operators*, Lecture Notes in Mathematics, 293, Springer-Verlag, Berlin, 1972.

Heti bontott tematika	
1. hét	Approximáció Banach és Hilbert terekben: a legjobb közelítés. TE: A hallgató megérti az approximációelmélet és a funkcionálanalízis összefüggését.
2. hét	Ortogonális rendszerek, Fourier sorok Hilbert tereken. TE: A hallgató elsajátítja a Hilbert-terekhez kötődő szemléletmódot a Fourier-sorok elméletében, mélyebb összefüggéseiben érti és látja a normakonvergencia fogalmát és jelentőségét.
3. hét	Egyenletes approximáció: Stone-Weierstrass tétel, Jackson és Bernstein tételek. TE: A hallgató a megismert approximációs tételek alpgondolatait elsajátítja, a tartalmi vonatkozásokat képes a metrikus terekben megismert sűrűségi problémákkal összekapcsolni.
4. hét	Csebisev polinomok, Remez algoritmusok. TE: A hallgató megismeri a Csebisev polinomokat és azokon keresztül mélyíti az elmélet sajátos módszereit, gondolatait.
5. hét	Pozitív operátorok: Bohman-Korovkin tétel, az approximáció nagyságrendje. TE: A hallgató tovább bővíti ismereteit az approximációelméletben, képessé válik a korábban megismert fogalmakat a jelen helyzetre alkalmazni.
6. hét	Bernstein operátorok. TE: A hallgató megismrei a Bernstein operátorokat, tovább bővítve eddigi tapasztalatait a lineáris leképezésekkel kapcsolatban.
7. hét	Bezier-görbék és Bezier-felületek. TE: A hallgató megismeri Bezier konstrukcióit, és azok szerepét az approximációelmélettben. Megérti ezek jelentőségét a képfeldolgozásban és egyéb alkalmazásokban.
8. hét	Racionális, spline és Padé approximáció. TE: A hallgató megismeri a spline fogalmát, és annak szerepét az approximációelmélettben. Megérti jelentőségét a képfeldolgozásban és egyéb alkalmazásokban.
9. hét	Interpoláció trigonometrikus és algebrai polinomokkal. Lagrange interpoláció. TE: A hallgató újabb példákat ismer meg az approximációelméletben. Ezen keresztül képes az

	általános elmélet keretein belül mélyebb összefüggéseiben látni azokat és megérteni szerepüket a Fourier-elméletben.
10. hét	Hermite, Hermite-Fejér interpoláció. TE: A hallgató újabb példákat ismer meg az approximációelméletben. Ezen keresztül képes az általános elmélet keretein belül mélyebb összefüggéseiben látni azokat és megérteni szerepüket a numerikus analízisben.
11. hét	Bázisok Banach terekben, biortogonalitás. TE: A hallgató képessé válik a lineáris algebrából megismert analóg fogalmat mélyebb összefüggésében látni.
12. hét	Biortogonális sorfejtés részletösszeg operátorai. TE: A hallgató képessé válik a klasszikus Fourier-sorok megismert analóg fogalmait mélyebb összefüggésében látni.
13. hét	Framek Hilbert térekben. Egzakt framek. TE: A hallgató megismeri a framek fogalmát. Képes összességében látni az eddig elhangzottakat és elhelyezni ennek kereteibe a korábban tanultakat.
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE:

A tantárgy neve:	magyarul:	**Többváltozós Fourier-sorok**	Kódja:	**TTMME0220**
	angolul:	**Multidimensional Fourier series**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Gát György**	beosztása:	**egyetemi tanár**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a többváltozós Fourier sorok elméletének elemeivel, a vonatkozó definíciók, tételek és bizonyítások tekintetében.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

-T1: Összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a többváltozós Fourier sorok területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a többváltozós Fourier sorok területén.
-T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.
-T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

-K1: Képes a többváltozós Fourier sorok módszereinek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a többváltozós Fourier sorok fogalmakait.
-K4: Képes a a többváltozós Fourier sorok elméletében megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K9: Képes a a többváltozós Fourier sorok eredményeinek, érveléseinek és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.
-K10: Képes a matematikai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában.

Attitűd:

-A1: Törekszik a többváltozós Fourier sorok új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a többváltozós Fourier sorok eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A4: Törekszik a többváltozós Fourier sorok eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a többváltozós Fourier sorok területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen és reálisan ítéli meg a többváltozós Fourier sorok területén megszerzett tudásának mértékét..
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg a többváltozós Fourier sorok problémáinak megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Az egyváltozós Fourier elmélet alapvető ismeretei, többdimenziós valós és komplex trigonometrikus rendszer, Fourier együtthatók, téglány és szférikus Fourier sor részletösszegek, norma és majdnem mindenütti konvergencia, többváltozós Hardy-Littlewood maximál függvény, Calderon-Zygmund dekompozíció, többváltozós Fejér közepek megszorított és Pringsheim-féle értelemben vett majdnem mindenütti konvergenciája, többváltozós Walsh rendszerre vonatkozó Fourier-sorok.

Basics from the univariate Fourier theory, multidimensional real and complex trigonometric system, Fourier *coefficients, rectangular and spherical partial sums of Fourier series, convergence almost everywhere and in norm, multivariate Hardy-Littlewood maximal function, Calderon–Zygmund decomposition, almost everywhere convergence of multivariate Fejér means in a restricted sense and in the sense of Pringsheim, Fourier series with respect to multivariate Walsh systems.*

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. N.K. Bary: *A Treatise on Trigonometric Series,* Elsevier, 2014.
2. A. Zygmund: *Trigonometric Series,* Vols I & II, Cambridge University Press, 2002.

Heti bontott tematika

1. hét	Az egyváltozós Fourier elmélet alapvető ismeretei. TE: A hallgató képes összefogó módon átlátni az egyváltozós Fourier-sorok elméletét.
2. hét	A többdimenziós valós és komplex trigonometrikus rendszer, Fourier együtthatók. TE: A hallgató képes a többváltozós és egyváltozós Fourier-sorokat összefüggéseiben látni.
3. hét	Téglány Fourier sor részletösszegek, magfüggvények. TE: A hallgató megismeri a többváltozós Fourier-sorok alapfogalmait, képes azokat összevetni az egyváltozós megfelelőkkel.
4. hét	Szférikus Fourier sor részletösszegek. TE: A hallgató megismeri a többváltozós Fourier-sorok alapfogalmait, képes azokat összevetni az egyváltozós megfelelőkkel.
5. hét	Többváltozós Calderon-Zygmund dekompozíció. TE: A hallgató megérti a többváltozós Fourier-sorok alapfogalmait, képes azokat összevetni az egyváltozós megfelelőkkel.
6. hét	Többváltozós Hardy-Littlewood maximál függvény. TE: A hallgató elmélyíti a többváltozós Fourier-sorok alapfogalmait, képes azokat összevetni az egyváltozós megfelelőkkel. Kellő jártasságot szerez az elmélet jellemző módszereiben.
7. hét	Fourier sorok norma konvergenciája. TE: A hallgató megismeri a kapcsolódó konvergencia tételeket, és képes azokat a funkcionálanalízis gondolatrendszerén belül értékelni.
8. hét	Négyzetesen integrálható függvények Fourier sorának majdnem mindenütti konvergenciája. TE: A hallgató megismeri a kapcsolódó konvergencia tételeket, és képes azokat a mértékelmélet gondolatrendszerén belül értékelni.
9. hét	Megszorított indexű többváltozós Fejér közepek majdnem mindenütti konvergenciája. TE:

10. hét	Többdimenziós Fejér közepek Pringsheim-féle értelemben vett majdnem mindenütti konvergenciája. TE: A hallgató további jártasságot szerez a konvergencia tételekkel kapcsolatban, képes azokat a mértékelmélet gondolatrendszerén belül értékelni.
11. hét	Maximál konvergencia terek különbözősége, divergencia példák. TE: A hallgató megismeri az egyváltozós és többváltozós problémák közötti hasonlóságot és különbségeket.
12. hét	Általános Cesàro közepek. TE: A hallgató mélyebb összefüggéseiben látja és érti a közepelési eljárások trigonometrikus sorokhoz kötődő szoros kapcsolatát.
13. hét	Többváltozós Walsh rendszerre vonatkozó Fourier-sorok. TE: A hallgató további alkalmazásokat és általánosításokat ismer meg, és képes ezeket az elhangzottak keretein belül önállóan értelmezni.
14. hét	Megoldatlan problémák. TE: A hallgató megismeri és megérti a jól motivált problémafölvetés követelményeit, képes a problémákat az elhangzott kereteken belül önállóan értelmezni, kellő ismeretet szerez a kutatás etikai-morális vonatkozásaival kapcsolatban.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Differenciaszámítás**						Kódja:		**TTMME0221**
		angolul:		**Calculus of finite differences**								
2017/2018/1												
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:				-						Kódja:		-
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit		Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor						
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**		**Kollokvium**	**3**		**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves						
Tantárgyfelelős oktató				Neve:		**Dr. Novák-Gselmann Eszter**				beosztása:		**egyetemi adjunktus**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a differenciaszámítás elméletének legfontosabb eredményivel és alkalmazásaiva.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika módszereit a differenciaszámítás területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a differenciaszámítás területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.

Képesség:

-K1: Képes a differenciaszámítás területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a differenciaszámításhoz kapcsolódó fogalmakat.
-K3: Képes a differenciaszámításhoz kapcsolódó eredmények, összefüggések szintézisére, magas szintű értékelésére.
-K4: Képes megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat a differenciaszámítás területén.
-K7: Képes a differenciaszámítás problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.
-K10: Képes a matematikai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában.

Attitűd:

-A1: Törekszik a differenciaszámítás új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a differenciaszámítás eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat a differenciaszámítás területén.
-A4: Törekszik a differenciaszámítás eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a differenciaszámítás területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a differenciaszámítás elsajátítása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a differenciaszámítás területén megszerzett tudásának mértékét.
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Osztott differenciák, Diszkrét kalkulus, Cesáro-Stolz-típusú tételek, a Newton- és a Lagrange-formula, Csebisev-polinomok és legfontosabb tulajdonságaik, a Newton-formula ekvidisztáns alappontok esetén, az általánosított hatvány fogalma és tulajdonságai, a Stone-tétel, a Weierstrass-tétel, Bernstein-polinomok és a Bernstein-tétel, Függvényközelítés, a Lagrange-módszer konvergenciája, Bernstein-Faber-tétel, Faber-tétel, Marcinkiewicz-tétel és Bernstein példája, Függvények szummálása, az elemi összegzés esete, Newton--Leibniz-formula véges differenciákra, Abel-féle átrendezési tétel, Az elsőrendű inhomogén egyenlet megoldása polinom jobboldal esetén, Bernoulli-számok és-polinomok, Faulhaber-formula, von Staudt–Clausen-tétel, Euler képlete, a Stirling-formula és a Wallis-képlet, Differenciaegyenletek, differenciaegyenletekre vezető problémák, az elsőrendű lineáris homogén és inhomogén egyenlet, A lineáris differenciaegyenletek általános elmélete, a lineáris differenciaegyenletek általános alakja, az egyenlet megoldásaira vonatkozó tételek, Függvények lineáris függősége és függetlensége, az inhomogén lineáris differenciaegyenlet, a konstansvariálás módszere, Konstansegyütthatós lineáris differenciaegyenletek, a homogén egyenlet, a differenciaegyenlethez tartozó karakterisztikus egyenlet, a homogén lineáris egyenlet általános megoldása, az inhomogén lineáris egyenlet általános megoldása, Poincaré és Perron tételei, Néhány további differenciaegyenlet-típus (Clairaut-, Euler-, Riccati-, és Verhulst-differenciaegyenlet), A gamma függvény és legfontosabb tulajdonságai, szerepe a differenciaszámításban, Hölder tétele, Bohr-Mollerup-tétel.

Divided differences, Discrete calculus, Cesáro–Stolz type theoems, the Newton and the Lagrange formula, Chebyshev polynomials and their most important properties, the Newton formula in the case of equal intervals, the definition of generalized powers and their properties, the Stone theorem, the Weierstrass theorem, Bernstein polynomials and the Bernstein theorem, Approximation of functions, the convergence of the Lagrange method, Bernstein-Faber theorem, Faber theorem, Marcinkiewicz theorem and the example of Bernstein, Summation of functions, the case of elementary summation, Newton—Leibniz formula for finite differences, Abel’s rearrangement, The solution of the first order inhomogeneous equation in the case where the right-hand side is a polynomial, Bernoulli numbers and polynomials, Faulhaber’s formula, von Staudt–Clausen theorem, the formula of Euler, Stirling’s formula and the formula of Wallis, Difference equations, problems reducible to difference equations, the first order linear homogeneous and inhomogeneous equation, The general theory of linear difference equations, the general form of linear difference equations, theorems concerning the solutions of such equations, linear dependence and independence of functions, the linear inhomogeneous difference equation, the method of variation of constants, Linear difference equations with constant coefficients, the homogeneous equation, the characteristic equation of a difference equation, the general solution of homogeneous linear equations, the general solution of inhomogeneous linear equations, the theorems of Poincaré and Perron, Some further types of difference equations (Clairaut, Euler, Riccati and Verhulst difference equations), The gamma function and its most important properties, its role in the calculus of finite differences, the theorem of Hölder, the Bohr-Mollerup theorem.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

[1] A. O. Gel’fond, *Differenciaszámítás*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954.
[2] C. Jordan, *Calculus of finite differences*, Hungarian Agent Eggenberger Book-Shop, Budapest, 1939.
[3] I. P. Natanson, *Konstruktív függvénytan*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.
[4] G. Stoyan, *Numerikus matematika: mérnököknek és programozóknak*, Typotex, Budapest, 2007.
[5] E. Artin, *The gamma function*, Athena Series: Selected Topics in Mathematics, Holt, Rinehart and Winston, New York-Toronto-London, 1964.

Heti bontott tematika

1. hét	A differenciaszámítás legfontosabb feladatai, osztott differenciák, diszkrét kalkulus, Cesáro-Stolz-típusú tételek, a Newton- és a Lagrange-formula. TE: A hallgató megismerkedik a differenciaszámítás legfontosabb feladataival, elsajátítja az ezekhez szükséges alapfogalmakat és állításokat. Képes a tanultakat a numerikus analízis témakörébe ágyazni.
2. hét	Csebisev-polinomok és legfontosabb tulajdonságaik, a Newton-formula ekvidisztáns alappontok esetén, az általánosított hatvány fogalma és tulajdonságai. TE: A hallgató megismerkedik a Csebisev-polinomok fogalmával és tulajdonságaival, a Newton-formulával ekvidisztáns alappontok esetén. Képes a tanultakat a numerikus analízis témakörébe ágyazni.
3. hét	A Stone-tétel, a Weierstrass-tétel, Bernstein-polinomok és a Bernstein-tétel. TE: A hallgató megismerkedik a Stone-tétellel, illetve a Weierstrass-tétellel és annak különböző bizonyítási módszereivel. Képes az eredményeket a modern analízis szemléletmódjába helyezni.
4. hét	Függvényközelítés, a Lagrange-módszer konvergenciája, Bernstein--Faber-tétel, Faber-tétel, Marcinkiewicz-tétel és Bernstein példája. TE: A hallgató mélyebb összefüggésében megismeri az interpolációs polinomok sorozatához kapcsolódó konvergenciatételeket. Képes azoknak modern analízisbeli vonatkozásait átlátni.
5. hét	Függvények szummálása, az elemi összegzés esete, Newton-Leibniz-formula véges differenciákra, Abel-féle átrendezési tétel. TE: A hallgató megismerkedik a függvények összegzésének feladatával és az ehhez kapcsolódó legfontosabb tételekkel. Képes a klasszikus analízis konvergenciatételeit és differenciálási módszereit mélyebb összefüggéseiben látni.
6. hét	Az elsőrendű inhomogén egyenlet megoldása polinom jobboldal esetén, Bernoulli-számok és-polinomok, Faulhaber-formula, von Staudt–Clausen-tétel. TE: A hallgató megismeri és megérti a függvények összegzéséhez kapcsolódó problémákat és azok megoldási módszereit.
7. hét	Euler képlete, a Stirling-formula és a Wallis-képlet. TE: A hallgató megismerkedik az Euler-képlettel, a Stirling-formulával, illetve a Wallis-képlettel.
8. hét	Differenciaegyenletek, differenciaegyenletekre vezető problémák, az elsőrendű lineáris homogén és inhomogén egyenlet. TE: A hallgató megismerkedik a differenciaegyenletek fogalmával, fajtáival és a differenciaegyenletekre vezető problémákkal. Képes fölismerni a szoros analógiát a differenciálegyenletek elméletének kapcsolódó eredményeivel.
9. hét	A lineáris differenciaegyenletek általános elmélete, a lineáris differenciaegyenletek általános alakja, az egyenlet megoldásaira vonatkozó tételek. TE: A hallgató mély összefüggésében megismeri a lineáris differenciaegyenletek általános elméletét, azok megoldásira vonatkozó tételeket. Képes fölismerni a szoros analógiát a differenciálegyenletek elméletének kapcsolódó eredményeivel.
10. hét	Függvények lineáris függősége és függetlensége, az inhomogén lineáris differenciaegyenlet, a konstansvariálás módszere. TE: A hallgató megismerkedik az inhomogén lineáris differenciaegyenletek megoldási módszereivel. Képes fölismerni a szoros analógiát a differenciálegyenletek elméletének kapcsolódó eredményeivel.
11. hét	Konstansegyütthatós lineáris differenciaegyenletek, a homogén egyenlet, a differenciaegyenlethez tartozó karakterisztikus egyenlet, a homogén lineáris egyenlet általános megoldása, az inhomogén lineáris egyenlet általános megoldása. TE: A hallgató megismerkedik a konstans együtthatós lineáris differenciaegyenletek fajtáival, azok megoldásainak módszerével és az ehhez kapcsolódó fogalmakkal. Képes fölismerni a szoros analógiát a differenciálegyenletek elméletének kapcsolódó eredményeivel.

12. hét	Poincaré és Perron tételei. TE: A hallgató elsajátítja a lineáris differenciaegyenletek megoldásainak aszimptotikus viselkedéséhez kapcsolódó legfontosabb tételeket.
13. hét	Néhány további differenciaegyenlet-típus (Clairaut-, Euler-, Riccati-, és Verhulst-differenciaegyenlet). TE: A hallgató megismerkedik néhány további differenciaegyenlet típussal. Képes fölismerni a szoros analógiát a differenciálegyenletek elméletének kapcsolódó eredményeivel.
14. hét	A gamma függvény és legfontosabb tulajdonságai, szerepe a differenciaszámításban, Hölder tétele, Bohr-Mollerup-tétel. TE: A hallgató megismeri és megérti a gamma függvény fogalmát és legfontosabb tulajdonságait. Képes érzékelni a különbségeket a differenciálegyneletek és a differenciaegyenletek elmélete között.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Extrémum problémák</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0222</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Extremum problems</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="4">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2" colspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali | N</td><td>Heti | 2</td><td>Heti | 0</td><td colspan="2">Heti | 0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2" colspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező |</td><td>Féléves |</td><td>Féléves |</td><td colspan="2">Féléves |</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="3">Dr. Páles Zsolt</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi tanár</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a normált terekbeli differenciálszámítás alapvető fogalmaival, szabályaival, továbbá a feltételes szélsőérték problémák Dubovickíj–Miljutyin-féle elméletével és ezeknek a variációszámítás klasszikus alapfeladataira való alkalmazásaival.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a klasszikus és modern analízis és a variációszámítás területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a klasszikus és modern analízis és a variációszámítás területén.
T3: Jártas a klasszikus és modern analízis és a variációszámítás közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.
T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

K1: Képes az extrémum problémák témakörében és a variációszámítás területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
K4: Képes az extrémum problémák témakörén belül megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
K6: Képes a gyakorlati életben megfigyelhető összefüggések absztrakt szinten történő megragadására.
K7: Képes az extrémum problémák területével kapcsolatos problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K8: Képes a gyakorlati életben adódó döntéshelyzetek mögött esetlegesen rejlő extrémum problémák megfogalmazására, az azokból levonható következtetések nem-szakemberek számára való kommunikációjára.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik az extrémum problémák témakörével kapcsolatos új eredmények megismerésére.
A2: Törekszik az extrémum problémák témakörével kapcsolatos eredmények minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett, extrémum problémák témakörével kapcsolatos ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A6: Folyamatosan törekszik az extrémum problémák témakörével kapcsolatos ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy az extrémum problémák vizsgálatával szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az extrémum problémák területén megszerzett tudásának mértékét.
F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

A feltételes szélsőérték problémák Dubovickíj–Miljutyin-féle elmélete. Halmazok megengedett és érintő irányai, függvények csökkenési irányai. A Dubovickíj–Miljutyin-féle elválasztási tétel. A normált terekbeli differenciál-számítás alapelemei. Fréchet- és Gateaux-derivált és ezek kalkulusa. Ekeland-féle variációs elv. Ljuszternyik és Graves nemlineáris nyílt leképezés tétele. Sima sokaságok érintőterének leírása. A duális kúpok meghatározása. A Lagrange-féle multiplikátor tétel Banach-tereken. A variációszámítás alapfeladatai. Funkcionálok deriváltjának kiszámítása. Du Bois–Reymond-lemma. A szélsőérték Euler–Lagrange-féle és Euler–Poisson-féle szükséges feltételei.

The Dubovitskii-Milyutin theory of conditional extremum problems. Admissible and tangential directions of sets, directions of decrease of functions. The Dubovitskii-Milyutin separation theorem. Basics of differential calculus in normed spaces. Fréchet and Gateaux derivative and their calculus. Ekeland's variational principle. The nonlinear open mapping theorem of Ljuszternik and Graves. Description of the tangent space of smooth manifolds. Determining dual cones. The Lagrange multiplier theorem on Banach spaces. The basic problems of the calculus of variations. Computation of derivatives of functionals. Du Bois–Reymond lemma. Euler–Lagrange's and Euler–Poisson's necessary conditions for extrema.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Szóbeli vagy írásbeli dolgozat formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Durea, M.; Strugariu, R.: *An introduction to nonlinear optimization theory*. De Gruyter Open, Berlin, 2014.
2. Girsanov, L.V.: *Lectures on mathematical theory of extremum problems*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 67. *Springer Verlag, Berlin-New York*, 1972.
3. Ioffe, A.D.; Tihomirov, V. M.:*Theory of extremal problems*. Studies in Mathematics and its Applications, 6. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979.
4. Jahn, J.: *Introduction to the theory of nonlinear optimization*. Springer Verlag, Berlin, 2007.

Heti bontott tematika	
1. hét	Feltételes és feltétel nélküli szélsőérték problémák. A lokális és globális szélsőértékhely fogalma. Halmazok megengedett és érintő irányai, függvények csökkenési irányai. A lokális minimum Dubovickíj–Miljutyin-féle primál formájú elsőrendű szükséges feltétele. TE: A hallgató megismerkedik a feltételes szélsőérték problémák Dubovickíj–Miljutyin-féle elméletének alapfogalmaival. Képes a klasszikus analízisből megismerteket az új ismeretanyagba elhelyezni.
2. hét	Konvex halmazok és konvex kúpok. Konvex halmazok polárisa és konvex kúpok adjungáltja. A Hahn–Banach-féle elválasztási tétel konvex kúpokra vonatkozó alakja. A Dubovickíj–Miljutyin-féle elválasztási tétel. A lokális minimum Dubovickíj–Miljutyin-féle duális formájú elsőrendű szükséges feltétele. TE: A hallgató elmélyíti tudását a feltételes szélsőérték problémák Dubovickíj–Miljutyin-féle elméletében, az alapfogalmak szintjén.
3. hét	Normált terek között ható függvények Gateaux- és Fréchet-deriváltjának fogalma, a differenciálszámítás szabályai. Középérték egyenlőtlenség. Az erős és folytonos differenciálhatóság kapcsolata. A minimumhelyre vonatkozó Fermat-elv. TE: A hallgató megismerkedik a normált terekbeli differenciálszámítás elméletének alapfogalmaival. Mélyebb összefüggéseiben képes látni a klasszikus analízis kapcsolódó eredményeit.
4. hét	Egyenlőtlenségekkel megadott és konvex halmazok megengedett irányainak, és függvények csökkenési irányainak meghatározása differenciálható adatok esetén. Konvex halmazok érintő kúpja. TE: A hallgató megismerkedik a megengedett és csökkenési irányok kalkulusával.
5. hét	A minimumhely létezésének Weierstrass-féle elegendő feltétele. Minimum feladatok Ekeland-féle perturbációja. Bishop–Phelps-rendezés és Ekeland-féle variációs elv, ennek egyszerű következményei. TE: A hallgató képes a variácíszámítás klasszikus elméletét a jelen keretek között értelmezni.
6. hét	Banach lineáris operátorokra vonatkozó nyílt leképezés tétele. A zárt képtér tétel. A nemlineá-

	ris leképezésekre vonatkozó Ljuszternyik-Graves-féle nyílt leképezés tétel. Ljuszternyik tétele a nemlineáris sima sokaságok érintőteréről. TE: A hallgató elmélyíti tudását a nyílt leképezés tételek és alkalmazásaik területén.
7. hét	Konvex kúpok adjungáltjának és lineáris alterek annullátorának meghatározása. Konvex halmazok normál kúpja. TE: A hallgató megismerkedik a duális kúpok meghatározásának módjával.
8. hét	Feltételes szélsőérték problémák egyenlőségi, egyenlőtlenségi és konvex korlátozásokkal. A lokális feltételes szélsőérték helyére vonatkozó Lagrange-féle multiplikátor tétel. TE: A hallgató képes a Lagrange-féle multiplikátor tétel jelen változatát és a korábban megismertet elemző módon összevetni.
9. hét	A variációszámítás egyváltozós függvényekre vonatkozó elsőrendű és magasabb rendű alapfeladatai. Integrálokkal megadott nemlineáris funkcionálok Gateaux- és Fréchet-deriváltja. TE: A hallgató megismeri a variációszámítás alapfeladatát. Képes fölmérni annak matematikai és fizikai problémákkal való kapcsolatát, és a megközelítésben rejlő lehetőségeket.
10. hét	Az általános Du Bois–Reymond-lemma. A variációszámítás alapfeladataira vonatkozó Euler–Lagrange-egyenlet. TE: A hallgató megismeri az Euler–Lagrange-egyenlet jelenlegi változatát, képes azt alkotó módon egybevetni a speciálisabb keretek között már tanultakkal.
11. hét	A brachisztochron-probléma, a láncgörbe probléma és a minimális felszínű forgásfelület problémájának vizsgálata és megoldása. TE: A hallgató megismeri a klasszikus variációs problémákat és megoldásukat. Részleteiben megérti és tudja az elmélet jelentőségét a fizikai alkalmazásokban.
12. hét	A variációszámítás többváltozós függvényekre vonatkozó elsőrendű és magasabb rendű alapfeladatai. Integrálokkal megadott nemlineáris funkcionálok Gateaux- és Fréchet-deriváltja. A k-szor folytonosan differenciálható folytonos függvények terének teljessége. TE: A hallgató megismeri a variációszámítás többváltozós alapfeladatait. További mély összefüggéseket ért meg az elmélet kapcsán.
13. hét	A többváltozós függvényekre vonatkozó variációszámítási feladatokra vonatkozó Euler–Poisson-egyenlet. TE: A hallgató megismeri az Euler–Poisson-egyenletet és az annak alkalamzási lehetőségeit.
14. hét	Az izoperimetrikus probléma története, alapproblémái és ezek megoldása. TE: A hallgató megismerkedik az izoperimetrikus problémával és annak megoldásával. Lehetősége nyílik kutatási feladatok és nyitott problémák megismerésére.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Optimális folyamatok**					Kódja:	**TTMME0223**	
		angolul:	**Optimal processes**							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Páles Zsolt**			beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek az optimális irányításelmélet tanulmányozásához szükséges differenciál- és szélsőértékszámítási fogalmakkal és tételekkel. Ezt követően a vezérelt dinamikus rendszerekre vonatkozó szélsőérték problémákban a gyenge és erős lokális extrémum fogalmával, az ezekre vonatkozó lokális és globális Pontrjagin-féle maximum elvvel, végezetül ezeknek a legfontosabb variációszámítási következményeivel és alkalmazásaival.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a klasszikus és modern analízis és az optimális irányítás területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a klasszikus és modern analízis és az optimális irányítás területén.
T3: Jártas a klasszikus és modern analízis és az optimális irányítás közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
T5: Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.
T6: Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

K1: Képes az optimális irányítási problémák témakörében és a variációszámítás területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
K4: Képes az optimális irányítási problémák témakörén belül megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
K6: Képes a gyakorlati életben megfigyelhető összefüggések absztrakt szinten történő megragadására.
K7: Képes az optimális irányítási problémák területével kapcsolatos problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K8: Képes a gyakorlati életben adódó döntéshelyzetek mögött esetlegesen rejlő optimális irányítási problémák megfogalmazására, az azokból levonható következtetések nem-szakemberek számára való kommunikációjára.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik az optimális irányítási problémák témakörével kapcsolatos új eredmények megismerésére.
A2: Törekszik az optimális irányítási problémák témakörével kapcsolatos eredmények minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett, optimális irányítási problémák témakörével kapcsolatos ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A6: Folyamatosan törekszik az optimális irányítási problémák témakörével kapcsolatos ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy az optimális irányítási problémák vizsgálatával szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az optimális irányítási problémák területén megszerzett tudásának mértékét.
F2: Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt

csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Normált terek és duális tereik. Gateaux- és Fréchet-derivát fogalmai, tulajdonságai, kalkulusa. A feltéetel nélküli és feltételes szélsőértékszámítás szükséges feltételei. Az irányításelmélet alapfeladatai izoperimetrikus és peremértékekre vonatkozó mellékfeltételekkel. Időoptimum probléma. Megengedett és optimális folyamatok. Gyengén lokális és erősen lokális optimális folyamat. Pontrjagin-féle lokális és globális maximum-elv. Dubovickíj–Miljutyin-féle időtranszfomáció. Kapcsolat a variációszámítás elsőrendű szükséges feltételeivel.

Normed spaces and their dual spaces. The definition of the Gateaux and the Fréchet derivative, their properties and calculus. Necessary conditions in the unconditional and the conditional extremum problems. The basic problems of control theory with isoperimetric and boundary value side conditions. Time optimal problem. Admissible and optimal processes. Weakly local and strongly local optimal processes. Pontryagin's local and global maximum principle. Dubovitskii-Milyutin time transfomation. Relation with the first order necessary conditions of the calculus of variations.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen

Ajánlott szakirodalom:

[1] Girsanov, L.V.: *Lectures on mathematical theory of extremum problems*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 67. Springer Verlag, Berlin-New York, 1972.
[2] Ioffe, A.D.; Tihomirov, V. M.: *Theory of extremal problems*. Studies in Mathematics and its Applications, 6. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979.

Heti bontott tematika	
1. hét	Normált és Banach-terek és duális tereik. A folytonos függvények terének és a Lebesgue-féle függvénytereknek a teljessége, duális tereik. Hewitt–Yosida-tétel. TE: A hallgató megismerkedik a legfontosabb Banach-terekkel és ezek duális tereivel.
2. hét	Normált terek között ható függvények Gateaux- és Fréchet-deriváltjának fogalma, a differenciálszámítás szabályai. Középérték egyenlőtlenség. Az erős és folytonos differenciálhatóság fogalma és kapcsolata. TE: A hallgató átismétli a korábban differenciálszámításból tanult ismereteit és megismeri ezek normált terekbeli elméletének alapfogalmait, módszereit.
3. hét	A minimumhelyre vonatkozó Fermat-elv. Feltételes szélsőérték problémák egyenlőségi, egyenlőtlenségi és konvex korlátozásokkal. A lokális feltételes szélsőérték helyére vonatkozó Lagrange-féle multiplikátor tétel (ismertetés). TE: A hallgató megismerkedik a feltétel nélküli és feltételes szélsőérték problémákra vonatko-

	zó legalapvetőbb elsőrendű szükséges feltételekkel és ezek egyszerű alkalmazásaival.
4. hét	Nemlineáris Fredholm és Volterra típusú integráloperátorokkal megadott leképezések Fréchet-deriváltjának a kiszámítása. TE: A hallgató megismerkedik az integráloperátorokkal megadott leképezések deriváltjának kiszámításával, az ezek meghatározásához szükséges regularitási feltételekkel.
5. hét	Konvex halmazok pontbeli érintő és normálkúpja és tartófunkcionáljai. A korlátos mérhető függvények terében megadott halmazok tartó funkcionáljai. TE: A hallgató rövid áttekintést kap a konvex kúpok elméletéből és azok tartófunkcionáljainak meghatározásáról.
6. hét	Az irányításelmélet alapfeladatainak megfogalmazása izoperimetrikus és peremértékekre vonatkozó mellékfeltételekkel. Időoptimum probléma. Megengedett és optimális folyamatok. A gyenge lokális és az erős lokális optimális folyamat fogalma. TE: A hallgató megismeri irányításelmélet alapfeladatait többféle változatban és azok lehetséges alkalmazásait matematikai és természettudományi problémák vizsgálatára..
7. hét	A variációszámítás első és magasabb rendű gyenge és erős szélsőértékfeladatainak irányításelméleti feladatként való felírása. Az irányítási problémák Hamilton- és peremfeltétel függvényei. TE: A hallgató megismeri az irányításelméleti és a variációszámítási problémák közötti kapcsolatot, továbbá a későbbi eredmények leírásához szükséges Hamilton–Pontrjagin-féle formalizmust.
8. hét	Az irányításelmélet gyenge lokális feladatára vonatkozó Pontrjagin-féle lokális maximum-elv. A lokális maximum elv speciális eseteinek vizsgálata. A variációszámítás Euler–Lagrange-egyenletének levezetése. TE: A hallgató megismeri a gyenge lokális irányítási feladatokra vonatkozó Pontrjagin-féle lokális maximum-elvet és annak a variációszámítási feladatokra vonatkozó következményeit.
9. hét	A Pontrjagin-féle lokális maximum-elv bizonyítása a Lagrange-féle multiplikátor tétel segítségével. TE: A hallgató megismeri a lokális Pontrjagin-féle maximum-elv bizonyítását.
10. hét	A Dubovickíj–Miljutyin-féle időtranszformáció. Az erős lokális feladattal ekvivalens gyenge lokális feladat konstrukciója. TE: A hallgató megismerkedik az irányítási feladatok transzformációs technikáival, ezen belül a Dubovickíj–Miljutyin-féle időtranszformációval, amely lehetővé teszi az erős lokális feladok vizsgálatát.
11. hét	Az irányításelmélet erős lokális feladatára vonatkozó Pontrjagin-féle maximum-elv. A maximum elv speciális eseteinek vizsgálata. A variációszámítás Weierstrass-féle feltételének a levezetése. TE: A hallgató megismerkedik a globális Pontrjagin-féle maximum-elvvel és annak variációszámítási következményeivel.
12. hét	A Pontrjagin-féle maximum-elv bizonyítása a lokális maximum elv és a Dubovickíj–Miljutyin-féle időtranszformáció segítségével I. TE: A hallgató megismeri a globális Pontrjagin-féle maximum-elv bizonyításához szükséges technikai apparátust.
13. hét	A Pontrjagin-féle maximum-elv bizonyítása a lokális maximum elv és a Dubovickíj–Miljutyin-féle időtranszformáció segítségével II. TE: A hallgató megismeri a globális Pontrjagin-féle maximum-elv bizonyítását.
14. hét	Klasszikus irányítási feladatok vizsgálata és megoldása. TE: A hallgató számos konkrét probléma vizsgálatán keresztül megismeri a lokális és globális Pontrjagin-elv alkalmazásait..

A tantárgy neve:		magyarul:	**Fejezetek a geometriából**							Kódja:	**TTMME0301**	
		angolul:	**Selected topics in geometry**									
2017/2018/1												
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**									
Kötelező előtanulmány neve:			-							Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor						
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0		**Kollokvium**	3	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves						
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Kozma László**					beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja

a geometria két fejezetében (differenciálgeometria és nem-euklideszi geometriák) alapvető fogalmainak, módszereinek és tételeinek a bemutatása.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri és használja a geometria tárgyalt fejezeteinek legfontosabb fogalmait, módszereit és alapvető összefüggéseit. Ismeri a görbéket és felületeket meghatározó geometriai jellemzőket. Tisztában van a görbéket és felületeket meghatározó legfontosabb adatok geometriai jelentésével. Ismeri a legfontosabb nem-euklideszi modelleket, és azok a legfontosabb speciális geometriai tulajdonságait.

Képesség:

Képes használni és alkalmazni a differenciálgeometria és a nem-euklideszi geometria legfontosabb fogalmait, alapvető tételeit. Képes geometriai görbék és felületek analitikus leírására. Képes a görbék és felületek geometriai jellemzőinek meghatározására. Képes a számítások során kapott mennyiségek adatokból geometriai, azaz minőségi következtetéseket levonni.
Képes felismerni egy geometriai problémánál, ha az a differenciálgeometria, illetve a nem-euklideszi geometria módszereivel megoldható.

Attitűd:

Törekszik a geometriai ismereteinek széles körű alkalmazására a feladatmegoldásban és gyakorlati problémák megoldásában. A megszerzett geometriai ismereteinek alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.

Autonómia és felelősség:

Az elsajátított ismeretei felhasználásával képes önálló geometriai problémák megfogalmazására és azok elemzésére.

A kurzus tartalma, témakörei

Differenciálható görbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. A felület metrikus alapformája. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok. Geodetikus görbület. A geodetikusok minimalizáló tulajdonsága.

Affin és projektív síkok axiómái. Affin síkok (például az euklideszi sík) projektív bővítése. A dualitás elve. A projektív síkok vektortér-modellje, homogén koordináták. Perspektivitások (centrális vetítések) és projektivitások. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, a Papposz-Steiner tétel. Desargues és Papposz tételei. Teljes négyszög, teljes négyoldal, harmonikus pont- és sugárnégyesek. Kollineációk, a projektív geometria alaptétele.

A párhuzamossági axióma jelentősége, a hiperbolikus geometria felfedezése. A hiperbolikus síkgeometria Cayley-Klein modellje, a Poincaré-féle körmodell és félsíkmodell. Az egybevágósági transzformációk leírása a modellekben.

Gömbi geometria: távolságmérés a gömbön, gömbháromszögekkel kapcsolatos tételek. Elliptikus metrika.

Differentiable curves. Curvature, torsion. The fundamental theorem of curves. Surfaces in the Euclidean space. Fundamental form of surfaces. Normal curvature, principal curvatures, principal directions. Variational problem of arc-length. Geodesics. Geodesic curvature. Minimizing property of geodesics. Axioms of affine and projective planes. Projective completion of an affine plane. Duality. Vector space model of porjective planes, homogenous coordinates. Perspectivities (central projections) and projectivities. Cross ratio of four points or lines, Pappus-Steiner theorem. Desargues's theorem and Pappus's theorem. Complete quadrilateral, complete quadrangle, harmonic sets of points and lines. Collineations, fundamental theorem of projective geometry. The parallel postulate, the development of hyperbolic geometry. The Cayley-Klein model of hyperbolic geometry, Poincaré disk model and upper half-plane model. Description of congruences. Spherical geometry: measuring distance on the sphere, spherical triangles. Elliptic metric.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Kozma László, Kovács Zoltán: Görbék és felületek elemi differenciálgeometriája, (jegyzet).

Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

H. S. M. Coxeter: Projektív geometria, Gondolat, 1986.

Csikós Balázs, Kiss György: Projektív geometria, Polygon, 2011.

Kurusa Árpád: Nemeuklideszi geometriák, Polygon, 2009.

Reiman István: Geometria és határterületei, Szalay Kft, 2001.

Heti bontott tematika

1. hét	Reguláris sima görbe az euklideszi térben. A görbe átparaméterezése. Ívhossz. Természetes paraméterezés. Az egyszerű ív fogalma. TE: A hallgatók megismerik a görbék fogalmát.
2. hét	A reguláris síkgörbe előjeles görbülete. Frenet-bázis. Zárt síkgörbe körülfordulási száma. Az egyszerű zárt síkgörbe körülfordulási számára vonatkozó tétel. A síkgörbék alaptétele. TE: A hallgatók megismerik a síkgörbéket meghatározó alapvető mennyiségeket.
3. hét	Az R3–beli görbe kísérő Frenet-bázisa és Cartan-mátrixa. Görbület, torzió. Frenet-formulák. TE: A hallgatók megismerik a térgörbéket meghatározó alapvető mennyiségeket.
4. hét	Simulókör és simulósík egy adott pontban. A görbeelmélet alaptétele. TE: A hallgatók megismerik a görbeelmélet alaptételét.
5. hét	Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. Lineáris érintőtér egy felületi pontban. Normális egységvektormező. TE: A hallgatók megismerik a megfelelő fogalmakat és ezek kiszámítását.
6. hét	Mérés a felületen. Az elemi felület adott paraméterezéséhez tartozó első főmennyiségek, metrikus alapforma. A felületi görbe ívhossza, felületi görbék szöge. A kompakt felületdarab felszíne. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal és ezek kiszámításával.
7. hét	Affin és projektív síkok axiómái. Affin síkok (például az euklideszi sík) projektív bővítése. A dualitás elve. *TE: A hallgatók megismerik az affin és projektív síkok fogalmát.*

8. hét	A projektív síkok vektortér-modellje, homogén koordináták. *TE: A hallgatók megismerik a projektív síkok egy modelljét.*
9. hét	Perspektivitások (centrális vetítések) és projektivitások. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, a Papposz-Steiner tétel. *TE: A hallgatók tisztában lesznek a középpontos vetítések legfontosabb tulajdonságaival.*
10. hét	Az abszolút geometria axiómáinak áttekintése. A párhuzamossági axióma jelentősége, a hiperbolikus geometria felfedezése. *TE: A hallgatók felismerik, hogy a párhuzamossági axióma független az abszolút geometria axiómarendszerétől.*
11. hét	Az abszolút geometria axiómáinak ellenőrzése a hiperbolikus síkgeometria Cayley-Klein modelljében. Az egybevágósági transzformációk leírása. *TE: A hallgatók megismernek egy konkrét példát hiperbolikus síkra.*
12. hét	A hiperbolikus síkgeometria néhány elemi tétele: merőlegesség, háromszög-geometria. *TE: A hallgatók megismernek az euklideszi és hiperbolikus geometriában analóg tételeket, és tisztában lesznek a két geometria közötti fontos eltérésekkel.*
13. hét	A hiperbolikus geometria néhány további modellje: a Poincaré-féle körmodell és félsíkmodell. A modellek izometriáinak leírása. *TE: A hallgatók megismernek további modelleket hiperbolikus síkokra és képessé válnak az azok közötti kapcsolatok leírására.*
14. hét	Gömbi geometria: távolságmérés a gömbön, gömbháromszögekkel kapcsolatos tételek. Elliptikus metrika. *TE: A hallgatók tisztában lesznek a gömbi geometria és a hiperbolikus geometria néhány analóg tételével és legfontosabb különbségeivel.*

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Modern differenciálgeometria</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0302</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Modern Differential Geometry</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td>Követelmény</td><td>Kredit</td><td>Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="4">Dr. Tran Quoc Binh</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">tudományos főmunkatárs</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a modern differenciálgeometria alapvető fogalmait, technikáit és eredményeit; továbbá megalapozásra kerüljenek számukra a haladottabb differenciálgeometriai és elméleti fizikai tanulmányok.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a modern differenciálgeometria elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a modern differenciálgeometria és a modern analízis és algebra közötti kapcsolatokban. Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, az absztrakt sokaságelméleti fogalmak megalkotásában. Ismeri a mai differenciálgeometriai kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a modern differenciálgeometriában elsajátított módszerek és fogalmak magabiztos és alkotó módon történő alkalmazására. Képes a sokaságelmélet alapvető fogalmainak (topologikus sokaság, differenciálható sokaság, sokaságok közötti differenciálható leképezések, érintővektor, kovariáns deriválás, Riemann-sokaság) matematikailag precíz értelmezésére és alkotó jellegű integrálására a fizikában felmerülő problémák megoldásában. Képes a differenciálgeometriai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, szakmai kommunikációra.

Attitűd:

Törekszik a modern differenciálgeometria új eredményeinek megismerésére és azok minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a modern differenciálgeometria további összefüggéseinek meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű, tudományosan megalapozott értékelésére. Nyitott és fogékony a differenciálgeometriában elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken – például általánosabb geometriákban és fizikában – történő alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére. Tudatában van annak, hogy a differenciálgeometriai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a fizikai alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a megszerzett differenciálgeometriai tudásának mértékét. Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában és működik együtt akár a fizikai és műszaki tudományok képviselőivel. Magas szintű differenciálgeometriai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket és eljárásokat. Tisztában van a differenciálgeometriai fogalmak pontos megalkotásának fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki. A differenciálgeometria absztrakt fogalmainak megalkotása és gondolkodási módszereiben való jártassága révén kialakított véleményét felelősen képviseli. Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb etikai normák figyelembevételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Topologikus sokaságok, alapvető példák és konstrukciók (gömbök, tóruszok, valós projektív sík, Klein-palack, Möbius-szalag). Sima sokaságok, sima leképezések és diffeomorfizmusok. Beágyazott részsokaságok az n-dimenziós valós vektortérben, Whitney tétele. Beágyazott részsokaság érintőtere, az érintővektorok és a derivációk azonosítása. Az érintővektorok absztrakt definíciója, sokaság érintőnyalábja, sima leképezések deriváltja. Vektormezők és közönséges differenciálegyenletek. A vektormezők Lie-algebrája, a Lie-zárójel geometriai jelentése, kommutáló vektormezők. Kovariáns deriválás sokaságokon, görbementi vektormezők kovariáns deriváltja, geodetikusok. A görbületi és a torzió tenzor, az algebrai és a differenciális Bianchi-azonosság. Riemann-sokaságok, a Riemann-geometria alaplemmája. Riemann-geodetikusok. A Riemann-féle görbületi tenzor, metszetgörbület, Schur tétele, térformák. Ricci-tenzor, Ricci-görbület, skalárgörbület. Hiperfelületek az (n+1)-dimenziós valós térben, a Gauss- és a Codazzi-Mainardi-egyenletek. A Gauss-görbület.

Topological manifold, basic examples and construction (sphere, torus, real projective plane, Klein bottle, Moebius strip). Smooth manifold, smooth mapping and diffeomorphism. Embedded submanifolds of the real coordinate space, Whitney embedding theorem. The tangent space of an embedded manifold, derivations as tangent vectors. Abstract definition of tangent vectors, the tangent bundle of a manifold, the derivative of smooth mappings. Vector fields and ordinary differential equations. Lie algebra of vector fields, the geometric meaning of Lie bracket, commuting vector fields. Covariant derivative on manifolds, covariant derivative of a vector field along a curve, geodesics. Curvature and torsion tensor, tha algebraic and differential Bianchi identities. Riemannian manifolds, the fundamental theorem of Riemannian geometry. Riemannian geodesics. The Riemannian curvature tensor, sectional curvature, Schur theorem, space forms. Ricci tensor, Ricci curvature, scalar curvature. Hypersurfaces in the (n+1)-dimensional real space, Gauss equation and Codazzi-Mainardi equation. Gauss curvature.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás, kiadott irodalom önálló feldolgozása.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

1. Szilasi József: Bevezetés a differenciálgeometriába, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.
2. Szenthe János: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe, ELTE Eötvös Kiadó, 2002.
3. Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.
4. John M. Lee: Introduction to Smooth Manifolds (2nd edition); Springer, 2013.

Heti bontott tematika	
1. hét	Topológiai és analízisbeli előismeretek áttekintése. TE: *A hallgatók rutint szereznek a differenciálgeometria tárgyalásához szükséges analízisbeli eszközök alkalmazásában.*
2. hét	Differenciálható sokaságok definíciója, példák. Reguláris felületek, gömb, projektív terek. TE: *A hallgatók képessé válnak a differenciálható sokaság absztrakt definícióját megfogalmazni, és átlátni a korábbi tanulmányok során megismert példák differenciálható struktúráját.*
3. hét	Differenciálható függvények sokaságon, differenciálható leképezések sokaságok között. Az egységbontás tétele. TE *A hallgatók képesek lesznek sokaságok közötti leképezések differenciálhatóságát eldönteni.*
4. hét	Differenciálható részsokaságok. Reguláris leképezések. Differenciálható sokaságok nullmértékű részhalmazai. Whitney beágyazási tételei. TE: *A hallgatók képessé válnak a részsokaság fogalmának pontos megfogalmazására és alkalmazására.*
5. hét	Az érintővektorok és a derivációk azonosítása az n-dimenziós valós térben. Az érintővektorok absztrakt definíciója, sokaság érintőnyalábja, sima leképezések deriváltja.

	TE: *A hallgatók megismerik az érintővektorok absztrakt fogalmát.*
6. hét	Vektormezők és közönséges differenciálegyenletek. A vektormezők Lie-algebrája, a Lie-zárójel geometriai jelentése, kommutáló vektormezők. TE: *A hallgatók átlátják a vektormezők és a differenciálegyenletek kapcsolatát.*
7. hét	Kovariáns deriválás sokaságokon, görbementi vektormezők kovariáns deriváltja, geodetikusok. TE: *A hallgatók megismerik a kovariáns deriválás és a geodetikusok általános fogalmát.*
8. hét	A görbületi és a torzió tenzor, az algebrai és a differenciális Bianchi-azonosság. TE: *A hallgatók képesek lesznek a görbület és torzió legfontosabb tulajdonságainak ellenőrzésére.*
9. hét	Riemann-sokaságok, a Riemann-geometria alaplemmája. TE: *A hallgatók megismerik a sokaságok fizikai alkalmazások szempontjából legfontosabb osztályát, a Riemann-sokaságokat.*
10. hét	Riemann-geodetikusok, normálkoordináták; a Gauss-lemma. TE: *A hallgatók megismerik a geodetikusok fogalmának Riemann-sokaságokra történő általánosítását..*
11. hét	A Riemann-féle görbületi tenzor, metszetgörbület, Schur tétele. TE: *A hallgatók megismerik a Riemann-sokaságok legfontosabb görbületi adatait.*
12. hét	Konstans görbületű Riemann-sokaságok. TE: *A hallgatók számára világossá válik, hogy a Riemann-geometria a klasszikus geometriák közös általánosítása.*
13. hét	Ricci-tenzor, Ricci-görbület, skalárgörbület. A kontrahált Bianchi-azonosság. Einstein-sokaságok. TE: *A hallgatók megismerik a Ricci-tenzort és az Einstein-sokaságokat.*
14. hét	Hiperfelületek az (n+1)-dimenziós valós térben, a Gauss- és a Codazzi-Mainardi-egyenletek. A Gauss-görbület. TE: *A hallgatók képessé válnak a felületelmélet legfontosabb eredményeit a Riemann-geometria eszközeivel kezelni.*

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Véges geometriák és kódelmélet</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0303</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Finite Geometries and Coding Theory</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="4">Dr. Szilasi Zoltán</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

ismerjék a legalapvetőbb véges geometriákat: a véges affin és projektív síkokat és tereket, valamint a Steiner-rendszereket;

tisztában legyenek a véges projektív síkok kombinatorikus tulajdonságaival;

átlássák a véges projektív síkok és a koordinátázó algebrai struktúrák közötti összefüggéseket;

ismerjék a kódelmélet alapfogalmait;

alkalmazni tudják a véges geometriákat kódok konstrukciójához.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a véges geometria elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a véges geometria és az algebrai struktúrák, a kombinatorika és a kódelmélet közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban. Jártas a véges geometriákkal kapcsolatos absztrakt gondolkodásban és fogalomalkotásban. Átfogó módon ismeri a véges geometriai bizonyítások algebrai és kombinatorikai alapelveit, módszereit. Ismeri a véges geometria és a kódelmélet problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a véges geometria területén elsajátított módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon használja a véges geometria fogalmait. Képes a véges geometria eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére, és megkülönbözteti a tudományosan megalapozott és kellően alá nem támasztott állításokat. Képes kódelméleti problémák véges geometriai modelljének megalkotására. Képes a véges geometriai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására kódelméleti és kriptográfiai problémák megoldásában.

Attitűd:

Törekszik a véges geometria új eredményeinek megismerésére és minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a modern geometria, absztrakt algebra és kódelmélet közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű, tudományosan megalapozott értékelésére. Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a kriptográfiában és kódelméletben felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Véges geometriai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Véges illeszkedési struktúrák: projektív és affin síkok, Galois-geometriák, Steiner-rendszerek. Véges projektív síkok kombinatorikai tulajdonságai. Ívek, oválisok. Véges projektív síkok és algebrai struktúrák. Kódelméleti alkalmazások.

Finite incidence structures: projective and affine planes, Galois geometry. Combinatorial properties of finite projective planes. Arcs and ovals. Finite projective planes and algebraic structures. Finite projective and affine planes over a field. Examples of combinatorial point sets on finite projective plane. Further incidence structures: block design and Steiner-system. Applications of finite geometry in coding theory.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

D. R. Hughes, F. C. Piper: Projective Planes, Springer, 1973.

Kárteszi Ferenc: Bevezetés a véges geometriákba, Akadémiai kiadó, 1973.

Kiss György, Szőnyi Tamás: Véges geometriák, Polygon, 2001.

S. E. Payne: Topics in Finite Geometry, 2007, online elérhető:
http://math.ucdenver.edu/~spayne/classnotes/topics.pdf

Szilasi Zoltán: Bevezetés a véges geometriába, 2013, online elérhető:
http://riemann.math.unideb.hu/~szzoltan/veges.pdf

Heti bontott tematika

1. hét	Az affin és projektív síkokkal kapcsolatos előismeretek áttekintése. Véges projektív és affin síkok kombinatorikus tulajdonságai, létezési kérdések. TE: *A hallgatók megismerik a véges projektív és affin síkok létezésére vonatkozó eredményeket és nyitott problémákat.*
2. hét	Véges test feletti projektív és affin síkok. Test feletti projektív síkok kollineációcsoportjának leírása. TE: *A hallgatók képesek lesznek a véges testekre vonatkozó ismereteik alkalmazásával véges geometriákban alapvető számítások elvégzésére.*
3. hét	Véges test feletti projektív síkok ciklikus megadása. Differenciahalmazok. TE: *A hallgatók megismerik a véges projektív síkok és a differenciahalmazok közötti összefüggéseket.*
4. hét	Polaritások, másodrendű görbék, Hermite-görbék véges test feletti projektív síkokban. TE: *A hallgatók megismerik véges testek feletti projektív síkok algebrai úton értelmezett ponthalmazainak kombinatorikus tulajdonságait.*
5. hét	Lefogó halmazok, blokkoló halmazok, részsíkok. TE: *A hallgatók tisztában lesznek véges projektív síkok néhány kombinatorikusan értelmezett ponthalmazának fogalmával.*
6. hét	Ívek, oválisok, hiperoválisok. Segre tétele. TE: *A hallgatók megismerik a másodrendű görbék kombinatorikusan értelmezett megfelelőit véges síkokban és felismerik ezek kapcsolatát a kúpszeletekkel páratlan rendű véges test feletti síkok esetén.*
7. hét	Projektív síkok koordinátázása. Összefüggések egy projektív sík geometriai tulajdonságai és a koordinátázó struktúra algebrai tulajdonságai között. TE: *A hallgatók tisztában lesznek a projektív síkok és absztrakt algebrai struktúrák kapcsolatával.*
8. hét	Latin négyzetek.

	TE: *A hallgatók felismerik, hogy a véges projektív síkok valamint a latin négyzetek teljes ortogonális rendszerei ekvivalens struktúrák.*
9. hét	Magasabb dimenziós véges projektív terek, Galois-geometriák. TE: *A hallgatók képesek lesznek a véges test feletti projektív síkokra vonatkozó ismereteik magasabb dimenziós általánosítására.*
10. hét	Blokkrendszerek. TE: *A hallgatók megismerik véges geometriák egy jóval általánosabb osztályát, a blokkrendszereket.*
11. hét	Steiner-féle hármas- és négyesrendszerek. TE: *A hallgatók tisztában lesznek a Steiner-féle hármas- és négyesrendszerek fogalmával és a kvázicsoportokkal való kapcsolatával.*
12. hét	A kódelmélet alapfogalmai. Kódok előállítása véges síkokból. TE: *A hallgatók megismerik a kódelmélet alapfogalmait és felismerik azok kapcsolatát a véges geometriákkal.*
13. hét	MDS kódok és ívek véges projektív terekben. TE: *A hallgatók képesek lesznek MDS kódokat konstruálni felismerve azok kapcsolatát a véges projektív terek íveivel.*
14. hét	Véges geometriák kriptográfiai alkalmazásai. TE: *A hallgatók átlátják a véges geometriák és a kriptográfia közötti összefüggéseket.*

A tantárgy neve:		magyarul:		**Geometriai szerkesztések elmélete**					Kódja:		**TTMME0304**	
		angolul:		**Geometric Constructions**								
2017/2018/1												
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:		-	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor						
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**		**Kollokvium**	**3**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves						
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Szilasi Zoltán**			beosztása:		**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

tisztában legyenek az euklideszi szerkesztés pontos fogalmával, a szerkeszthetőség algebrai leírásával és kritériumaival;

ismerjék a klasszikus szerkesztési feladatok (szögharmadolás, körnégyszögesítés, kockakettőzés) megoldásának lehetetlenségének algebrai okait;

átlássák, hogy a nemeuklideszi eszközök milyen további szerkesztési lehetőségeket adnak és ezek segítségével képesek legyenek megoldani klasszikus problémákat;

tudjanak az euklideszi eszközök korlátozott használata mellett szerkesztési feladatokat megoldani.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a geometriai szerkeszthetőségre vonatkozó elméleti eredményeket. Jártas a geometriai szerkeszthetőség és a testbővítések algebrai elméletének mélyebb kapcsolatában. Ismeri a szerkeszthetőségi kérdések megoldásához szükséges speciális módszereket, problémamegoldó technikákat.

Képesség:

Képes a geometriai szerkeszthetőségi problémák eldöntésére. Képes a klasszikus szerkeszthetőségi kérdéseket szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni. Képes a nevezetes szerkeszthetőségi problémák megoldásának világos bemutatására. Képes szerkesztési feladatok megoldására az euklideszi eszközök korlátozott használata mellett, valamint nemeuklideszi eszközök használatával; és képes ezen megoldások algebrai tartalmát átlátni.

Attitűd:

Törekszik arra, hogy megkülönböztesse a műszaki életben történő szerkesztések esetén a matematikailag helyes és a kellően alá nem támasztott megoldásokat. Nyitott és fogékony az elsajátított szerkesztési módszerek gyakorlati alkalmazásaira.

Autonómia és felelősség:

Tisztában van annak fontosságával, hogy a szerkeszthetőség pontos matematikai fogalmát tisztázza, és véleményét ennek figyelembevételével alakítja ki gyakorlati problémák megoldásának megítélésénél. A megismert szerkesztési eljárások birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó eljárásokat, módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Az euklideszi szerkesztés fogalma, a szerkeszthetőség algebrai kritériuma. Egész együtthatós polinomok gyökeinek szerkeszthetősége. Klasszikus szerkesztési feladatok. Szerkesztések csak körzővel, csak vonalzóval, Steiner szerkesztések. Szerkesztések nemeuklideszi eszközökkel.

The Euclidean construction, algebraic criteria of constructability. Construction of the roots of polynomials with integer coefficients. Classical constraction problems. Construction with compass only, construction with straightedge only, Steiner construction. Construction with the use of non-Euclidean tools.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Geometriai szerkeszthetőség, Polygon, 1997.

Ajánlott szakirodalom:

George E. Martin: Geometric Constructions, Springer, 1996.

Szőkefalvi Nagy Gyula: A geometriai szerkesztések elmélete, Akadémiai kiadó, 1968.

Heti bontott tematika

1. hét	Az euklideszi szerkeszthetőség fogalma és algebrai megfogalmazása. TE: *A hallgatók tisztában lesznek a szerkeszthetőség pontos matematikai fogalmával.*
2. hét	Testbővítések és szerkeszthetőség. TE: *A hallgatók jártasságot szereznek a geometriai szerkeszthetőség és a testbővítések algebrai elméletének mélyebb kapcsolatában.*
3. hét	Körnégyszögesítés, szögharmadolás, kockakettőzés lehetetlensége. TE: *A hallgatók képessé válnak a nevezetes szerkeszthetőségi problémák megoldásának világos bemutatására.*
4. hét	Irreducibilis polinom gyökének szerkeszthetősége. TE: *A hallgatók megismerik az irreducibilis polinom gyökeinek szerkeszthetőségére vonatkozó feltételt.*
5. hét	Szabályos sokszögek szerkeszthetősége. TE: *A hallgatók tisztában lesznek azzal, hogy mely szabályos sokszögek szerkeszthetőek euklideszi értelemben.*
6. hét	Háromszögekre vonatkozó szerkesztési feladatok megoldhatóságának vizsgálata. TE: *A hallgatók képesek lesznek arra, hogy egy háromszög megadott adatokból való szerkeszthetőségét eldöntsék.*
7. hét	A körre vonatkozó inverzió áttekintése. TE: *A hallgatók megismerik a csak körzővel való szerkesztések elvégzésének matematikai alapját jelentő leképezést, inverziót.*
8. hét	Szerkesztések csak körzővel. TE: *A hallgatók képesek lesznek tetszőleges euklideszi szerkesztést csak körző segítségével elvégezni.*
9. hét	Szerkesztések csak vonalzóval, Steiner-szerkesztések. TE: *A hallgatók képesek lesznek tetszőleges euklideszi szerkesztést csak vonalzó segítségével elvégezni, amennyiben adott a síkon egyetlen körvonal.*
10. hét	A Steiner-szerkesztések és a projektív geometria kapcsolata. TE: *A hallgatók átlátják a másodfokú szerkesztési feladatok megoldása és projektivitások fixpontjainak keresése közötti kapcsolatot.*
11. hét	Szerkesztések derékszögű vonalzóval.

	TE: *A hallgatók képesek lesznek derékszögű vonalzó alkalmazásával euklideszi értelemben nem szerkeszthető feladatok megoldására.*
12. hét	Szerkesztések betolóvonalzóval. TE: *A hallgatók képesek lesznek betolóvonalzó alkalmazásával euklideszi értelemben nem szerkeszthető feladatok megoldására.*
13. hét	Szerkesztések egy megrajzolt kúpszelet alkalmazásával. TE: *A hallgatók képesek lesznek egy megrajzolt kúpszelet alkalmazásával euklideszi értelemben nem szerkeszthető feladatok megoldására, és átlátják a megoldhatóság algebrai okait.*
14. hét	Szerkeszthetőséggel kapcsolatos vegyes feladatok. TE: *A megismert szerkesztési eljárások birtokában a hallgatók képesek lesznek önállóan megválasztani az egyes problémák megoldása során alkalmazandó eljárásokat, módszereket.*

A tantárgy neve:		magyarul:	Geometriai transzformáció csoportok					Kódja:	TTMME0305	
		angolul:	Geometric Transformation Groups							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék							
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	Kollokvium	3	magyar
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		Dr. Figula Ágota			beosztása:	egyetemi docens	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

ismerjék a transzformáció csoport fogalmát, a véges és végtelen szimmetria csoportok közötti kapcsolatokat;

ismerjék a tranzitív csoport hatásokat és a hozzájuk tartozó fontosabb geometriákat;

ismerjék a tranzitív csoport hatások osztályozását alacsony dimenziós sokaságokon.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a transzformáció csoportok és az algebrai valamint differenciálgeometriai struktúrák közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban. Jártas a transzformáció csoportokkal kapcsolatos absztrakt gondolkodásban és fogalomalkotásban. Átfogó módon ismeri a transzformáció csoportokkal kapcsolatos bizonyítások algebrai és differenciálgeometriai alapelveit, módszereit. Ismeri a sokaságokon való csoporthatások problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén elsajátított módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon használja a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok fogalmait. Képes a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére, és megkülönbözteti a tudományosan megalapozott és kellően alá nem támasztott állításokat. Képes a tranzitív hatás csoport modelljének megalkotására és felhasználására. Képes a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén megszerzett ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a fizikában fellépő problémák megoldásában.

Attitűd:

Törekszik a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok témakör új eredményeinek megismerésére és minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén megszerzett ismeretei segítségével az algebra, a differenciálgeometria és az analízis közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű értékelésére. Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a fizikában felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

A sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén szerzett ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Transzformációcsoportok. Csoporthatások sokaságokon. A hatások infinitézimális vizsgálata.
Tranzitív csoporthatás. Homogén terek. Effektív, primitív és imprimitív csoporthatás. Lokális és globális tranzitív csoporthatások osztályozása alacsony dimenzióban. Néhány globális csoporthatás a 2-dimenziós gömbfelületen, hengerfelületen, Möbiusz szalagon, Klein palackon és tóruszon. Nilpotens és felodható sokaságok. Kompakt Lie-csoportok hatásai.

Transformation groups. Group actions on manifolds. Infinitesimal behavior of actions. Transitive group actions. Homogenous spaces. Effective, primitive and imprimitive group actions. Classification of local and global transitive group actions in lower dimensions. Some global group actions on 2-dimensional sphere, on cylinder, on the Möbius strip, on the

Klein bottle, and on torus. Nilmanifolds and solvmanifolds. Actions of compact Lie groups.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Írásbeli és szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

V.V. Gorbatsevich, A.L. Onishchik, E.B. Vinberg: Foundations of Lie Theory and Lie Transformation Groups, Springer, 1997.

J. Hilgert, K.H. Neeb: Structure and Geometry of Lie Groups, Section 10., Springer, 2012.

L. Eugene: Notes on Lie Groups, Sections: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 24. 2012. http://www.math.uiuc.edu/~lerman/519/s12/427notes.pdf

A.L. Onishchik, R. Sulanke: Projective and Cayley-Klein Geometries, Sections: 2.9, A3. Springer, 2006.

N.H. Ibragimov: Transformation Groups Applied to Mathematical Physics, D. Reidel Publishing Company, 1985.

Szenthe János: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe, Eötvös Kiadó, 2002.

F. W. Warner: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, Springer, 1983.

Heti bontott tematika

1. hét	Transzformáció csoport fogalma. Példák transzformáció csoportra. Klasszikus lineáris Lie-csoportok és tulajdonságaik. TE: A hallgatók megismerik a transzformáció csoport fogalmát, a klasszikus lineáris Lie- csoportokat és tulajdonságaikat.
2. hét	Lie-csoportok hatása sokaságokon. Orbit és izotrópia csoport. Dimenzió formula. Effektív csoport hatás. Ekvivariáns leképezések. TE: A hallgatók tisztában lesznek a véges halmazokon és sokaságokon való csoporthatások közötti kapcsolatokkal, összefüggésekkel.
3. hét	Morfizmusok és csoport hatások infinitézimális leírása. Csoport hatások és indukált vektor mezők. Lie transzformáció csoport Lie-algebrája. Létezési tételek. TE: A hallgatók megismerik a morfizmusok és csoport hatások infinitézimális leírását, a csoport hatások által indukált vektor mezők fogalmát, Lie transzformáció csoport Lie-algebráját.
4. hét	Geometriai struktúrák automorfizmus csoportjai. Bochner-Montgomery tétele. Principális nyalábok. Példák. Jellemzésük. TE: A hallgatók megismerik a geometriai struktúrák automorfizmus csoportjait, a principális nyalábok fogalmát és jellemzésüket.
5. hét	Tranzitív csoport hatások. Homogén terek csoport modellje. Topologikus tulajdonságok és bizonyításuk csoport hatások ill. tranzitív csoport hatások felhasználásával. TE: A hallgatók megismerik a homogén terek csoport modelljét, néhány topologikus tulajdon-

	ság bizonyítását csoport hatások felhasználásával.
6. hét	A G/H csoport modell alkalmazásai: G-izomorf, ill. ekvivariánsan izomorf tranzitív csoport hatások osztályozási kérdése. Fibrált nyalábok. TE: A hallgatók képessé válnak a G/H csoport modell alkalmazására osztályozási problémákban, megismerik a fibrált nyalábok fogalmát.
7. hét	Tenzor mezők Lie deriváltja. Integrálás sokaságokon. Irányíthatóság. Invariáns integrálás, Haar mérték. Vektormezők Lie-algebráinak integrálása. TE: A hallgatók megismerik a tenzor mezők Lie deriválását, a sokaságokon való integrálást.
8. hét	Riemann szimmetrikus terek csoport modellje és a hozzájuk tartozó geometriák. Kétpont homogén Riemann terek osztályozási kérdése. TE: A hallgatók tisztában lesznek a Riemann szimmetrikus terek csoport modelljével és a hozzájuk tartozó geometriákkal.
9. hét	Transzformáció csoportok megszorítása és kiterjesztése. Tranzitív hatások közötti inklúziók. Egy csoport tranzitív hatásának redukciója egy részcsoportra. TE: A hallgatók megismerik a transzformáció csoportok megszorítását és kiterjesztését, a tranzitív csoport hatások közötti inklúziókat.
10. hét	Homogén G-terek automorfizmus csoportja, primitív és imprimitív csoport hatások. Összefüggő homogén terek lefedéseinek jellemzése a csoport modellben. Montgomery tétele. TE: A hallgatók tisztában lesznek a primitív és imprimitív csoport hatásokkal, megismerik a homogén G-terek automorfizmus csoportját és az összefüggő homogén terek lefedéseinek jellemzését.
11. hét	Lie-csoportok tranzitív és effektív hatásainak osztályozási kérdése és az osztályozás az S^n gömbfelületeken. Összefüggő Lie-csoportok effektív és tranzitív hatásai komplex és kvaternió projektív tereken. TE: A hallgatók tisztában lesznek a Lie-csoportok tranzitív és effektív hatásainak osztályozásával az S^n gömbfelületeken.
12. hét	Nilpotens csoportok homogén terei. Feloldható csoportok homogén terei. Invariáns metrikák nilpotens Lie-algebrákon. Totál geodetikus részsokaságok. TE: A hallgatók megismerik a nilpotens és a feloldható csoportok homogén tereit.
13. hét	1-dimenziós homogén terek. 2-dimenziós homogén terek. Mostow tétele. TE: A hallgatók tisztában lesznek az 1- és a 2-dimenziós homogén terekkel.
14. hét	Lie-csoportok lokális hatásainak osztályozása alacsony dimenzióban. 3-dimenziós homogén sokaságok. Legfeljebb 6-dimenziós kompakt homogén sokaságok. TE: A hallgatók megismerik a Lie-csoportok lokális hatásainak osztályozását alacsony dimenzióban.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Riemann-geometria**	Kódja:	**TTMME0306**
	angolul:	**Riemannian Geomtry**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		Modern differenciálgeometria	Kódja:	TTMME0302

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Tran Quoc Binh**				beosztása:	**tudományos főmunkatárs**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a Riemann-geometria alapvető fogalmait, technikáit és néhány nevezetes eredményét. Világos legyen számukra, hogy a Riemann-geometria közös általánosítása a klasszikus (euklideszi, hiperbolikus és gömbi) geometriáknak.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a Riemann-geometria elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a Riemann-geometria és a modern analízis közötti kapcsolatokban. Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a Riemann-geometria absztrakt fogalmainak megalkotásában. Ismeri a mai Riemann-geometriai kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a Riemann-geometriában elsajátított fogalmak és módszerek alkalmazására és alkotó jellegű integrálására a fizikában felmerülő problémák megoldásában. Képes a Riemann-geometriai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, szakmai kommunikációra.

Attitűd:

Törekszik a Riemann-geometria új eredményeinek megismerésére és azok minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a Riemann-geometria további összefüggéseinek meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű, tudományosan megalapozott értékelésére. Nyitott és fogékony a Riemann-geometriában elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken – például általánosabb geometriákban és fizikában – történő alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére. Tudatában van annak, hogy a Riemann-geometriai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a fizikai alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a megszerzett Riemann-geometriai tudásának mértékét. Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában és működik együtt akár a fizikai és műszaki tudományok képviselőivel. Magas szintű Riemann-geometriai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket és eljárásokat. Tisztában van a Riemann-geometria fogalmainak pontos megalkotásának fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki. A Riemann-geometria absztrakt fogalmainak megalkotása és gondolkodási módszereiben való jártassága révén kialakított véleményét felelősen képviseli. Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb etikai normák figyelembevételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Riemann-metrikák, lineáris konnexió és párhuzamosság. A Levi-Civita konnexió. Geodetikusok, exponenciális leképezés, a geodetikusok minimalizáló tulajdonsága, konvex környezetek. Görbületi tenzor és metszetgörbületek. Jacobi-mezők. Teljes sokaságok: a Hopf-Rinow tétel és Hadamard tétele. Konstans görbületű terek. Az ívhossz első és második variációja. Jacobi-egyenlet, Jacobi-mezők és az exponenciális leképezés. Összehasonlító tételek.

Riemannian metrics, linear connection and parallelism. The Levi-Civita connection. Geodesics, exponential mapping, the minimizing property of geodesics, convex neighborhoods. Curvature tensor and sectional curvature. Jacobi fields. Complete manifolds: the Hopf-Rinow theorem and the Hadamard theorem. Spaces of constant curvature. First and second variation of arc-length. Jacobi equation, Jacobi fields and the exponential mapping. Comparison theorems.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli vagy írásbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

1. M. P. do Carmo: Riemannian Geometry, Birkhäuser, 1992.
2. I. Chavel: Riemannian Geometry: A Modern Introduction, Cambridge University Press, 2006.
3. S. S. Chern, W. H. Chen, K. S. Lam, Lectures on Differential Geometry, World Scientific 1999.
4. P. Petersen: Riemannian Geometry, Springer, 2016.

Heti bontott tematika	
1. hét	Lineáris konnexiók és párhuzamos eltolás. TE: *A hallgatók megismerik a párhuzamos eltolás fogalmának sokaságokra történő absztrakcióját.*
2. hét	Geodetikusok és az exponenciális leképezés. TE: *A hallgatók megismerik a geodetikusok fogalmának sokaságokra történő absztrakcióját.*
3. hét	A torzió és a görbületi tenzor. TE: *A hallgatók tisztában lesznek görbületet és a torziót általános körülmények között jellemző tenzorokkal.*
4. hét	Riemann-metrikák. A Levi-Civita konnexió. Geodetikusok. A geodetikusok lokális minimalizáló tulajdonsága. TE: *A hallgatók megismerik a Riemann-sokaságok fogalmát és azok legfontosabb metrikus jellemzőit.*
5. hét	A Riemann-metrika által indukált metrikus tér teljessége: a Hopf – Rinow-tétel. TE: *A hallgatók megismerik a Riemann-sokaságokra vonatkozó Hopf-Rinow tételt.*
6. hét	Görbületi tenzor és metszetgörbület. Riemann-részsokaságok. TE: *A hallgatók megismerik a Riemann-sokaságokat jellemző legfontosabb görbületi adatokat.*
7. hét	Konstans görbületű Riemann terek. TE: *A hallgatók tisztában lesznek a konstans görbületi Riemann-sokaságokkal és világossá válik számukra, hogy a Riemann-geometria a klasszikus geometriák közös általánosítása.*
8. hét	Az ívhossz első és második variációs formulája.

	TE: *A hallgatók megismerik az ívhossz variációs formuláit.*
9. hét	Jacobi-egyenlet és Jacobi-vektormező. TE: *A hallgatók megismerik a Jacobi-egyenletet.*
10. hét	Elemi összehasonlító tételek. Bonnet, Myers, Hadamard, és Rauch tételei. TE: *A hallgatók tisztában lesznek a Riemann-geometria elemi összehasonlító tételeivel.*
11. hét	Jacobi-mezők és az exponenciális leképezés. Normálkoordináták. TE: *A hallgatók számára világossá válik a Jacobi-mezők és az exponenciális leképezés kapcsolata.*
12. hét	Geodetikus gömbi koordináták. TE: *A hallgatók képessé válnak geodetikus gömbi koordináták alkalmazására.*
13. hét	Térfogat-összehasonlító tételek 1. TE: *A hallgatók megismerik a térfogat-összehasonlító tételeket.*
14. hét	Térfogat-összehasonlító tételek 2. TE: *A képessé válnak a térfogat-összehasonlító tételek alkalmazására.*

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Algebrai topológia</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td colspan="2" rowspan="2">TTMME0307</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Algebraic Topology</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="8">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti 2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Kozma László</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja

Az algebrai topológia alapvető fogalmainak, módszereinek és tételeinek a bemutatása.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri és használja a tárgyalt fejezeteinek legfontosabb fogalmait, módszereit és alapvető összefüggéseit. Ismeri a fundamentális csoport és lefedő terek fogalmát ás összefüggéseit. Tisztában van a van Kampen tétel jelentésével. Ismeri a szimpliciális és szinguláris homológiák fogalmát, a Mayer-Vietoris sorozatot, és a homológiák és a fundamentális csoport kapcsolatát. Ismeri a kohomológiák eseteit, a Kunneth formulát, a homotópiák alapvető tulajdonságait, és konstrukcióit.

Képesség:

Képes használni és alkalmazni az algebrai topológia legfontosabb fogalmait, alapvető tételeit. Képes, felismerni a különféle algebrai topológiai fogalmak kapcsolatát, Képes alkalmzani a Kunneth formulát, Whitehead tételét, és a Hurwicz tételt.

Képes felismerni egy geometriai problémánál, ha az az algebrai topológia mely módszereivel vizsgálható.

Attitűd:

Törekszik a tárgy ismereteinek széles körű alkalmazására a feladatmegoldásban és gyakorlati problémák megoldásában. A megszerzett ismeretek alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.

Autonómia és felelősség:

Az elsajátított ismeretei felhasználásával képes önálló algebrai topológiai problémák megfogalmazására és azok elemzésére.

A kurzus tartalma, témakörei

A fundamentális csoport és lefedő terek: Pályák, és homotópiák, a kör fundamentális csoportja. Csoportok szabad szorzata, a van Kampen tétel. Lefedő terek osztályozása. Szimpliciális és szinguláris homológiák. Homotóp invariancia. A Mayer-Vietoris sorozat. A homológiák és a fundamentális csoport kapcsolata. Kohomológiák: a kohomológia csoport, és gyűrű. A Kunneth formula. Irányítás, és homológiák, a dualitási tétel. Homotópia csoportok, Whitehead tétele. A Hurwicz tétel.

The fundamental group and covering spaces: Orbits, homotopies, the fundamental group of the circle. Free product of groups, van Kampen's theorem. Classification of covering spaces. Simplicial and singular homologies. Homotopy invariance. The Mayer–Vietoris sequence. Connection of homologies and the fundamental group. Cohomologies: the cohomology group and ring. The Kunneth formula. Orientation and homology, the duality theorem. Homotopy groups, Whitehead theorem. The Hurwicz theorem.

.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Hatcher, Allen. Algebraic Topology. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002. ISBN: 9780521795401

Heti bontott tematika

1. hét	A homotópia és a homotópiák ekvivalenciája. Cellakomplexusok. A homotóp-ekvivalencia kritériumai. TE: A hallgatók megismerik a homotópiaelmélet alapfogalmait.
2. hét	Pályák és homotópiák, a fundamentális csoport. A kör fundamentális csoportja Indukált homomorfizmus. TE: A hallgatók megismerik az alapvető mennyiségeket, többek közt a fundamentális csoportot..
3. hét	Csoportok szabad szorzata. A van Kampen tétel, és alkalmazása a cellakomplexusokra. TE: A hallgatók megismerik a van Kampen tételt, és fontos alkalmazását.
4. hét	Liftelési tulajdonságok, a lefedő terek osztályozása. TE: A hallgatók megismerik a lefedő terek osztályozási alaptételét.
5. hét	Szimpliciális és szinguláris homológiák, homotópia ekvivalencia. Egzakt sorozatok. Szimpliciális és szinguláris homológiák ekvivalenciája. TE: A hallgatók megismerik a szimpliciális és szinguláris homológiák kapcsolatát.
6. hét	Celluláris homológiák. A Mayer-Vietoris tétel. TE: A hallgatók megismerkednek a Mayer-Vietoris tétellel.
7. hét	A homológiák és a fundamentális csoport, klasszikus alkalmazások. *TE: A hallgatók megismerik a homológiák és a fundamentális csoport kapcsolatát és alkalmazását.*
8. hét	Összefoglalás, ismétlés, feladatok. *TE: A hallgatók rendszerezik eddigi ismereteiket.*
9. hét	A kohomológia csoport. Terek kohomológiája. *TE: A hallgatók tisztában lesznek a kohomológia csoportok tulajdonságaival.*
10. hét	A kohomológia gyűrű, a Kunneth formula. *TE: A hallgatók megismerik a Kunneth formulát.*
11. hét	Poincare dualitás. Irányítás és homológia. A dualitási tétel. *TE: A hallgatók megismernek a dualitási összefüggéseket.*
12. hét	Homotópia csoportok, alapvető konstrukciók. Whitehead tétele. *TE: A hallgatók megismerik a homotópia csoportokat.*
13. hét	A Hurwicz tétel. *TE: A hallgatók megismerik Hurwicz tételét.*
14. hét	Összefoglalás, ismétlés, feladatok.

	TE: A hallgatók rendszerezik ismereteiket.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Bevezetés a Finsler-geometriába**					Kódja:	**TTMME0308**	
		angolul:	**Introduction to Finsler Geometry**							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:			Modern differenciálgeometria					Kódja:	TTMME0302	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Lovas Rezső**				beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a Finsler-geometria alapfogalmaival és fontosabb eredményeivel.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Jártas az absztrakt differenciálgeometriai gondolkodásban és fogalomalkotásban. Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit. Ismeri az új Finsler-geometriai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt differenciálgeometriai fogalmakat. Képes a Finsler-geometria területén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.

Attitűd:

Nyitott és fogékony a Finsler-geometria területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területen való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

Autonómia és felelősség:

Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával a Finsler-geometria területén, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Finsler—Minkowski-vektorterek. Finsler-struktúrák sokaságokon, alapvető példák. A geodetikus spray és az indukált Ehresmann-konnexió. Kovariáns deriválás Finsler-sokaságokon, görbületek. Speciális Finsler-sokaságok.

Finsler-Minkowski spaces. Finsler structures on manifolds, basic examples. The geodesic spray and induced Ehresmann connection. Covariant derivative on Finsler manifolds, curvatures. Special Finsler manifolds.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga az előadó döntése szerint.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

D. Bao, S.-S. Chern, Z. Shen: An Introduction to Riemann—Finsler Geometry, Springer Verlag, 2000.

Z. Shen: Differential Geometry of Spray and Finsler Spaces, Kluwer Academic Publishers, 2001.

J. Szilasi, A Setting for Spray and Finsler Geometry, in: Handbook of Finsler Geometry Vol. 2, Kluwer Academic Publishers, 2003.

J. Szilasi, R. L. Lovas, D. Cs. Kertész, Connections, Sprays and Finsler Structures, World Scientific, 2014.

Heti bontott tematika

1. hét	Finsler-vektorterek és Finsler-sokaságok. Fizikai motivációk. TE: A hallgatók megismerkednek a Finsler-vektorterek és Finsler-sokaságok alapfogalmaival és ezek mögött rejlő néhány fizikai motivációval.
2. hét	Euler tétele és a fundamentális egyenlőtlenség Finsler-vektortereken. TE: A hallgatók megismerkednek a Finsler-vektorterek definíciójának fontosabb következményeivel.
3. hét	A Poincaré-féle körmodell és a Funk-metrika. TE: A hallgatók átismétlik a hiperbolikus geometria Poincaré-féle körmodelljét, és megismerik ennek egy Finsler-geometriai általánosítását, a Funk-metrikát.
4. hét	Speciális Finsler-sokaságok. Riemann- és Randers-sokaságok. TE: A hallgatók átlátják a Riemann- és a Finsler-geometria közötti összefüggést, és megismerik a Randers-sokaságok fogalmát.
5. hét	A spray fogalma, sprayk geodetikusai. TE: A hallgatók megértik a spray geodetikusainak a pontos fogalmát.
6. hét	Az exponenciális leképezés. TE: A hallgatók megismerik a spray exponenciális leképezésének fogalmát és fontosabb tulajdonságait.
7. hét	Ehresmann-konnexiók konstrukciója, a Crampin—Grifone-tétel. TE: A hallgatók tisztában lesznek az Ehresmann-konnexió fogalmával és az Ehresmann-konnexiók főbb konstrukcióival.
8. hét	Ehresmann-konnexiók és az indukált Berwald-féle kovariáns deriválás. TE: A hallgatók megismerkednek az Ehresmann-konnexiók által indukált Berwald-féle kovariáns deriválás fogalmával és főbb tulajdonságaival.
9. hét	A Finsler-geometria alaplemmája, a Berwald-féle kovariáns deriválás Finsler-sokaságokon. TE: A hallgatók képesek lesznek a Finsler-geometria alaplemmáját megfogalmazni és bebizonyítani.
10. hét	A Cartan-tenzorok. Deicke tétele. TE: A hallgatók megismerik a Finsler-sokaságok Cartan-tenzorait és főbb alkalmazásaikat.
11. hét	A zászlógörbület. Izotróp Finsler-sokaságok. TE: A hallgatók tisztában lesznek a zászlógörbület fogalmával és az izotróp Finsler-sokaságok fontosabb tulajdonságaival.
12. hét	Finsler-geodetikusok, távolság Finsler-sokaságokon. TE: A hallgatók megismerik a Finsler-geodetikusok fogalmát, és megértik az összefüggő

	Finsler-sokaságokon a távolságmérés alapelvét.
13. hét	Projektív metrizálhatóság. TE: A hallgatók betekintést nyernek a sprayk projektív metrizálhatóságával kapcsolatos néhány eredménybe.
14. hét	Berwald-sokaságok. TE: A hallgatók megismerkednek a Berwald-sokaságok fogalmával és főbb jellemzéseikkel.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Variációszámítás**	Kódja:	**TTMME0309**
	angolul:	**Calculus of Variations**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Lovas Rezső**	beosztása:	**egyetemi adjunktus**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a variációszámítás alapfogalmaival és főbb módszereivel.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a variációszámítás és a hozzá szorosan kapcsolódó matematikai diszciplínák, az elemi analízis, a differenciálegyenletek, a lineáris algebra és a differenciálgeometria módszereit és eredményeit, jártas ezen diszciplínák közötti mélyebb átfogóbb kapcsolatokban.

Képesség:

Képes a gyakorlati életben adódó döntéshelyzetek mögött rejlő optimalizációs problémák megfogalmazására és ezeknek variációs módszerekkel való megoldására, a megoldásokból levonható következtetések nem szakemberek számára való kommunikációjára. Képes a variációszámítás eredményeinek alkotó jellegű alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában.

Attitűd:

Nyitott és fogékony a variációszámítás tanulása során elsajátított gondolatmenetek, fogalmak, módszerek új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére. Tudatában van annak, hogy a variációszámítás tanulása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes optimalizációs problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

A síkbeli nemparaméteres variációs feladat. A variációszámítás alaptétele. Az Euler—Lagrange-differenciálegyenlet. Legendre, Jacobi és Weierstrass szükséges feltételei. A mezőelmélet alapfogalmai. Mező létezése és a Jacobi-feltétel. Elégséges feltételek. A síkbeli paraméteres probléma. Szükséges és elégséges feltételek. A metrikus differenciálgeometria alapjai. Geodetikus mező létezése. Geodetikusok mint minimális görbék. Jacobi differenciálegyenlete. A konjugált pontok fogalma.

Nonparametric variational problem in the plane. The fundamental theorem of variational calculus. The Euler-Lagrange differential equation. Necessary conditions due to Legendre, Jacobi and Weierstrass. Basics of field theory. Existence of field and the Jacobi condition. Sufficient conditions. Parametric variational problem in the plane. Necessary and sufficient conditions. Foundations of metric differential geometry. Existence of geodesic field. Geodesics as minimizing curves. Jacobi's differential equation. Conjugate points.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga az előadó döntése szerint.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

Kósa András: Variációszámítás, Tankönyvkiadó, 1990.

M. A. Lavrentyev, L. A. Ljusztyernyik: Variációszámítás, Akadémiai Kiadó, 1953.

L. D. Elsgolc: Calculus of Variations, Dover Publications, 2007.

Heti bontott tematika	
1. hét	A síkbeli nemparaméteres variációs feladat. A du Bois-Reymond-lemma. TE: A hallgatók tisztában lesznek a variációs feladat fogalmával és a du Bois-Reymond-lemma jelentőségével.
2. hét	Az első variáció. Az Euler—Lagrange-féle differenciálegyenlet. TE: A hallgatók képesek lesznek önállóan levezetni az Euler—Lagrange-egyeneletet.
3. hét	A Legendre-feltétel. TE: A hallgatók megértik a Legendre-feltétel fogalmát.
4. hét	A Jacobi-feltétel. TE: A hallgatók megértik a Jacobi-feltétel fogalmát.
5. hét	A Weierstrass-féle elégséges feltétel. TE: A hallgatók megértik a Weierstrass-feltétel fogalmát.
6. hét	A mezőelmélet alapfogalmai. TE: A hallgatók tisztában lesznek a stacionárius mező fogalmával és alkalmazásaival.
7. hét	A Jacobi-feltétel. A lokális szélsőérték elégséges feltételei. TE: A hallgatók tisztában lesznek a lokális szélsőérték további elégséges feltételeivel.
8. hét	Paraméteres variációs problémák. A homogenitási feltétel. TE: A hallgatók világosan látni fogják a nemparaméteres és a paraméteres problémák közti fő eltéréseket.
9. hét	A paraméteres síkbeli rögzített végpontú variációs probléma. Szükséges feltételek. TE: A hallgatók megismerik a paraméteres problémák esetén a lokális szélsőérték főbb szükséges feltételeit.
10. hét	A paraméteres síkbeli rögzített végpontú variációs probléma. Elégséges feltételek. TE: A hallgatók megismerik a paraméteres problémák esetén a lokális szélsőérték főbb elégséges feltételeit.

11. hét	A metrikus differenciálgeometria alapjai. Affinösszefüggő és Riemann-sokaságok. TE: A hallgatók megismerik az affinösszefüggő sokaságok, a Riemann-sokaságok és a geodetikusok fogalmát.
12. hét	A geodetikusok differenciálegyenlete. TE: A hallgatók képesek lesznek a geodetikusok differenciálegyenletének önálló levezetésére.
13. hét	A geodetikusok mint lokálisan távolságminimalizáló görbék. TE: A hallgatók képesek lesznek a geodetikusok lokális távolságminimalizáló tulajdonságának a pontos megfogalmazására.
14. hét	Jacobi-mezők és konjugált pontok. TE: A hallgatók megismerkednek a Jacobi-féle differenciálegyenlettel és a konjugált pontok fogalmával.

A tantárgy neve:		magyarul:	Vektoranalízis sokaságokon					Kódja:	TTMME0310	
		angolul:	Vector analysis on manifolds							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék							
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	Kollokvium	3	magyar
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		Dr. Vincze Csaba			beosztása:	egyetemi docens	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a klasszikus differenciál- és integrálszámítás általánosításához szükséges apparátust és a vektoranalízis klasszikus eredményeinek általánosításait.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit az analízis, lineáris algebra és a geometria területén. Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban. Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.

Képesség:

Képes az analízis, a lineáris algebra és a geometria területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.

Attitűd:

Törekszik a modern matematika új eredményeinek megismerésére. Nyitott és fogékony a matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére. Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a matematika területén megszerzett tudásának mértékét. Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat. Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával.

A kurzus tartalma, témakörei

Részsokaságok az n-dimenziós euklideszi térben: görbék és felületek. Differenciálható sokaságok. Érintőtér és érintősokaság. Vektormezők és Lie-zárójel. Differenciálformák kalkulusa: Lie deriválás és külső differenciálás. A Cartan-formula. Zárt és egzakt differenciálformák, a potenciálelmélet alapjai. Poincaré tétele. Irányítható sokaságok, térfogati forma és divergencia. Reguláris tartományok, a peremes sokaság fogalma. Egységbontás. Térfogati formák integrálása, a Stokes tétel. A Riemann-féle metrikus tenzor és a vektoranalízis klasszikus tételeinek leszármaztatása.

Submanifolds of the n-dimensional Euclidean space: curves and surfaces. Differentiable manifolds. Tangent space and tangent manifold. Vector fields and Lie bracket. Calculus of differential forms: Lie derivative and exterior derivative, Cartan's formula. Closed and exact differential forms, foundations of potential theory. Poincaré's theorem. Orientable manifolds, volume form and divergence. Regular regions, manifolds with boundary. Partition of unity. Integration of volume forms, Stokes' theorem. The Riemannian metric tensor and the classical theorems of vector analysis.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Írásbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

M. P. do Carmo: Differential forms and applications, New York : Springer-Verlag, 1994.
K. Janich, Vector analysis, New York: Springer, 2000.
Kurusa Árpád, Bevezetés a differenciálgeometriába, Polygon, 1999.
J. M. Lee, Introduction to smooth manifolds, Graduate Texts in Mathematics,Vol. 218, 2012.
Szilasi József, Bevezetés a differenciálgeometriába , Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1998.
Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.
F. W. Warner, Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, New York : Springer, 1983.

Heti bontott tematika	
1. hét	Részsokaságok az n-dimenziós euklideszi térben: görbék és felületek. TE: Sokaságok beágyazó térben.
2. hét	Differenciálható sokaságok. TE: A sokaság absztrakt fogalma.
3. hét	Érintőtér és érintősokaság. TE: Érintővektorok és érintősokaság.
4. hét	Vektormezők és Lie-zárójel. TE: Vektormezők Lie-algebrája.
5. hét	Differenciálformák kalkulusa . TE: Differenciálformák, külső szorzat.
6. hét	Lie deriválás és külső differenciálás. A Cartan-formula. TE: Külső differenciálás és a Cartan-formula.
7. hét	Zárt és egzakt differenciálformák, a potenciálelmélet alapjai. Poincaré tétele. TE: A potenciálelmélet alapjai.
8. hét	Irányítható sokaságok, térfogati forma és divergencia. TE: Az irányíthatóság fogalma.
9. hét	Reguláris tartományok, a peremes sokaság fogalma. TE: Reguláris tartományok és peremes sokaság.
10. hét	Egységbontás. TE: Az egységbontás tétele.
11. hét	Térfogati formák integrálása, a Stokes tétel. TE: A Stokes-tétel
12. hét	A Riemann-féle metrikus tenzor. Irányítható Riemann-sokaságok és a kanonikus térfogati forma. TE: A Riemann-geometria elemei.
13. hét	Gradiens, vektormezők görbementi integrálja, potenciál. TE: A potenciálelmélet alapjai.
14. hét	A vektoranalízis klasszikus tételeinek leszármaztatása.

	TE: A vektoranalízis klasszikus tételeinek leszármaztatása.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="4">Differenciálrendszerek geometriai elmélete</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0311</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="4">Geometric theory of differential systems</td></tr>
<tr><td colspan="8">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="6">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="4">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="3">Dr. Muzsnay Zoltán</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

a parciális differenciálegyenlet-rendszerek geometriai elméletével.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismerje meg a differenciálegyenlet-rendszerek és a geometriai struktúrák közötti kapcsolatot. Tisztában legyen a differenciálegyenlet-rendszerek megoldhatóságának geometriai jelentésével. Alkalmazni tudja a differenciálegyenlet-rendszerek megoldásában a geometriai konstrukciókat.

Képesség:

Képes legyen felfedezni a differenciálegyenlet-rendszerek és a geometriai konstrukciók közötti kapcsolatokat. Képes legyen alkalmazni a differenciálegyenlet-rendszerek megoldásában a különböző geometriai konstrukciókat.

Attitűd:

Törekszik a geometria és a differenciálegyenlet-rendszerek elméletének mélyebb megismerésére és minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a modern geometria és analízis további összefüggések meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű értékelésére. Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a geometria és a differenciálegyenletek témakörében felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Differenciálható sokaságok, vektornyalábok. Vektormezők. Külső formák, külső deriválás, Lie-derivált. Közönséges és parciális differenciálegyenletek és egyenletrendszerek geometriai interpretációja. Elsőrendű parciális differenciálegyenlet-rendszerek teljes integrálhatósága. Frobenius tétele. Jet nyalábok. Magasabb rendű túlhatározott lineáris parciális differenciálegyenlet-rendszerek vizsgálata. Lineáris differenciáloperátorok. Szimbólum, kváziregularitás, Cartan teszt. Differenciálegyenlet-rendszerek prolongálása. Formális integrálhatóság. Az integrálhatóság akadályai. Cauchy-Kovalevszkaja tétele. Cartan-Kahler tétel. Alkalmazások.

Differentiable manifolds and vector bundles. Vector fields. Exterior form, exterior derivative, Lie derivative. Geometric interpretation of ordinary and partial differential equations. Integrability of system of first order partial differential equations. Frobenius theorem. Jet bundles. Higher order overdetermined system of linear partial differential equations. Linear differential operators. Symbol, quasi-regularity, Cartan test. Prolongation of system of differential equations. Formal integrability. Problems of integration. Cauchy-Kovalevszkaja theorem. Cartan-Kahler theorem. Applications.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

Bryant, Chern, Gardner, Goldschmidt, Griffiths: Exterior Differential Systems, Springer-Verlag, 1990.

M. Spivak: A comprehensive introduction to differential geometry, vol I, Publish or Perish, 1999.

J. Grifone, Z. Muzsnay: Variational Principles for Second-order Differential Equations, World Scientif ic, 2000.

Heti bontott tematika	
1. hét	Differenciálható sokaságok, vektornyalábok. TE: A hallgatók megismerik a megfelelő fogalmakat, példákat.
2. hét	Vektormezők. Külső formák, külső deriválás. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
3. hét	Közönséges differenciálegyenletek. Integrálgörbe, folyam. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
4. hét	Lie-derivált, Lie-zárójel. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
5. hét	Elsőrendű parciális differenciálegyenlet-rendszerek geometriai interpretációja. Disztribúció, integrálsokaság. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
6. hét	Elsőrendű parciális differenciálegyenlet-rendszerek teljes integrálhatósága. Frobenius tétele. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal. Megismerik a tétel bizonyításával.
7. hét	Jet nyalábok. Differenciáloperátorok. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
8. hét	Túlhatározott lineáris parciális differenciálegyenlet-rendszerek vizsgálata. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
9. hét	Az integrálhatóság akadályai. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
10. hét	Differenciálegyenlet-rendszerek prolongálása. Formális integrálhatóság. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
11. hét	Szimbólum, kváziregularitás, Cartan teszt. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal, ezek kiszámításával, példákkal.
12. hét	Cauchy-Kovalevszkaja tétele. TE: A hallgatók megismerkednek a tétel bizonyításával és alkalmazásaival.
13. hét	Cartan-Kahler tétel. TE: A hallgatók megismerkednek a tétel bizonyításával.

14. hét	Alkalmazások. TE: A hallgatók megismerkednek a tétel Cartan-Kahler tétel néhány alkalmazásaival.

A tantárgy neve:		magyarul:		Felületelmélet					Kódja:	TTMME0312	
		angolul:		Theory of Surfaces							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				DE TTK Matematikai Intézet, Geometria tanszék							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	N	Heti	2	Heti	1	Heti	0	Kollokvium	4	magyar	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		Dr. Tran Quoc Binh			beosztása:	tudományos főmunkatárs	

A kurzus célja, hogy a hallgatók megismerjék a felületelmélet néhány nevezetes klasszikus és modern, globális eredményét.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a felületelmélet eredményeit és módszereit. Jártas a felületelmélet és a differenciálegyenletek elmélete közötti kapcsolatokban. Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a felületekkel kapcsolatos absztrakt fogalmak megalkotásában. Ismeri a mai differenciálgeometriai kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes az elsajátított felületelméleti fogalmak és módszerek magabiztos és alkotó módon történő alkalmazására a matematikában és a fizikában felmerülő problémák esetén egyaránt. Képes a felületelméleti eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, szakmai kommunikációra.

Attitűd:

Törekszik a felületelmélet új eredményeinek megismerésére és azok minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a felületelmélet további összefüggéseinek meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű, tudományosan megalapozott értékelésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére. Tudatában van annak, hogy a felületelméleti tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a fizikai alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a megszerzett felületelméleti tudásának mértékét. Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában és működik együtt akár a fizikai és műszaki tudományok képviselőivel. Magas szintű felületelméleti ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket és eljárásokat. Tisztában van a felületelméleti fogalmak pontos megalkotásának fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

A Gauss-leképezés és a második alapforma. Integrálás a felületen, felszín-formula, divergencia-tétel. Brouwer fixpont tétele. A felület belső geometriája: a Gauss-féle „theorema egregium”. A felület külső geometriája: pozitív görbületű felületek, Minkowski-féle formulák, Alexandrov tétele. Kostans görbületű felületek. Minimálfelületek, Weierstrass formula. A Gauss-Bonnet tétel geodetikus háromszögekre. Kompakt zárt felületek Euler karakterisztikája. A Gauss-Bonnet tétel globális alakja.

Gauss map and the second fundamental form. Surface integrals and surface area, divergence theorem. Brouwer fixed-point theorem. Internal geometry of surfaces: Gauss's „theorema egregium”. External geometry of surfaces: surfaces of positive curvature, Minkowski formulae, Alexandrov's theorem. Surfaces of constant curvature. Minimizing surfaces, Weierstrass formula. The Gauss-Bonnet theorem for geodesic triangles. Euler characteristic of compact, closed surfaces. The global form of Gauss-Bonnet theorem.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

5. Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.
6. Do Carmo: Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall, 1976.
7. S. Montiel, A. Ros , Curves and Surfaces, Graduate Studies in Mathematics, Volume 69, AMS 2005.

Heti bontott tematika	
1. hét	Reguláris felületek, érintősíkok. Differenciálható függvények felületen, differenciálható leképezések a felületek között. A Gauss-leképezés és a második alapformula. TE: *A hallgató átlátja a klasszikus felület alapvető fogalmait.*
2. hét	Főgörbületek, a felületi pontok osztályozása, Hilbert tétele, a Jellett-Liebmann, és a Hilbert-Liebmann tétel. TE: *A hallgató megismeri a főgörbület fogalmát és a kapcsolódó legfontosabb tételeket.*
3. hét	Integrálás a felületen. Felszín-formula, divergencia-tétel. TE: *A hallgató képessé válik a felület integrál meghatározására és alkalmazására.*
4. hét	Brouwer fixponttétele. TE: *A hallgató megismeri Brouwer fixponttételét és annak szerepét a felületelméletben.*
5. hét	Merev mozgások és izometriák. A Gauss-féle „theorema egregium”. TE: *A hallgató megismeri a felületek belső geometriáját.*
6. hét	Geodetikusok és az exponenciális leképezés. TE: *A hallgató képessé válik a felületek geodetikusainak pontos leírására és alkalmazására.*
7. hét	Pozitív görbületű felületek, a Minkowski-féle formulák TE: *A hallgatók megismerik a pozitív görbületű felületekre vonatkozó alapvető eredményeket.*
8. hét	Alexandrov tétele a konstans középgörbületű kompakt, összefüggő felületekről. TE: *A hallgatók megismerik Alexandrov tételét.*
9. hét	Minimálfelületek, példák minimálfelületekre. TE: *A hallgatók megismerik a minimálfelületek fogalmát és azok jelentőségét az alkalmazásokban.*
10. hét	Weierstrass formulája minimálfelületekre. TE *A hallgatók tisztában lesznek a minimálfelületek Weierstrass-féle reprezentációjával.*:
11. hét	A Gauss- görbület geodetikus koordinátarendszerben. TE: *A hallgatók képesek lesznek felületek Gauss-görbületét meghatározni geodetikus koordinátarendszerben.*
12. hét	Geodetikusok differenciálegyenlete geodetikus polárkoordináta-rendszerben.

	TE: *A hallgatók képesek lesznek a geodetikusok differenciálegyenletét felírni geodetikus polárkoordináta-rendszerben.*
13. hét	A Gauss-Bonnet tétel geodetikus háromszögekre. TE: *A hallgatók megismerik a Gauss-Bonnet tétel geodetikus háromszögekre vonatkozó verzióját.*
14. hét	Kompakt zárt felületek Euler karakterisztikája és a Gauss-Bonnet tétel globális alakja. TE: *A hallgatók tisztában lesznek felületek Euler-karakterisztikájának a fogalmával és ennek segítségével képessé válnak megfogalmazni a Gauss-Bonnet tétel általános alakját.*

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Differenciálgeometria számítógépes támogatással</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0313</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Computer-aided differential geometry</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="5">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali: N</td><td>Heti 2</td><td>Heti 0</td><td></td><td>Heti 0</td><td></td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező:</td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Nagy Ábris</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi tanársegéd</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

képesek legyenek geometriai objektumok vizuális megjelenítésére valamely komputeralgebrai program segítségével. Megismerjék az implicit görbék és implicit felületek ábrázolásának módszereit, az ezekre vonatkozó interpolációs eljárásokat, valamint elsajátítsák a variációszámítási feladatok számítógépes megoldásának módszereit.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

A parametrizált és implicit görbe-, illetve felületmodellezés, valamint variációszámítás problémáin keresztül összefüggéseiben ismeri a lineáris algebra, a többváltozós függvények analízis és a geometria eredményeit. Jártas az absztrakt lineáris algebrai és differenciálgeometriai gondolkodásban és fogalomalkotásban.

Képesség:

Képes a lineáris algebra, a többváltozós függvények analízise és a geometria területén megszerzett tudásának alkalmazására az implicit görbék és felületek ábrázolásához és differenciálgeometriai tulajdonságaik megismerésére. Képes a számítástechnika eszközeinek alkalmazásával a természetben és a műszaki életben felmerülő variációszámítási, valamint görbe- és felület modellezési feladatok megoldására. Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modellezésére a modern görbe- és felületillesztés eredményeit felhasználva a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.

Attitűd:

Törekszik a modern variációszámítás, valamit görbe- és felületillesztés új eredményeinek megismerésére. Tudatában van annak, hogy az implicit görbék és függvények, valamint a fraktálok ábrázolása során megszerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az implicit görbék és felületek ábrázolása és a variációszámítás területén megszerzett tudásának mértékét. Magas szintű lineáris algebrai és differenciálgeometriai ismeretei birtokában önállóan választja meg a variációszámítási, valamit görbe- és felületillesztési problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Geometriai objektumok vizualizációja valamely komputeralgebrai program segítségével, valamint a geometria néhány területével kapcsolatos szimbolikus és numerikus számítások végzése. Az érintett geometriai fejezetek: geometriai transzformációk, Moebius transzformációk és hiperbolikus geometria. Parametrizált görbék, implicit görbék a síkon. Parametrizált és implicit felületek. Interpolációs görbék és felületek, szplájnok. Poliéderek. A variációszámítás elemei. Fraktálok.

Visualization of geometric objects with the help of computer algebra system, symbolic and numeric computation. Geometric transformations, Moebius transformations, hyperbolic geometry. Parameterized curves and implicit curves in the plane. Parameterized and implicit surfaces. Interpolating curves and surfaces, splines. Polyhedra. Calculus of variations. Fractals.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás. Csoportos és önálló feladatmegoldás számítógéppel.

Értékelés

Szóbeli vizsga alapján ötfokozatú skálán.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

1. Rovenski, V. Modeling of Curves and Surfaces with Matlab(R). Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology, 2010.

2. S. Gray, E. Salamon: Abbena: Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, Chapman & Hall/CRC, 2006.

Heti bontott tematika	
1. hét	Geometriai transzformációk. TE: A hallgatók megismerik a különböző geometriai transzformációkat és azok számítógépes reprezentációinak lehetőségeit.
2. hét	Hiperbolikus geometria, Möbius transzformációk. TE: A hallgatók megismerik a hiperbolikus geometria transzformációit különös tekintettel a Möbius transzformációkra.
3. hét	Parametrizált görbék és felületek. TE: A hallgatók elsajátítják a parametrizált görbék és felületek számítógépes megjelenítésének módszereit.
4. hét	Görbület és torzió. TE: A hallgatók elsajátítják a görbület és torzió kiszámításának, illetve becslések készítésének hatékony módszereit számítógép segítségével.
5. hét	Implicit görbék a síkon és ábrázolásuk. TE: A hallgatók megismerik az implicit görbék ábrázolásának lehetőségeit és nehézségeit, valamint az alkalmazhatóság korlátait.
6. hét	Implicit felületek és ábrázolásuk. TE: A hallgatók megismerik az implicit felületek ábrázolásának lehetőségeit és nehézségeit, valamint az alkalmazhatóság korlátait.
7. hét	Nevezetes görbék: Multifokális ellipszisek. Lemniszkáták és Cassini-görbék. Láncgörbe. TE: A hallgatók megismerik a fizikai problémákhoz kötődő nevezetes görbéket és azok differenciálgeometriai tulajdonságait.
8. hét	Nevezetes felületek.

	TE: A hallgatók megismerik a fizikai problémákhoz kötődő nevezetes felületeket és azok differenciálgeometriai tulajdonságait.
9. hét	Konvex görbék közelítése multifokális ellipszisekkel. TE: A hallgatók megismerik a konvex görbék közelítésének egy speciális módszerét és annak korlátait.
10. hét	Interpolációs görbék és felületek. Szpáljnok. TE: A hallgatók elsajátítják a görbék és felületek közelítő megadásának módszereit.
11. hét	Poliéderek. TE: A hallgatók elsajátítják az általános (nem konvex) poliéderek ábrázolásához szükséges ismereteket.
12. hét	Fraktálok és tér kitöltő görbék. TE: A hallgatók megismerik a fraktálok és ezen belül a térkitöltő görbék ábrázolásának lehetőségeit és nehézségeit.
13. hét	Variációszámítás számítógéppel TE: A hallgatók elsajátítják a variációszámítási problémák pontos, illetve közelítő megoldásait szolgáltató számítógépes eljárásokat.
14. hét	Variációszámítással kapcsolatos fizikai problémák modellezése TE: A hallgatók megismerkednek néhány variációszámítással kapcsolatos fizikai problémával és azok matematikai modellezésével.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Konvex geometria alkalmazásai**	Kódja:	**TTMME0314**
	angolul:	**Applications of convex geometry**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Vincze Csaba**	beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

számára reprezentálja a konvex geometria modern és napjainkban is intenzíven kutatott területeit.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit az analízis, lineáris algebra és a geometria területén. Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban. Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.

Képesség:

Képes az analízis, a lineáris algebra és a geometria területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat. Képes a gyakorlati életben adódó döntéshelyzetek mögött esetlegesen rejlő optimalizációs problémák megfogalmazására, az azokból levonható következtetések nem-szakemberek számára való kommunikációjára magyar és idegen nyelven (angol) egyaránt.

Attitűd:

Törekszik a modern matematika új eredményeinek megismerésére. Nyitott és fogékony a matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére. Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a matematika területén megszerzett tudásának mértékét. Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat. Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával. Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

A konvex geometria klasszikus tételeinek általánosításai: Tverberg tétele, Helly típusú tételek csillagszerű halmazokra. Kirchberger típusú tételek: szeparálás gömbbel. Műveletek halmazokkal, a Hausdorff távolság. Kompakt halmazok metrikus tere és a teljességi tétel. A Blaschke-féle szelekciós tétel kompakt, konvex halmazokra. Extrémális halmazok. Radström beágyazási tétele. A Brunn-Minkowski elmélet: a Brunn-Minkowski és az izoperimetrikus egyenlőtlenség konvex halmazokra. Art gallery geometria: Krasnosselsky art gallery tétele, láthatósági problémák, Chvátal tétele. Az általánosított kúpszeletek és alkalmazásaik: polyellipszisek az euklideszi síkon, az Erdős-Vincze tétel. Ekvidisztáns halmazok. Geometriai tomográfia: irányra vonatkozó röntgenfüggvények, az egyértelműség és a rekonstrukció problémája.

Generalizations of classic theorems of convex geometry: Tverberg's theorem, Helly-type theorems for star-shaped sets. Kirchberger-type theorems: separation with balls. Operations on sets, Hausdorff distance. The metric space of compact sets, theorem of completeness. Blaschke's selection theorem for compact, convex sets. Extremal sets. Radström's embedding theorem. Brunn-Minkowski theory: the Brunn-Minkowski- and the isoperimetric inequality for convex sets. Art gallery geometry: Krasnosselsky's art gallery theorem, visibility problems, Chvátal's theorem. Generalized conics and their applications: multifocal ellipses in the plane, Erdős-Vincze theorem. Equidistant sets. Geometric tomography: parallel X-rays, uniqueness and the problem of reconstruction.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Írásbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

R. G. Gardner: Geometric Tomography, Cambridge University Press, 2006 (second edition).
S. R. Lay: Convex Sets and Their Applications, John Wiley & Sons, Inc., 1982.
R. Schneider: Convex bodies: The Brunn-Minkowski Theory, Cambridge University Press, 1993.
J. O' Rourke: Art Gallery Theorems and Algorithms, Oxford University Press, 1987
A. C. Thompson: Minkowski Geometry, Cambridge University Press, 1996.
F. A. Valentine: Convex Sets, New York, 1964.
Vincze Csaba: Convex Geometry, University of Debrecen, 2013, TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0025.

Heti bontott tematika	
1. hét	A konvex geometria klasszikus tételeinek általánosításai: Tverberg tétele. TE: Kortárs matematikusok tételei.
2. hét	Helly típusú tételek csillagszerű halmazokra. TE: Kortárs matematikusok tételei.
3. hét	Kirchberger típusú tételek: szeparálás gömbbel. TE: A klasszikus szeparálási probléma általánosítási.
4. hét	Műveletek halmazokkal, a Hausdorff távolság. TE: Optimalizálási problémák előkészítése: halmazok távolsága.
5. hét	Kompakt halmazok metrikus tere és a teljességi tétel. TE: Optimalizálási problémák előkészítése: kompakt halmazok metrikus tere.
6. hét	A Blaschke-féle szelekciós tétel kompakt, konvex halmazokra. Extrémális halmazok. TE: Optimalizálási problémák.
7. hét	Radström beágyazási tétele. TE: A távolságfüggvény eltolásinvarianciája és homogenitása. Kompakt konvex halmazok izometrikus beágyazása normált vektortérbe.
8. hét	A Brunn-Minkowski és az izoperimetrikus egyenlőtlenség konvex halmazokra. TE: Optimalizálási problémák.
9. hét	Art gallery geometria: Krasnosselsky art gallery tétele. TE: Az art gallery geometria klasszikus tételei.
10. hét	Láthatósági problémák, Chvátal tétele. TE: Láthatósági és bevilágítási problémák.
11. hét	Az általánosított kúpszeletek és alkalmazásaik: polyellipszisek az euklideszi síkon, az Erdős-Vincze tétel.

	TE: A klasszikus kúpszeletek általánosításai: polyellipszisek az euklideszi síkon.
12. hét	Ekvidisztáns halmazok. TE: A klasszikus kúpszeletek általánosításai: ekvidisztáns halmazok.
13. hét	Geometriai tomográfia: irányra vonatkozó röntgenfüggvények és az egyértelműségi probléma. TE: Geometriai tomográfia.
14. hét	Rekonstrukciós algoritmusok. TE: A rekonstrukció problémája.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Differenciáltopológia**	Kódja:	**TTMME0315**
	angolul:	**Differential Topology**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**Magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Kozma László**	beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja

A differenciáltopológia alapvető fogalmainak, módszereinek és tételeinek a bemutatása.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri és használja a tárgyalt fejezeteinek legfontosabb fogalmait, módszereit és alapvető összefüggéseit. Ismeri a homotópia és stabilitás fogalmát és összefüggéseit. Tisztában van a Borsuk Ulam tétel jelentésével. Ismeri az irányítás fogalmát, a Lefschetz féle fixponttételt. Ismeri az Euler karakterisztika alapvető tulajdonságait.

Képesség:

Képes használni és alkalmazni a differenciáltopológia legfontosabb fogalmait, alapvető tételeit. Képes, felismerni a különféle differenciáltopológiai fogalmak kapcsolatát, Képes alkalmazni a Sard tételét, a Borsuk-Ulam tételt, Hopf-Poincare tételét, és az Euler karakterisztikát.

Képes felismerni egy geometriai problémánál, ha az a differenciáltopológia mely módszereivel vizsgálható.

Attitűd:

Törekszik a tárgy ismereteinek széles körű alkalmazására a feladatmegoldásban és gyakorlati problémák megoldásában. A megszerzett ismeretek alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.

Autonómia és felelősség:

Az elsajátított ismeretei felhasználásával képes önálló differenciáltopológiai problémák megfogalmazására és azok elemzésére.

A kurzus tartalma, témakörei

Sima leképezések, és sokaságok. Érintőtér, részsokaság, és beágyazási tétel. Transzverzalitás, reguláris és kritikus pontok, Sard tétele. Brower féle fixponttétel. Leképezések foka, vektormezők, az Euler karakterisztika.

Smooth mappings and manifolds. Tangent space, submanifold, embedding theorem. Transversality, regular and critical points, Sard's theorem. Brower fixed-point theorem. Degrees of mappings, vector fields, Euler characteristic.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

V.Guillemin-A.Pollack: Differential Topology, Prestige Hall, 1974.

J. Milnor, Topology from the differentiable viewpoint, Princeton University Press, 1997.

Heti bontott tematika	
1. hét	Sokaságok és sima leképezések, deriváltak és érintők. TE: A hallgatók megismerik a sokaságelmélet alapfogalmait.
2. hét	Az inverz függvény-tétel, immerziók, szubmerziók. TE: A hallgatók megismerik az alapvető mennyiségeket, és kacsolataikat.
3. hét	Homotópia és stabilitás. TE: A hallgatók megismerik a homotópia és a stabiltás fogalmát.
4. hét	Sard tétele. Morse függvények. TE: A hallgatók megismerik a Sard tételét és alkalmazását.
5. hét	Beágyazás az euklideszi térbe. TE: A hallgatók megismerik a beágyazások problámakörét.
6. hét	Peremes sokaságok. TE: A hallgatók megismerkednek a peremes sokaságok fogalmával és a példáival.
7. hét	Transzverzalitás, metszéselmélet. *TE: A hallgatók megismerik a transzverzalités témakörét.*
8. hét	A körüljárási szám, és Jordan-Brouwer szeparáció. *TE: A hallgatók megsimerkednek a fenti fogalmakkal.*
9. hét	A Borsuk Ulam tétel. *TE: A hallgatók tisztában lesznek a Borsuk Ulam tétel jelentésével.*
10. hét	Irányítás, irányított metszési szám. *TE: A hallgatók megismerik az irányítás kérdéskörét.*
11. hét	A Lefschetz-féle fixponttétel. *TE: A hallgatók megismerik a Lefschetz féle fixponttéel jelentőségét.*
12. hét	Vektormezők és Hopf-Poincare tétel. *TE: A hallgatók megismerik a Poincare tételt.*
13. hét	Az Euler karakterisztika. *TE: A hallgatók megismerik az Euler karakterisztika jelentőségét.*
14. hét	Összefoglalás, ismétlés, feladatok. *TE: A hallgatók rendszerezik ismereteiket.*

A tantárgy neve:		magyarul:		Robotmodellezés és kontrollelmélet				Kódja:		TTMME0316	
		angolul:		Robotmodeling and control theory							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék							
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:		-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	N	Heti	2	Heti	0	Heti	0	Kollokvium	3	magyar	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		Dr. Figula Ágota		beosztása:		egyetemi docens	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a robotok geometriai jellemzőit, koordináta-rendszerben való leírásukat, a direkt és az inverz kinematikai feladatot;

meg tudjanak oldani direkt kinematikai feladatot a Denavit-Hartenberg-féle paraméterek segítségével;

megismerjék a robotok kinematikai és dinamikai alapegyenleteit.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a robotmodellezés és kontroll elmélet eredményeit és módszereit. Jártas a robotmodellezés, a homogén transzformációk, a merev testek mozgás egyenletei közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban. Ismeri a robotmodellezés és kontroll elmélet új eredményeit, azok eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a robotmodellezés és kontroll elmélet területén elsajátított módszerek alkalmazására. Képes a robotmodellezés és kontroll elmélet problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni. Képes a robotmodellezés és kontroll elmélet eredményeinek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására műszaki tudományok által felvetett problémák megoldásában. Képes robotokkal kapcsolatos modellek megalkotására.

Attitűd:

Törekszik a robotmodellezés és kontroll elmélet új eredményeinek megismerésére és minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a robotmodellezés és kontroll elmélet témakörben további összefüggések meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű értékelésére. Tudatában van annak, hogy a robotmodellezés és kontroll elmélet tanulása során szerzett speciális látásmódja segítheti a műszaki tudományokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

A robotmodellezés és kontroll elmélet területen szerzett ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat. A robotmodellezés és kontroll elmélet területen elsajátított gondolkodásmódja révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt a műszaki szakterületek képviselőivel.

A kurzus tartalma, témakörei

A robotok geometriai jellemzése: alap, manipulátor (kéz), tagok, csuklók, elemi csukló tengelye, munkatér. Koordinátarendszer hozzárendelése a tagokhoz. Merev testek mozgás egyenletei és homogén transzformációk. Egyparaméteres mozgások leírása. A direkt és inverz kinematikai és sebességkinematikai feladat. A direkt kinematikai feladatok megoldása a Denavit-Hartenberg-féle paraméterek segítségével. Robotok kinematikai és dinamikai alapegyenletei. Ferdén szimmetrikus mátrixok és szögsebesség. A robot Jacobi mátrixa. Szingularitások meghatározása. Robot manipulátorok pályatervezése. Robot manipulátorok dinamikája. Robot hajtások. Stabilitás vizsgálat, kontroll elmélet.

Geometric study of robots: body, manipulator (arm), parts, wrist, workspace. Assign coordinate systems to parts. Kinematic equations of rigid bodies and homogenous transformations. One-parametric motions. The direct and inverse kinematic problem. Solution of direct kinematic problems with help of Denavit-Hartenberg parameters. Kinematic and dynamic equations of robots. Skew-symmetric matrices and angular velocity. The Jacobian matrix of robots. Identifying singularities. Motion planning of robotic manipulators. Dynamics of robotic manipulators. Stability and control theory.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

frontális előadás

Értékelés

írásbeli és szóbeli vizsga

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

M.W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar: Robot Modeling and Control. John-Wiley & Sons, Inc., 2006.

Mester Gyula: Robotika, Szegedi Tudományegyetem, Typotex. 2011.

B. Siciliano, O. Khatib: Springer Handbook of Robotics, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. 2008.

Kovács Zoltán: Robotszerkezetek animációja, http://zeus.nyf.hu/~kovacsz/robot04.pdf.

Heti bontott tematika	
1. hét	Robotok geometriai jellemzése: robotcsuklók, robotszegmensek, kinematikai pár és lánc. Robot manipulátorok alapkonfigurációja. Alapkonfigurációk munkaterei. TE: A hallgatók tisztában lesznek a robotok geometriai jellemzésével.
2. hét	Csuklókoordináták. Világkoordináták. Az effektor pozicionálása és orientációja. TE: A hallgatók átlátják a csuklókoordináták és a világkoordináták közötti összefüggéseket.
3. hét	Merev mozgások és homogén transzformációk. Rotációk három dimenziós térben, paraméterezésük, Euler szögek. TE: A hallgatók tisztában lesznek a homogén transzformációkkal és a rotációk paraméterezésével három dimenziós térben.
4. hét	Direkt kinematikai feladat. Homogén koordináta transzformáció. Denavit-Hartenberg féle transzformációs mátrix. TE: A hallgatók képesek lesznek megoldani direkt kinematikai feladatot.
5. hét	Inverz kinematikai feladat. Analitikus és numerikus megoldása. Sebesség kinematika. Jacobi mátrix meghatározása. TE: A hallgatók megismerik az inverz kinematikai feladatot és megoldási lehetőségeiket.
6. hét	Szögsebesség és ferdén szimmetrikus mátrixok. Rotáció mátrix deriváltja. Az analitikus Jacobi mátrix. Szingularitások. TE: A hallgatók megismerik a szögsebesség és a ferdén szimmetrikus mátrixok kapcsolatát, rotáció mátrix deriváltját, az analitikus Jacobi mátrixot.
7. hét	Robot manipulátorok pályatervezése. Robot manipulátorok rekurzív kinematikája. Tömegpont összetett mozgása. TE: A hallgatók tisztában lesznek a robot manipulátorok pályatervezési feladatával, a robot manipulátorok rekurzív kinematikájával.
8. hét	Robot manipulátorok dinamikája. Rekurzív dinamikai robotmodell. Euler-Lagrange egyenletek. Kinetikus és potenciális energia. Newton-Euler módszer. Lagrange-féle robotdinamikai modellezés. TE: A hallgatók megismerik a robot manipulátorok dinamikáját, a Lagrange-féle robotdinamikai modellezést.
9. hét	Robot hajtások. A robot manipulátor és az aktuátor együttes dinamikai modellje. Robot manipulátor hajtómű dinamikája.

	TE: A hallgatók megismerik a robot hajtásokat, a robot manipulátor és az aktuátor együttes dinamikai modelljét.
10. hét	Robot manipulátor szabad mozgásának pályakövetési feladata. A decentralizált PD robot irányítás (feedback control). TE: A hallgatók tisztában lesznek a decentralizált PD robot irányítási feladattal (feedback control).
11. hét	Modellreferenciás dinamikus robotirányítás (feedforward control). Kiszámított nyomatékok módszere. TE: A hallgatók tisztában lesznek a modellreferenciás dinamikus robotirányítási feladattal (feedforward control).
12. hét	Robot manipulátorok adaptív irányítása. Merev robot manipulátor önhangoló adaptív pozíció-irányítása csuklókoordinátákban. Dinamikus robotirányítás. Stabilitásvizsgálat, Ljapunov függvény. TE: A hallgatók megismerik a dinamikus robotirányítást és a stabilitásvizsgálatot.
13. hét	Geometriai nemlineáris kontroll elmélet. Frobenius tétele. Chow tétele. Rugalmas csuklójú-merev szegmensű robot manipulátorok dinamikai modellje. Rugalmas csuklójú-merev szegmensű robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítása. TE: A hallgatók megismerik a geometriai nemlineáris kontroll elméletet.
14. hét	Keréken gördülő mobil robot kinematikája és dinamikája. Kétlábon járó robotok modellje. Nyomaték nulla pontja. TE: A hallgatók megismerik a keréken gördülő mobil robot kinematikáját és dinamikáját, a kétlábon járó robotok modelljét.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Lie-csoportok és Lie-algebrák**				Kódja:	**TTMME0317**
		angolul:	**Lie groups and Lie algebras**					
2017/2018/1								
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**					
Kötelező előtanulmány neve:			-				Kódja:	-
Típus		Heti óraszámok					Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve

Típus		Előadás		Gyakorlat		Labor		Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Figula Ágota**	beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

ismerjék a Lie-csoportok és a Lie-algebrák fogalmát és átlássák a közöttük levő összefüggést;

ismerjék a féligegyszerű, a feloldható és a nilpotens Lie-csoportok és Lie-algebrák struktúra tételeit.

ismerjék a differenciálgeometriában való előfordulásukat és alkalmazásukat.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a Lie-csoportok és a Lie-algebrák elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a Lie-csoportok és Lie-algebrák témakör és az algebra, a differenciálgeometria, az analízis közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban. Jártas a Lie-csoportokkal és a Lie-algebrákkal kapcsolatos absztrakt gondolkodásban és fogalomalkotásban. Átfogó módon ismeri a Lie-csoportokkal és a Lie-algebrákkal kapcsolatos bizonyítások algebrai, differenciálgeometriai, analízisbeli alapelveit, módszereit. Ismeri a Lie-csoportokkal és a Lie-algebrákkal kapcsolatos problémamegoldó technikákat.

Képesség:

Képes a Lie-csoportok és a Lie-algebrák területén elsajátított módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon használja a Lie-csoportok és a Lie-algebrák témakörében előforduló fogalmakat. Képes a Lie-csoportok és a Lie-algebrák témakör eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére, és megkülönbözteti a tudományosan megalapozott és kellően alá nem támasztott állításokat. Képes a Lie-csoportok és a Lie-algebrák témakör eredményeinek, érveléseinek és az azokból származó következtetéseknek a világos bemutatására. Képes a Lie-csoportok és a Lie-algebrák témakör ismereteinek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a fizikában előforduló problémák megoldásában.

Attitűd:

Törekszik a Lie-csoportok és a Lie-algebrák terület új eredményeinek megismerésére és minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a Lie-csoportok és Lie-algebrák témakör és az algebra, a differenciálgeometria, az analízis közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű értékelésére. Nyitott és fogékony a Lie-csoportok és a Lie-algebrák területen elsajátított gondolatmenetek, módszerek új kutatási kérdésekben való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.

Autonómia és felelősség:

A Lie-csoportok és a Lie-algebrák területen megszerzett ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Lie-csoportok és Lie-algebrák fogalma. Lineáris reprezentáció. Lie-csoportok és Lie-algebrájuk. Az exponenciális leképezés. Zárt részsokaságok. Lie-csoportok összefüggősége és egyszeresen összefüggősége.

Lie-algebrák struktúra tételei. Gyök felbontások. Lie-algebrák reprezentáció elmélete. Lie-csoportok hatásai sima sokaságokon. Lie-csoportok struktúra elmélete. Lie-csoportok és Lie-algebrák osztályozása.

Lie groups and Lie algebras. Linear representation. Lie algebra of a Lie group. The exponential mapping. Closed submanifolds. Connectedness and simply connectedness Lie groups. Structure theorem of Lie algebras. Root decompositions. Representation theory of Lie algebras. Lie group actions on smooth manifolds. Structure theory of Lie groups. Classification of Lie groups and Lie algebras.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális előadás.

Értékelés

Szóbeli és írásbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

J. Hilgert, K.H. Neeb: Structure and Geometry of Lie Groups, Springer, 2012.

Csikós Balázs: Lie-csoportok és Lie-algebrák, Egyetemi jegyzet, 2008. http://www.cs.elte.hu/geometry/csikos/dif/lie0.pdf

V.V. Gorbatsevich, A.L. Onischchik, E.B. Vinberg: Foundations of Lie Theory and Lie Transformation Groups, Springer, 1997.

L. Eugene: Notes on Lie Groups, Jegyzet, 2012. http://www.math.uiuc.edu/~lerman/519/s12/427notes.pdf

R. Gilmore: Lie Groups, Lie Algebras, and Some of Their Applications, Krieger Publishing Company, 1994.

Szenthe János: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe, Eötvös Kiadó, 2002.

F. W. Warner: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, Springer, 1983.

Heti bontott tematika

1. hét	A sokaságokkal kapcsolatos differenciálgeometriai és a csoportokkal kapcsolatos algebrai előismeretek áttekintése. A Lie-csoportok és Lie algebrák fogalma. Példák: az általános lineáris csoport és részcsoportjai, izometria-csoportok. TE: A hallgatók megismerik a Lie-csoportok és a Lie-algebrák fogalmát.
2. hét	Hatványsor által definiált sima függvények. Mátrix exponenciális függvény és tulajdonságai. A logaritmus függvény. TE: A hallgatók megismerik a mátrix exponenciális függvényt és tulajdonságait, a logaritmus függvényt.
3. hét	Lineáris Lie-csoportok és Lie-algebrájuk. TE: A hallgatók tisztában lesznek a lineáris Lie-csoportokkal és Lie-algebrájukkal.
4. hét	Lie-csoportok és Lie-algebrájuk. Lie első tétele. Egyparaméteres részcsoportok. Lie-csoport exponenciális leképezése. Automatikus simasági tétel. TE: A hallgatók átlátják a Lie-csoportok és Lie-algebrájuk közötti összefüggést.
5. hét	Az adjungált reprezentáció. A Baker-Campbell-Dynkin-Hausdorff formula. Az n-dimenziós tórusz csoport. TE: A hallgatók megismerik az adjungált reprezentációt, a Baker-Campbell-Dynkin-Hausdorff formulát, az n-dimenziós tórusz csoportot.
6. hét	Lie-csoportok zárt részcsoportjai és Lie-algebrái. Cartan tétele. Lie-csoport struktúrák konstruálása. Integrál részcsoport tétel. Lie harmadik tétele. TE: A hallgatók átlátják a Lie-csoportok zárt részcsoportjai és Lie-algebrái közötti összefüggéseket.
7. hét	Lie-csoportok összefüggősége és egyszeresen összefüggősége. Lie-algebra homomorfizmusok integrálhatósági tétele. Lie-csoportok egységkomponense. Lefedő homomorfizmusok. Fundamentális csoport. Lie-csoportok osztályozása adott Lie-algebrával.

	TE: A hallgatók megismerik a Lie-csoportok lefedési elméletét.
8. hét	Lie-csoportok hatásai sima sokaságokon. Tranzitív hatások, homogén terek. Szimmetrikus terek. TE: A hallgatók megismerik a tranzitív Lie-csoport hatások fogalmát és jellemzőit.
9. hét	Lie-csoportok és Lie-algebrák struktúra tételei: Lie algebrák-reprezentációja vektortéren. Modulusok. Irreducibilis és teljesen reducibilis reprezentációk. Normális részcsoportok, szemidirekt szorzatok. TE: A hallgatók megismerik az irreducibilis és teljesen reducibilis reprezentációk, a normális részcsoportok, a szemidirekt szorzatok fogalmát és alkalmazásaikat.
10. hét	Nilpotens Lie-algebrák. Engel tétele. Jordan felbontás. Összefüggő nilpotens Lie-csoportok struktúra tétele. Feloldható Lie-algebrák. Lie tétele. Cartan kritériuma Lie-algebra feloldhatóságára. Feloldható Lie-csoportok. Nilpotens és feloldható Lie-algebrák osztályozásai. TE: A hallgatók tisztában lesznek a nilpotencia és a feloldhatóság kritériumaival és megismerik a nilpotens és a feloldható Lie-algebrák osztályozásait.
11. hét	Féligegyszerű Lie-algebrák. Cartan-Killing forma. Cartan kritériuma Lie-algebrák féligegyszerűségére. Féligegyszerű Lie-algebrák Cartan felbontása. A hozzá tartozó felbontás féligegyszerű Lie-csoportokon. Egyszerű Lie-algebrák és Lie-csoportok osztályozása. TE: A hallgatók tisztában lesznek a féligegyszerű Lie algebrák és Lie csoportok struktúrájával és az egyszerű Lie-algebrák és Lie-csoportok osztályozásával.
12. hét	Levi és Malcev tételei. Levi komplementer. Reduktív Lie-algebrák. TE: A hallgatók megismerik Levi és Malcev tételeit, a reduktív Lie-algebrákat.
13. hét	Cartan részalgebrák. Gyök és súly felbontások. Az univerzális burkoló algebra. A Poincaré-Birkhoff-Witt tétel. TE: A hallgatók megismerik a Cartan részalgebrák szerepét és a Poincaré-Birkhoff-Witt tételt.
14. hét	Kompakt Lie-csoport. Kompakt Lie-algebra. Struktúra tétel. Maximális tórusz kompakt Lie-csoportokban. Hofmann-Scheerer felbontási tétel. Kompakt Lie-csoportok linearitási tétele. TE: A hallgatók tisztában lesznek a kompakt Lie csoportok struktúra elméletével.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Valószínűségelmélet</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMME0401</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Probability theory</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="3">Dr. Fazekas István</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi tanár</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a valószínűségszámítás alapfogalmait és alkalmazásait.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a matematika alapvető módszereit a valószínűségszámítás területén.

Ismeri az elméleti matematika alapvető összefüggéseit a valószínűségszámítás területén.

Képesség:

Képes a mennyiségi adatokból minőségi következtetéseket levonni. Képes a valószínűségszámítás területen megszerzett ismereteinek alkalmazására. Képes az valószínűségszámítás területén új összefüggések átlátására, feltárására.

Attitűd:

Törekszik a matematikai ismereteinek minél szélesebb körű alkalmazására. A megszerzett matematikai ismeretei alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására. Nyitott a más szakterületek sajátos problémáinak felismerésére, az ott dolgozó szakemberekkel való szakmai együttműködésre, a szakterület-specifikus problémák matematikai átfogalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli a matematikai eredményeket, azok alkalmazhatóságát, alkalmazhatósági korlátait. Tisztában van a matematikai tudományos kijelentések értékével, azok alkalmazhatóságával, korlátaival. Képes a matematikai elemzések eredményeiből következő önálló döntések meghozatalára.

A kurzus tartalma, témakörei

Valószínűség, valószínűségi változók, eloszlások. A valószínűségszámítás aszimptotikus tételei.

Probability, random variables, probability distributions. Asymptotic theorems of probability theory.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás, szemléltetés.

Értékelés

Írásbeli és szóbeli vizsga.

Kötelező olvasmány:

Fazekas István: Valószínűségszámítás. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.

Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Szegedi Egyetemi Kiadó, Polygon, 2010.

Ajánlott szakirodalom:

Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.

A. N. Shiryayev: Probability, Springer-Verlag, Berlin, 1984.

Heti bontott tematika

1. hét	Statisztikai megfigyelések, diagramok, numerikus jellemzők. A relatív gyakoriság, események, valószínűség. A valószínűség klasszikus kiszámítása. Véges valószínűségi mezők. TE: A hallgatók megismerik a jelenségek véletlen természetét.
2. hét	Kolmogorov-féle valószínűségi mező. A valószínűség tulajdonságai. Véges és megszámlálható valószínűségi mezők. Feltételes valószínűség, függetlenség. Borel-Cantelli-lemma. TE: A hallgatók megismerik a valószínűség absztrakt fogalmát.
3. hét	Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Diszkrét valószínűségi változók. Várható érték, szórás. Hipergeometrikus, binomiális és Poisson-eloszlás. TE: A hallgatók megismerik a valószínűség-számítás egyszerű tételeit és a diszkrét eloszláso-kat.
4. hét	Valószínűségi változó, eloszlás, eloszlásfüggvény. Abszolút folytonos eloszlás, sűrűségfügg-vény. Az eloszlás általános fogalma. TE: A hallgatók megismerik a valószínűségi változók eloszlását.
5. hét	Várható érték, szórás, medián. Egyenletes, exponenciális és normális eloszlás. TE: A hallgatók megismerik a legfontosabb eloszlásokat.
6. hét	Valószínűségi változók együttes eloszlása, eloszlásfüggvénye, sűrűségfüggvénye. Független-ség, korrelációs együttható. TE: A hallgatók megismerik a valószínűségi változók együttes viselkedését.
7. hét	Valószínűségi vektorváltozók eloszlása, eloszlásfüggvénye. Várható érték vektor, szórásmátrix. Valószínűségi változók függetlensége. TE: A hallgatók megismerik a valószínűségi vektorváltozókat.
8. hét	A többdimenziós normális eloszlás, szórásellipszoid. A normális eloszlásból vett minta. Khi-négyzet, t-, F-eloszlás. TE: A hallgatók megismerik a statisztikában használt eloszlásokat.
9. hét	Nagy számok gyenge törvényei. Egy valószínűségű, sztochasztikus, Lp- és eloszlásbani kon-vergencia és kapcsolatuk. TE: A hallgatók megismerik a nagy számok gyenge törvényeit.
10. hét	Kolmogorov-egyenlőtlenség. A 3-sor tétel. A nagy számok erős törvényei. TE: A hallgatók megismerik a nagy számok erős törvényeit.
11. hét	Karakterisztikus függvény és alapvető tulajdonságai. Inverziós formulák. Folytonossági tétel. TE: A hallgatók megismerik a karakterisztikus függvényeket.
12. hét	A centrális határeloszlás-tétel. Az iterált-logaritmus tétel és az arcus sinus törvény ismerteté-se.

	TE: A hallgatók megismerik a centrális határeloszlás-tételeket.
13. hét	A feltételes eloszlás, feltételes sűrűségfüggvény, feltételes várható érték. TE: A hallgatók megismerik a feltételes eloszlásokat.
14. hét	A valószínűségszámítás határérték tételeinek összehasonlító elemzése. TE: A hallgatók megismerik a valószínűségszámítás határérték tételeinek kapcsolatait.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Sztochasztikus folyamatok**	Kódja:	**TTMME0402**
	angolul:	**Stochastic processes**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE IK, Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Barczy Mátyás**	beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a sztochasztikus folyamatok alapfogalmait és azok alkalmazásait.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

T1: Rendszerszinten ismeri a matematika tudományának módszereit a sztochasztikus folyamatok területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a sztochasztikus folyamatok területén.

Képesség:

K1: Képes a sztochasztikus folyamatok területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a sztochasztikus folyamatok fogalmait.
K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére a sztochasztikus folyamatok segítségével.
K10: Képes a sztochasztikus folyamatok alkalmazására a természettudományokban felvetett problémákban.

Attitűd:

A1: Törekszik a sztochasztikus folyamatok új eredményeinek megismerésére.
A2: Törekszik a sztochasztikus folyamatok eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a sztochasztikus folyamatok tanulmányozása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a sztochasztikus folyamatok területén megszerzett tudásának mértékét.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Feltételes várható érték általános fogalma, diszkrét és folytonos idejű Markov-láncok, diszkrét idejű martingálok, Wiener-folyamat, Wiener-folyamat szerinti sztochasztikus integrál (Itô-integrál), Itô-formula, sztochasztikus differenciálegyenletek, diffúziós folyamatok.

General notion of conditional expected value, discrete and continuous time Markov chains, discrete time martingals, Wiener processes, stochastic integration with the Wiener process (Itô integral), Itô’s formula, stochastic differential equations, diffusion processes.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató különféle segédanyagok biztosításával és a syllabus rendelkezésre bocsátásával segíti a felkészülést.

Értékelés

Írásbeli és szóbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Szegedi Egyetemi Kiadó, Polygon, 2010.
Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.
I. Karatzas, S. E. Shreve: Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer-Verlag, 1991.
N. Shiryayev: Probability, 2nd edition, Springer-Verlag, 1995.
S. M. Ross: Introduction to Probability Models, 10th edition, Academic Press, 2009.

Heti bontott tematika	
1. hét	Feltételes várható érték szigma-algebrára vonatkozó általános fogalma: definíció, létezés, Jensen-egyenlőtlenség, toronyszabály, Fatou-lemma, monoton- és dominált konvergencia tétel. Valószínűségi változó által generált szigma-algebrára vonatkozó feltételes várható érték a feltétel alkalmas mérhető függvénye. TE: A hallgató érti a szigma-algebrára vonatkozó feltételes várható érték általános fogalmát és ismeri annak legfontosabb tulajdonságait.
2. hét	Sztochasztikus folyamatok definíciója, független növekményűség, stacionárius növekményűség, sztochasztikus folyamatok véges dimenziós eloszlásai, várható érték függvény, kovariancia függvény, cilinderhalmazok, a Kolmogorov-féle egzisztenciatétel ismertetése. TE: A hallgató érti a sztochasztikus folyamatok definícióját, ismeri azok megadási módjait, érti a Kolmogorov-féle egzisztenciatétel állítását.
3. hét	Diszkrét idejű Markov-láncok: definíció, Markov-láncok egzisztencia tételének ismertetése, kezdeti eloszlás, átmenetvalószínűségi mátrix, Kolmogorov-Chapman egyenletek, Markov-láncok szimulálása a kezdeti eloszlás és átmenetvalószínűségi mátrix ismeretében, állapotok osztályozása, osztálytulajdonság. TE: A hallgató érti a diszkrét idejű Markov-láncok, a kezdeti eloszlás és átmenetvalószínű-ségi mátrix fogalmát, továbbá ismeri az állapotok osztályozásának elkészítési módját.
4. hét	Diszkrét idejű Markov-láncok: elérhetőség, lényeges, lényegtelen állapotok, zártság, irreducibilitás, periódus, visszatérőség, visszatérőségi kritérium, stacionaritás, ergodicitás, átmenetvalószínűségek konvergenciájának vizsgálata. TE: A hallgató képes a tanult eredmények alapján egy diszkrét idejű Markov-lánc állapotai periódusának, visszatérőségének megállapítására, az átmenetvalószínűségi függvények aszimptotikus viselkedésének a leírására. Képes eldönteni, hogy létezik-e stacionárius eloszlás, és ha igen, akkor azokat meg tudja határozni.
5. hét	Diszkrét idejű martingálok: definíció, alaptulajdonságok, Doob-felbontás, megállási időpont, opcionális megállási tétel. TE: A hallgató képes a martingáltulajdonság ellenőrzésére diszkrét esetben. Ismeri az opcionális megállási tételt és annak alkalmazásait.
6. hét	Diszkrét idejű martingálok: Wald-azonosság, Doob-féle maximálegyenlőtlenség, martingálok és szubmartingálok konvergenciája. TE: A hallgató ismeri a nevezetes martingáltételeket és azok alkalmazásait egyszerűbb, diszkrét idejű modellekben.
7. hét	Folytonos idejű Markov-láncok: átmenetvalószínűségi függvények, Kolmogorov-Chapman egyenletek, standarditás, infinitézimális mátrix és interpretációja, konzervativitás, Kolmogorov-féle backward és forward differenciálegyenlet rendszerek. TE: A hallgató ismeri a folytonos idejű Markov-láncok definícióját, alapvető jellemzőiket és érti a Kolmogorov-féle backward és forward differenciálegyenlet rendszerek jelentését.
8. hét	Folytonos idejű Markov-láncok: állapotváltozás mechanizmusa, visszatérőség, átmenetvalószínűségek aszimptotikus viselkedése, ergodikus és nullállapotok, stacionárius eloszlás, születési-kihalási folyamatok, Karlin-McGregor-tétel ismertetése. TE: A hallgató érti a folytonos idejű Markov-láncok állapotváltozás mechanizmusát, képes az

	átmenetvalószínűségi függvények aszimptotikus viselkedésének a leírására. Ismeri a Karlin-McGregor-tételt.
9. hét	Standard Wiener-folyamat létezése, Kolmogorov-féle folytonossági tétel ismertetése, Wiener-folyamat alaptulajdonságai, átmenetvalószínűségi sűrűségfüggvény. TE: A hallgató ismeri a Wiener-folyamat fogalmát és alaptulajdonságait. Érti a Wiener-folyamat valamely lehetséges konstrukcióját.
10. hét	Gauss folyamatok definíciója és alaptulajdonságaik, Wiener-folyamat jellemzése, mint speciális Gauss folyamat, Wiener-folyamat esetén első elérési idők, zérushelyek, korlátos változásúság és differenciálhatóság vizsgálata. TE: A hallgató ismeri a Gauss-folyamatok fogalmát, ennek kapcsolatát a Wiener-folyamattal, illetve ismeretekkel rendelkezik a Wiener-folyamat első elérési idejét és a trajektóriák nem-differenciálhatóságát illetően.
11. hét	Wiener-folyamat szerinti sztochasztikus integrál (Itô-integrál) fogalma és tulajdonságai. TE: A hallgató ismeri az Itô-integrál fogalmát és annak kapcsolatát egyéb, a klasszikus analízisben tanult, integrál típusokkal.
12. hét	Itô-formula és alkalmazásai sztochasztikus integrálok meghatározására. TE: A hallgató képes az Itô-formulát használni sztochasztikus integrálok számítására.
13. hét	Sztochasztikus differenciálegyenletek: erős és gyenge megoldás, diffúziós folyamatok, példák elsősorban a pénzügyi matematika területéről. Kolmogorov-egyenletek. TE: A hallgató érti a sztochasztikus differenciálegyenletek fogalmát, az erős és a gyenge megoldás közötti különbséget. A pénzügyi matematika területéről képes példákat mutatni.
14. hét	Ez a hét már vizsgaidőszak, így egyéntől függően vizsgázás vagy felkészülés a vizsgára. TE: A hallgató hozzákezd a félévfolyamán elhangzott anyag egyéni, otthoni feldolgozásához.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Többváltozós statisztika**					Kódja:		**TTMME0403**
		angolul:	**Multivariate Analysis**							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			**DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:		-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Baran Sándor**				beosztása:		**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a többváltozós statisztika alapvető módszereit és azokat a gyakorlatban is alkalmazni tudják.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit az algoritmuselmélet, az alkalmazott analízis, a diszkrét matematika, az operációkutatás, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika területén.

Összefüggéseiben ismeri az alkalmazott matematika eredményeit az algoritmuselmélet, az alkalmazott analízis, a diszkrét matematika, az operációkutatás, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika területén.

Ismeri az alkalmazott matematikai modellek megalkotásához és szimulálásához szükséges informatikai, számítástechnikai ismeretanyagot.

Ismeri a legfontosabb matematikai és statisztikai szoftverek használatát és azok matematikai hátterét, alkalmazhatóságuk korlátait.

Képesség:

Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modelljeinek megalkotására, a modern matematika eredményeinek felhasználására a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.

Képes a számítástechnika eszközeinek felhasználásával a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére.

Attitűd:

Nyitott és fogékony az alkalmazott matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új alkalmazási területeken való felhasználására, új eredmények elérésére.

Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

Autonómia és felelősség:

Magas szintű alkalmazott matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes alkalmazási problémák megoldása során használható módszereket, eljárásokat.

Tisztában van egyfelől a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, másfelől a matematika alkalmazása során adódó modellek korlátaival, így véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Többdimenziós minta és jellemzői; főkomponens analízis; faktoranalízis; kanonikus korreláció analízis; osztályozási módszerek; klaszteranalízis; többdimenziós skálázás.

Multivariate sample and its properties, principal component analysis, factor analysis, canonical correlation analyis, methods of statistical classification, cluster analysis, multidimensional scaling.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás, szemléltetés.

Értékelés

Vizsga.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

- **Fazekas I. (szerk.): Bevezetés a matematikai statisztikába, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2003.**
- **A. J. Izenman: Modern Multivariate Statistical Techniques. Regression, Classification and Manifold Learning, Springer, 2008.**
- **N. H. Timm: Applied Multivariate Analysis, Springer, 2002.**
- **B. Everitt, T. Hothorn: An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R, Springer, 2011.**
- **Móri F. T., Székely J. G. (szerk.): Többváltozós statisztikai analízis, Műszaki Könyvkiadó, 1986.**
- **K. V. Mardia, J. T. Kent, J. M. Bibby: Multivariate Analysis, Academic Press, 1982.**

Heti bontott tematika	
1. hét	Többdimenziós minta és tapasztalati jellemzői. A Wishart-eloszlás. Többdimenziós normális eloszlásból vett minta. TE:
2. hét	Maximum likelihood becslés normális minta esetén. Hotelling-féle próba. TE:
3. hét	Főkomponens analízis, a főkomponensek jellemzői. TE:
4. hét	Tapasztalati főkomponensek. Scree diagram, példák. TE:
5. hét	A faktoranalízis alapjai. TE:
6. hét	Paraméterbecslések és hipotézisvizsgálat a faktormodellben. Faktorok forgatása TE:
7. hét	Kanonikus korreláció analízis. A kanonikus faktorok meghatározása. TE:
8. hét	Osztályozási módszerek: maximum likelihood és Bayes döntés. Becslési módszerek. TE:
9. hét	Logisztikus regresszió. Legközelebbi társ módszer. TE:
10. hét	Klaszteranalízis: hierarchikus eljárások, a k-közép módszer. TE:

11. hét	Többdimenziós skálázás. Klasszikus megoldás. TE:
12. hét	Nem metrikus skálázás, a Shepard-Kruskal algoritmus. TE:
13. hét	Support vector machines. TE:
14. hét	Esettanulmányok. TE:

A tantárgy neve:		magyarul:		**Opcióértékelés**					Kódja:	**TTMME0404**	
		angolul:		**Option pricing**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**3**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Gáll József**			beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék az elemi derivatívákat, a kapcsolódó árazási eljárásokat és modelleket, a modern kockázatkezelés alapjait.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri az egyszerű derivatívákat, azok piaci, pénzügyi szerepét és a kapcsolódó korlátokat. Érti és alkalmazza az arbitrázsmentességen alapuló alapvető opcióárazási módszereket.

Képesség:

Megold az opcióárazási alapmodellek alkalmazásához szükséges kapcsolódó statisztikai és numerikus feladatokat, illetve opcióárazási feladatokat.

Attitűd:

Nyitott a modern pénzügyi, kockázatkezelési szakmai innovációkra és hitelesen képviseli a pénzügyi szakma alapvető etikai normáit, elveit.

Autonómia és felelősség:

Feladatvégzéskor a pénzügyi szakmai döntések során figyelembe veszi azok tágabb következményeit a vállalkozás tevékenységére. Tisztában van a dervatívák alkalmazásának összetettségével, az egyes pozíciókhoz kapcsolódó kockázatokkal és modellek alkalmazási korlátaival.

A kurzus tartalma, témakörei

A hallgatók megismerik az alapvető derívatívákat és azok szerepét, a derivatív piacok működésének alapjait, a derivatívák árazásának alapelveit, az arbitrázsmentesség elvét és alkalmazását, továbbá néhány klasszikus modellt és azok illesztésével, alkalmazásával kapcsolatos problémákat és megoldási módszereket.

The students get to know about the fundamental derivatives and their roles, the fundamentals of the mechanism of derivatives markets, the principles of pricing derivatives, the principle of arbitrage-freeness and how to apply it, some classical models and problems and methods related to their fitting and applications.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Az előadások elméleti eredményeit piaci példákkal, számítási példákkal támasztjuk alá.

Értékelés

A kurzus írásbeli vizsgával zárul, mely elméleti kérdéseket tartalmaz.

Kötelező olvasmány:

Hull, J. C.: Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek, Panem-Prentice Hall, 1999.

Ajánlott szakirodalom:

Gáll J. és Pap Gy. (2010): Bevezetés a pénzügyi matematikába, Polygon, Szeged.

Barczy M. és Gáll J. (2010): Pénzügyi matematika példatár II, Polygon, Szeged.

Heti bontott tematika	
1. hét	Alapfogalmak. Derivatívák, csoportosításuk. TE: Ismerik a pénzügyi derivatívákat és szerepüket a kockázatkezelésben.
2. hét	Határidős ügyletek, egyszerű opciók. Kifizetési függvények, profit. Példák. TE: Érti az elemi derivatívák közötti különbséget.
3. hét	Arbitrázs fogalma. Határidős ügyletek árazása. Határidős ár. TE: Érti és alkalmazza a határidős árazás alapjait.
4. hét	Forward és futures szerződések összevetése, árazási speciális esetek és példák. TE: Ismeri és alkalmazza a határidős ár egyes speciális formáit különböző alaptermékekre.
5. hét	Opciós díjak tulajdonságai (alapfogalmak, tényezők, korlátok). TE: Ismeri az opciós díjakra ható tényezőket egyszerű opciók esetén.
6. hét	Put-call paritás, korai lehívás. Elemi kereskedési stratégiák (részvény és egyszerű opciók kombinációi). TE: Érti az opciós pozíciók változását részvénypoziciós kombinációban.
7. hét	Kereskedési stratégiák opciókkal (különbözeti ügyletek, terpesz stratégiák variánsai). TE: Ismeri az opciós kombináltpozíciók tulajdonságait.

8. hét	Opcióárazás bináris piacokon. Európai opciók árazása, fedezeti stratégia, arbitrázsmentesség. TE: Érti egyszerű bináris piacokon az arbitrázsmentes árazás alapelveit.
9. hét	Bináris, binomiális piacok. Árazás osztalék esetén, amerikai opciók árazása. TE: Képes alkalmazni bináris piacokon az opcióárazási formulákat, algoritmusokat.
10. hét	Bevezetés a folytonos idejű modellekbe. Piaci hatékonyság, volatilitás, a Black-Scholes piac alapjai. TE: Ismeri a folytonos idejű piacok, főként a Black-Scholes alapfeltevéseit, a piaci hatékonyság következményeit.
11. hét	A Black-Scholes formula ismertetése, alkalmazási, illesztési kérdések, implikált volatilitás. TE: Tudja alkalmazni a BS formulát, és az ahhoz szükséges statisztikai feladatokat elvégzi.
12. hét	Pénzügyi kockázatok csoportosítása, a baseli szabályozás alapjai. Piaci kockázat kezelésének alapjai. TE: Ismeri a modern pénzpiaci szabályozás alapelveit, kockázati csoportokat, problémákat.
13. hét	Görögök, delta fedezet. TE: Ismeri a görögök szerepét, értelmezését, kapcsolatát egyszerű esetekben.
14. hét	Opciós árak becslési eljárásai, MC szimulációk, approximációk. TE: Ismeri és alkalmazza az opciós díj elemi becslési módszereit.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Biztosítási matematika**						Kódja:	**TTMME0407**	
		angolul:		**Insurance mathematics**								
2017/2018/1												
Felelős oktatási egység:				**DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:				-						Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor						
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**0**	Heti	**0**		**Kollokvium**	**3**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves						
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Barczy Mátyás**				beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék az általános biztosításmatematika, és ezen belül elsősorban a nem-élet biztosításmatematika alapeszközeivel, továbbá az életbiztosítások alapjaival.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Érti az alapvető biztosítási fogalmakat. Ismeri a nem-életbiztosítási alapmodelleket, azok illesztéséhez, az összkár meghatározásához kapcsolódó számítási, becslési módszereket, továbbá az életbiztosítási számítások és tartalékolási módszerek alapjait.

Képesség:

Felismeri egyszerűbb biztosítási problémákban az alkalmazható modellcsaládot, illeszti, becsli a szükséges paramétereket, összkár- és díjkalkulációs számításokat végez.

Attitűd:

Nyitott a biztosítási, pénzügyi szakmai innovációkra és hitelesen képviseli a pénzügyi szakma alapvető etikai normáit, elveit.

Autonómia és felelősség:

Feladatvégzéskor a biztosítási, pénzügyi szakmai döntések során figyelembe veszi azok tágabb következményeit a vállalkozás tevékenységére.

A kurzus tartalma, témakörei

Biztosítás fogalma, biztosítások csoportosítása, klasszikus nem-életbiztosítási modellek, összkármeghatározási módszerek, kapcsolódó illesztési, statisztikai kérdések. Díjkalkuláció. Élet- és viszontbiztosítási alapok, járadékszámítás, díjkalkuláció életbiztosítások esetén.

Notion of insurance, classification of insurances, classical non-life insurance models, methods for determining total loss, related regression and statistical questions. Pricing. Life and reinsurances, annuity calculation, priceing of life insurances.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Az előadás az ismertetett elméleti részek mellett példákat mutat is bemutat az egyes módszerekre. Tárgyalásra kerülnek gyakorlati statisztikai, illesztési kérdések.

Értékelés

A kurzus szóbeli vizsgával zárul, mely során elméleti kérdések kidolgozása mellett egyszerű példákon is bemutatják a hallgatók, hogy képesek alkalmazni a tanult módszereket biztosítási példákon, adatokon.

Kötelező olvasmány:

Arató Miklós: Nem-életbiztosítási matematika, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2001,

Straub, Erwin: Non-life Insurance Mathematics, Springer-Verlag, 1980,

Szabó László Imre és Viharos László: Az életbiztosítás alapjai, Polygon jegyzet, 2001

Ajánlott szakirodalom:

Banyár József: Életbiztosítás, Aula, 2003,

Mikosch, Thomas: Non-life Insurance Mathematics, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2006.

Heti bontott tematika	
1. hét	Biztosítási alapfogalmak. TE: Ismeri a biztosítási szerződések alaptípusait, kapcsolódó fogalmakat.
2. hét	Biztosítási alapfogalmak, nem-életbiztosítási alapmodellek. TE: Érti a nem-életbiztosítási bevezető modelleket.
3. hét	Egyéni kockázat modellje, összkár-meghatározási módszerek: rekurziók, De Pril algoritmus. TE: Felismeri és alkalmazza az egyéni kockázat modelljét és abban az összekár meghatározásának egyes (rekurziós) módszereit.
4. hét	Összkár-meghatározási módszerek: Berry-Esseen egyenlőtlenségek, normális közelítési módszerek. TE: Ismeri a normális közelítésen alapuló összkáreloszlást becslő módszereket és azok korlátait.
5. hét	Momentumgeneráló és generátorfüggvények, Laplace transzformált, nevezetes tételek. TE: Érti és alkalmazza nevezetes eloszlások esetén a generátorfüggvényeket és momentumgeneráló függvényeket.
6. hét	Összetett kockázat modellje, nevezetes kárszámeloszlások, (a,b,0)-típusú eloszlások.

	TE: Érti az összetett kockázati modell feltételeit, korlátait.
7. hét	Összetett kockázat modellje, nevezetes kárszámeloszlások, illesztési, statisztikai módszerek.
	TE: Kiválasztja és illeszti a kárszámeloszlásokat egyszerű veszélyközösségek esetén.
8. hét	Nevezetes káreloszlások, illesztési, statisztikai módszerek. Önrész, infláció.
	TE: Kiválasztja és illeszti a káreloszlásokat egyszerű veszélyközösségek esetén.
9. hét	Az összkár eloszlásával kapcsolatos módszerek. Panjer rekurzió.
	TE: Ismeri a összkáreloszlás mutatóinak, eloszlásának számolási és becslési elemi eszközeit.
10. hét	Díjkalkulációs elvek és tulajdonságaik.
	TE: Érti a díjkalkulációs elvek különbségét, alkalmazási korlátait.
11. hét	Tartalékolási módszerek, további neméletbiztosítási problémák.
	TE: Érti a tartalékolási célját, alapvető módszereit, alkalmazási korlátait.
12. hét	Életbiztosítási fogalmak, biztosítások típusai, elemi problémák, díjkalkuláció.
	TE: Felismeri a legfontosabb életbiztosítási típusokat, kapcsolódó fogalmakat.
13. hét	Életbiztosítási járadékszámítás, díjkalkuláció és díjtartalék.
	TE: Érti az elemi díjkalkulációs és díjtartalékszámítási fogalmakat és módszereket.
14. hét	Viszontbiztosítási alapfogalmak. Egyéb biztosítási problémák, összefoglalás.
	TE: Felismeri és érti a legfontosabb viszontbiztosítási típusokat, kapcsolódó fogalmakat. Tisztában van a tanult módszerek és modellek korlátaival, alkalmazásuk hatásaival a tágabb vállalati környezetben.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Idősorok elemzése</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td colspan="2" rowspan="2">TTMME0408</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Time series analysis</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="8">DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">Sztochasztikus folyamatok</td><td>Kódja:</td><td colspan="2">TTMME0402</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="4">Heti óraszámok</td><td rowspan="2" colspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2" colspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali | N</td><td>Heti | 2</td><td>Heti | 1</td><td colspan="2">Heti | 0</td><td rowspan="2" colspan="2">Kollokvium</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2" colspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező |</td><td>Féléves |</td><td>Féléves |</td><td colspan="2">Féléves |</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Barczy Mátyás</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék az idősorok elemzésének alapfogalmait és azok alkalmazásait, illetve képesek legyenek a témakör egyszerű feladatainak megoldására. A gyakorlaton a hallgatók az előadáson elhangzott fogalmakat és tételeket példákon és alkalmazásokon keresztül mélyítik el, egy statisztikai szoftver (például, az R programnyelv) segítségével.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

T1: Rendszerszinten ismeri a matematika tudományának módszereit az idősorok elemzése területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit az idősorok elemzése területén.

Képesség:

K1: Képes az idősorok elemzése területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az idősorok elemzése fogalmait.
K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére idősorok elemzése segítségével.
K10: Képes az idősorok alkalmazására a természettudományokban felvetett problémákban.

Attitűd:

A1: Törekszik az idősorok analízise témakör új eredményeinek megismerésére.
A2: Törekszik az idősorok elemzése eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy az idősorok elemzése során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az idősorok elemzése területén megszerzett tudásának mértékét.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Gyengén és erősen stacionárius idősorok, ARMA és ARIMA folyamatok, ezek előrejelzése az időtartományban és frekvencia tartományban. Box-Jenkins módszer. Kálmán-szűrés. Hosszú memóriájú és frakcionálisan integrált folyamatok.

Weakly and strongly stationary processes, ARMA and ARIMA processes, predictions in time domain and frequency domain. Box-Jenkins method. Kalman filtering. Long memory and fractionally integrated processes.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. A gyakorlaton egy programnyelv (például az R programnyelv) használata idősorok elemzésére. Az oktató különféle segédanyagok biztosításával és a syllabus rendelkezésre bocsátásával segíti a felkészülést.

Értékelés

Az előadás esetén írásbeli és szóbeli vizsga, a gyakorlat esetén pedig zárthelyi dolgozat formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

P. J. Brockwell, R. A. Davis: Time Series: Theory and Methods, 2nd edition. Springer, 2006.

W. W. S. Wei: Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods, 2nd edition. Pearson Education, 2006.

R. H. Shumway, D. S. Stoffer: Time Series Analysis and its Applications with R Examples, 3rd edition. Springer, 2011.

W. A. Fuller: Introduction to Statistical Time Series, 2nd edition. John Wiley & Sons Inc, 1996.

Heti bontott tematika

1. hét	Gyengén és erősen stacionárius idősorok, trend és szezonális komponens, a trend komponens becslése és eliminálása. Elméleti és tapasztalati autokovariancia- és autokorrelációs függvény, példák. TE: A hallgató ismeri a gyenge, illetve erősen stacionaritás, a trend és szezonális komponens fogalmát, képes az autokovariancia- és autokorrelációs függvény számolására.
2. hét	Kauzális és invertálható ARMA folyamatok, AR(1) és MA(1) folyamat létezése és autokovariancia-, illetve autokorrelációs függvénye. TE: A hallgató ismeri az ARMA folyamatok fogalmát, érti a kauzalitás és az invertálhatóság jelentését, egy adott ARMA folyamat esetén ezeket el tudja dönteni. Az AR(1) és MA(1) folyamatok létezését indokolni képes, és jellemzőiket számolni tudja.
3. hét	Végetlen rendű mozgóátlag folyamatok. ARMA folyamatok autokovariancia függvényének számítása, parciális autokorrelációs függvény, autokovariancia generáló függvény. TE: A hallgató képes használni az ARMA folyamatok autokovariancia függvényének számolására tanult módszereket.
4. hét	Előrejelzés az időtartományban, Durbin-Levinson algoritmus, innovációs algoritmus. TE: A hallgató képes a Durbin-Levinson algoritmus és az innovációs algoritmus végrehajtására.
5. hét	ARMA folyamatok előrejelzése, Wold felbontás. TE: A hallgató képes egyszerűbb esetekben a Wold felbontás elkészítésére és ez alapján előrejelzésre.
6. hét	Végtelen rendű mozgóátlag folyamatok (speciálisan ARMA folyamatok) esetén a mintaátlag, autokovariancia- és autokorrelációs függvény aszimptotikus viselkedése (Bartlett formula), konfidencia intervallumok szerkesztése. TE: A hallgató képes ARMA folyamatok paraméterei esetén konfidencia intervallumok készítésére.
7. hét	Gyengén stacionárius folyamatok (speciálisan ARMA folyamatok) spektrális reprezentációja (Herglotz tétel, ortogonális növekményű sztochasztikus folyamat szerinti sztochasztikus integrál), spektrális sűrűségfüggvény, inverziós formula, Kolmogorov formula. TE: A hallgató ismeri a gyengén stacionárius folyamatok spektrális reprezentációját.
8. hét	Gyengén stacionárius folyamatok (speciálisan ARMA folyamatok) előrejelzése a frekvencia tartományban: periodogram, aszimptotikus viselkedése, periodogram simítása, konfidencia intervallum a spektrális sűrűségfüggvényre, spektrális ablakok. TE: A hallgató ismeri a periodogram fogalmát és annak használatát.
9. hét	Paraméterbecslés ARMA folyamatok esetén: Yule-Walker egyenletek, legkisebb négyzetes becslés, maximum likelihood becslés, aszimptotikus tulajdonságaik. TE: A hallgató képes a Yule-Walker egyenletek használni ARMA folyamatok paraméterbecslésére.
10. hét	ARIMA folyamatok.

	TE: A hallgató ismeri az ARIMA folyamatok fogalmát és azok alkalmazási lehetőségeit a modellezés során.
11. hét	Idősorok modellezése és előrejelzése ARIMA folyamatokkal, a Box-Jenkins módszer, információs kritériumok (FPE, AIC, BIC kritériumok). TE: A hallgató képes a Box-Jenkins módszer használatára és programnyelvben való megvalósítására.
12. hét	Kálmán-szűrés. TE: A hallgató ismeri a Kálmán-szűrést.
13. hét	Hosszú memóriájú folyamatok, frakcionálisan integrált folyamatok, önhasonló folyamatok. TE: A hallgató ismeri a hosszú memóriájú folyamatokat és érti a frakcionális folyamatok legfontosabb tulajdonságait.
14. hét	Ez a hét már biztosan vizsgaidőszak, így egyéntől függően vizsgázás vagy felkészülés a vizsgára. TE: A hallgató hozzákezd a félévfolyamán elhangzott anyag egyéni, otthoni feldolgozásához.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Információelmélet**				Kódja:		**TTMME0411**	
		angolul:		**Information theory**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:		-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**	**Kollokvium**	**4**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Pintér Ákos**			beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék az információelmélet, valamint a kódelmélet alapfogalmait és a napjainkban használt legfontosabb kódolási eljárásokat.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a kódoláselmélet és kriptográfia alapjait, a gyakorlatban legelterjedtebb kódok és titkosírások elméleti hátterét és alkalmazhatóságát. Ismeri az alkalmazott matematikai modellek megalkotásához és szimulálásához szükséges informatikai, számítástechnikai ismeretanyagot. Ismeri a legfontosabb matematikai és statisztikai szoftverek használatát és azok matematikai hátterét, alkalmazhatóságuk korlátait.

Képesség:

Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modelljeinek megalkotására, a modern matematika eredményeinek felhasználására a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében. Képes a számítástechnika eszközeinek felhasználásával a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére.

Attitűd:

Törekszik az alkalmazott matematika eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására. Nyitott és fogékony az alkalmazott matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új alkalmazási területeken való felhasználására, új eredmények elérésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

Autonómia és felelősség:

Magas szintű alkalmazott matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes alkalmazási problémák megoldása során használható módszereket, eljárásokat. Tisztában van egyfelől a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, másfelől a matematika alkalmazása során adódó modellek korlátaival, így véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Többdimenziós minta és jellemzői; főkomponens analízis; faktoranalízis; kanonikus korreláció analízis; osztályozási módszerek; klaszteranalízis; többdimenziós skálázás.

Samples from multivariate distributions and their properties; principal component analysis; factor analysis; canonical correlation analysis; grouping methods; cluster analysis; multidimensional scaling.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás anyagának frontális munkával történő ismertetése. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok és vizsgaidőszaki kollokvium alapján.

Kötelező olvasmány:

Györfi László, Győri Sándor, Vajda István: Információ- és kódelmélet. Typotex, 2010.

Ajánlott szakirodalom:

Csiszár Imre, Fritz József: Információelmélet. Tankönyvkiadó, 1980.

Cover, Thomas M. and Thomas, Joy A.: Elements of Information Theory. Wiley, 2006.

Togneri, Roberto and de Silva, Christopher J. S.: Fundamentals of Information Theory and Coding Design. Chapman & Hall/CRC, 2006.

Ash, Robert B.: Information Theory. Dover Publications, 1990.

Heti bontott tematika	
1. hét	Egyértelműen dekódolható és prefix kódok. McMillan- és Kraft egyenlőtlenség. Entrópia, átlagos kódszóhossz és ezek kapcsolata. Blokkonkénti kódolás. TE: a hallgató képessé válik egyértelműen dekódolható és prefix kódokat megadni, megállapítani az átlagos kódszóhosszt és blokkonkénti kódolást adni
2. hét	Optimális kódok. A bináris Huffman- és Shannon-Fano-kód. Az entrópia, illetve a feltételes entrópia tulajdonságai. TE: a hallgató képessé válik Huffman- és Shannon-Fano-kódolást megadni
3. hét	Információforrások: tulajdonságaik (stacionaritás, emlékezetnélküliség) és kódolásuk. Univerzális forráskódolás. Lempel-Ziv algoritmusok, példák. TE: a hallgató képessé válik információforrások kódolására, univerzális forráskódolásra és a Lempel-Ziv algoritmus leprogramozására
4. hét	Forráskódolás előírt hibavalószínűséggel. Információstabilis források és tulajdonságaik. Jelsebesség és forrásentrópia. Differenciális entrópia és tulajdonságai. Információs távolság. TE: a hallgató képessé válik előírt hibavalószínűséggel forráskódolást megadni
5. hét	Kvantálás, optimális kvantáló. Az egyenletes kvantáló torzítása és entrópiája. Nem egyenletes kvantálók. Lloyd-Max feltétel és Lloyd-Max algoritmus. Kompanderes és vektorkvantálók. TE: a hallgató képessé válik a Lloyd-Max algoritmus leprogramozására
6. hét	Spektrálsűrűség, lineáris szűrés, mintavételezés. A mintavételi tétel. Transzformációs kódolás, nevezetes transzformációk. TE: a hallgató képessé válik alkalmazni a mintavételi tételt és a transzformációs kódolást
7. hét	Részszávos-, különbségi- és prediktív kódolás. DPCM, Jayant-kvantáló, delta-moduláció, prediktorok. TE: a hallgató képessé válik részszávos-, különbségi- és prediktív kódolást megadni
8. hét	Beszéd- és hangtömörítés. TE: a hallgató képessé válik beszéd- és hangtömörítést végezni
9. hét	Kép- és videotömörítés TE: a hallgató képessé válik kép- és videótömörítést készíteni
10. hét	A kölcsönös információ és tulajdonságai. Betűnkénti hűségkritérium, R-D függvény. A forráskódolási tétel és megfordítása. TE: a hallgató képessé válik az R-D függvényt, valamint a forráskódolási tételt és megfordítását alkalmazni
11. hét	A hibajavító kódolás alapjai: Hamming-távolság, kódtávolság, kapcsolat a hibafelismeréssel és javítással. Korlátok (Hamming, Singleton, Plotkin, Gilbert-Varsanov). Példák. Lineáris kó-

	dok, generátor- és paritásellenőrző mátrix. TE: a hallgató képessé válik a hibajavító kódolás alapvető fogalmait használni, lineáris kódokat megadni
12. hét	Szindróma dekódolás. A bináris Hamming-kód. Példák. Általános lineáris kódok. A nembináris Hamming-kód. TE: a hallgató képessé válik szindróma dekódolást, bináris és nembináris Hamming-kódot megadni
13. hét	Ciklikus kódok, generátor- és paritásellenőrző polinomok. Szindrómák. Példák. Bináris Golay-kód. Reed-Solomon- és Reed-Müller-kód. Példák. TE: a hallgató képessé válik ciklikus kódokat, Golay-, Reed-Solomon- és Reed-Müller-kódokat megadni
14. hét	BCH-kód. Kódfűzés, szorzat- és kaszkád kódok. Példák. TE: a hallgató képessé válik BCH, szorzat- és kaszkád kódokat megadni

A tantárgy neve:		magyarul:		**Statisztikus tanuló algoritmusok**						Kódja:	**TTMME0412**	
		angolul:		**Statistical learning**								
2017/2018/1												
Felelős oktatási egység:				**DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:				-						Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor						
Nappali	**N**	Heti	**2**	Heti	**1**	Heti	**0**		**Kollokvium**	**4**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves						
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Fazekas István**				beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék és legyenek képesek alkalmazni a statisztikus tanuló algoritmusokat.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a matematika alapvető módszereit az analízis, operációkutatás és valószínűség-számítás (statisztika) területén. Ismeri az elméleti matematika alapvető összefüggéseit az analízis, operációkutatás és valószínűség-számítás (statisztika) területén. Ismeri a matematika különböző részdiszciplínái közötti alapvető kapcsolatokat.

Képesség:

Képes a mennyiségi adatokból minőségi következtetéseket levonni. Képes az analízis, operációkutatás és valószínűségszámítás (statisztika) területen megszerzett ismereteinek alkalmazására. Képes adatgyűjtés céljából kísérleteket tervezni, és az adódó eredményeket matematikai és informatikai eszközökkel elemezni.

Attitűd:

Törekszik a matematikai ismereteinek minél szélesebb körű alkalmazására. A megszerzett matematikai ismeretei alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.

Autonómia és felelősség:

A matematika részdiszciplínáiban elsajátított alapvető ismeretei felhasználásával képes önállóan matematikai kérdések megfogalmazására, azok elemzésére. Felelősen értékeli a matematikai eredményeket, azok alkalmazhatóságát, alkalmazhatósági korlátait.

A kurzus tartalma, témakörei

Neurális hálózatok, perceptron, többrétegű perceptron (MLP), error back-propagation, Radial Basis Function (RBF), tartó vektor gépek (SVM), deep learning, konvolúciós hálózat (CNN), autoencoder, rekurrens hálózat. Neurális hálózatok megvalósítása egy programcsomaggal.

Neural networks, perceptron, multi-layer perceptron (MLP), error back-propagation, Radial Basis Function (RBF), support vector machines (SVP), deep learning, convolution network (CNN), autoencoder, recurrent network. Construction of neural networks using mathematical software package.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Előadás, szemléltetés, számítógépes megvalósítás.

Értékelés

Vizsga, gyakorlati jegy?

Kötelező olvasmány:

Fazekas I. Neurális hálózatok. Egyetemi jegyzet, Debreceni Egyetem, 2013.

Ajánlott szakirodalom:

Haykin, S.: Neural Networks. A Comprehensive Foundation. Prentice hall. New Jersey, 1999.

Matlab Neural Network Toolbox. The Mathworks, Inc., Natick, 1998.

Ian Goodfellow and Yoshua Bengio and Aaron Courville: Deep Learning. MIT Press, 2016.

Heti bontott tematika	
1. hét	A neurális hálók alapfogalmai: neuron, aktivációs függvény. TE: A hallgató megismeri a neuron felépítését és működését.
2. hét	A lineáris szeparálás és a perceptron. Hálózati architektúrák, tanuló algoritmusok. TE: A hallgató megismeri a perceptron használatát és a perceptronokból álló hálózatot.
3. hét	Multilayer perceptron (MLP). Error back-propagation algoritmus. TE: A hallgató megismeri a az MLP felépítését és működését.
4. hét	Optimalizálási technikák. TE: A hallgató megismeri a konjugált gradiens, kvázi Newton- és a Levenberg-Marquardt-módszert.
5. hét	Mély tanulás (deep learning). TE: A hallgató megismeri a sokrétegű perceptron tanításának kérdését.
6. hét	Radiális bázis hálózatok (RBF). Büntető függvények. TE: A hallgató megismeri a Tyihonov-regularizáción alapuló RBF alapelveit.
7. hét	Általánosított radiális bázis hálózatok. Nemparaméteres becslések. TE: A hallgató megismeri az RBF alkalmazásait.
8. hét	Az optimális hipersík. A Kuhn-Tucker-tétel alkalmazása. TE: A hallgató megismeri az SVM-hez vezető matematikai okfejtéseket.
9. hét	Tartó vektor gép (SVM) szeparálásra. TE: A hallgató megismeri az SVM alkalmazását lineárisan szeparálható és nem szeparálható halmazokra is.
10. hét	SVM függvényközelítésre. TE: A hallgató megismeri az SVM alkalmazását regressziós feladatokra.
11. hét	Konvolúciós hálózat (CNN). TE: A hallgató megismeri a konvolúciós hálózat felépítését.
12. hét	Konvolúciós hálózat alkalmazásai. TE: A hallgató megismeri a konvolúciós hálózat alkalmazását karakter felismerésre.
13. hét	Autoencoder. TE: A hallgató megismeri az autoencoder felépítését és alkalmazását.
14. hét	Rekurrens hálózatok.

	TE: hallgató megismeri a rekurrens hálózat felépítését és alkalmazását.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="4">Bevezetés a modern algebrába</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMMG0101</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="4">Introduction to modern algebra</td></tr>
<tr><td colspan="8">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="6">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="4">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="3">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td colspan="2" rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td>Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali N</td><td>Heti 0</td><td>Heti 2</td><td>Heti 0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td colspan="2" rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td>Féléves</td></tr>
<tr><td>Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="2">Dr. Horváth Gábor</td><td>beosztása:</td><td colspan="3">egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a modern algebra alapvető fogalmait, legfontosabb eredményeit, megértsék az azok közötti mélyebb kapcsolatokat, valamint a megszerzett ismereteiket a gyakorlatban is alkalmazzák.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

ismeri Sylow tételeit, valamint a szemidirekt szorzat, a p-csoport, a feloldható csoport és a szabad csoport fogalmát, összefüggéseiben ismeri az ezek közötti kapcsolatokat és alkalmazhatóságukat. Jártas a bővítésekkel kapcsolatos problémák megoldásában, ismeri a kommutatív algebra alapjait.

Képesség:

Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az algebra absztrakt fogalmait alkalmazott problémák megoldása során. Képes az elsajátított matematikai módszerek alkalmazására. Képes a geometriai szerkeszthetőséggel és az egyenletek gyökjelekkel való megoldhatóságával kapcsolatos problémák megoldására.

Attitűd:

Törekszik a modern algebra fogalmai közötti mélyebb összefüggések meglátására és feltárására, törekszik az újabb eredmények megismerésére, és azoknak a gyakorlatban történő alkalmazására. Nyitott és fogékony az elsajátított módszerek vezető kutatási területein való hasznosítására, új eredmények elérésére.

Autonómia és felelősség:

Felelősen és reálisan ítéli meg az algebra területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát, korlátait. Magas szintű ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák során alkalmazható módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Sylow tételei. Szemidirekt szorzat. A p-csoportok maximális részcsoportjai p-indexű normálosztók. Karakterisztikus részcsoportok, kommutátor. Feloldható csoportok és alaptulajdonságaik. Az alternáló csoportok egyszerűségéről szóló tétel. Szabad csoportok és definiáló relációk. Dyck-tétel. Számelmélet gyűrűkben: maximumfeltétel és az alaptételes gyűrűk jellemzése. Hányadostest. Artin- és Noether-gyűrűk, Hilbert bázistétele. Algebrák, a minimálpolinom tárgyalása algebrák felett. Frobenius-tétel. A felbontási test egyértelműsége, algebrai lezárt létezése. Normális bővítések, tökéletes test felett minden véges bővítés egyszerű. A Galois-elmélet főtétele. Az algebra alaptétele. Geometriai szerkeszthetőség. Egyenlet gyökjelekkel való megoldhatósága, a Casus Irreducibilis elkerülhetetlensége harmadfokú egyenletre.

Sylow's theorems. Semidirect product. Maximal subgroups of p-groups are normal of index p. Characteristic subgroup, commutator. Solvable groups and their basic properties. Alternating group is simple if acting on at least 5 points. Free groups, generators, relations, Dyck's theorem. Necessary and sufficient condition for a ring to be a unique factorization domain, ascending and descending chain conditions. Field of fractions. Artinian and Noetherian rings, Hilbert's basis theorem. Algebras, minimal polynomial over algebras, Frobenius's theorem. Splitting field, existence, uniquencess, algebraic closure existence, uniqueness. Normal extensions, extensions of perfect fields are simple. Galois theory. Fundamental theorem of algebra. Compass and ruler constructions. Theorem of Abel and Ruffini, Casus Irreducibilis is unavoidable for degree three polynomials.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok megoldásához szükséges elméleti anyag frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Bálintné Szendrei Mária - Czédli Gábor - Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok. 2005, Polygon.

Kiss Emil, Bevezetés az algebrába, Elméleti matematika sorozat. Budapest, 2007, Typotex.

Heti bontott tematika

1. hét	Sylow tételei. Szemidirekt szorzat. TE: A hallgató elsajátítja Sylow tételeit ésa szemidirekt szorzat fogalmát.
2. hét	A p-csoportok maximális részcsoportjai p-indexű normálosztók. Karakterisztikus részcsoportok, kommutátor. A véges Abel-csoportok alaptétele. TE: A hallgató megismerkedik a p-csoportokkal, a kommutátor és a karakterisztikus részcsoport fogalmával.
3. hét	Az izomorfizmustételek és bizonyításuk. Feloldható csoportok és alaptulajdonságaik. Az alternáló csoportok egyszerűségéről szóló tétel. TE: A hallgató megismerkedik a feloldható csoportok fogalmával.
4. hét	Szabad csoportok és definiáló relációk. Dyck-tétel. TE: A hallgató megismerkedik a szabad csoport fogalmával és tulajdonságaival.
5. hét	Számelmélet gyűrűkben: maximumfeltétel és az alaptételes gyűrűk jellemzése. TE: A hallgató megérti a számelmélet alaptételét általánosan.
6. hét	Hányadostest. Artin-és Noether-gyűrűk, Hilbert bázistétele. TE: A hallgató elsajátítja a kommutatív algebra alapjait.
7. hét	Zárthelyi dolgozatra felkészülés. TE: A hallgató a kérdéseire választ kap, átfogó képet szerez a zárthelyi dolgozat anyagáról.
8. hét	Algebrák, a minimálpolinom tárgyalása algebrák felett. Frobenius-tétel. TE: A hallgató megismeri a minimálpolinom fogalmát általános helyzetben.
9. hét	A felbontási test egyértelműsége, algebrai lezárt létezése. TE: A hallgató megismerkedik a felbontási test és az algebrai lezárt fogalmával.
10. hét	Normális bővítések, tökéletes test felett minden véges bővítés egyszerű. TE: A hallgató megismerkedik a normális bővítésekkel.
11. hét	A Galois-elmélet főtétele. TE: A hallgató megérti a testbővítések és a bővítés relatív automorfizmuscsoportja közti kapcsolatot.
12. hét	Az algebra alaptétele. Geometriai szerkeszthetőség. TE: A hallgató elsajátítja a geometriai szerkeszthetőség szükséges és elegendő algebrai feltételét.

13. hét	Egyenlet gyökjelekkel való megoldhatósága, a Casus Irreducibilis elkerülhetetlensége harmadfokú egyenletre. TE: A hallgató megérti egy polinom gyökjelekkel való megoldhatóságának kapcsolatát a polinom felbontási teste Galois csoportjának feloldható voltával.
14. hét	Zárthelyi dolgozatra felkészülés. TE: A hallgató a kérdéseire választ kap, átfogó képet szerez a zárthelyi dolgozat anyagáról.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Algebrai számelmélet**					Kódja:	**TTMMG0102**	
		angolul:		**Algebraic number theory**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**		**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Bérczes Attila**			beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

gyakorlati szinten is megismerkedjenek az algebrai számelmélet alapjaival, algebrai számtestek egészgyűrűivel, azok egységcsoportjával, valamint a prímideál-faktorizációval.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri az algebrai számelmélet általános módszereit, azok alkalmazhatóságot és korlátait. Ismeri az algebrai számelmélet legfontosabb összefüggéseit, elméleti és gyakorlati eredményeit. Ismeri az algebrai számelmélet területei közötti alapvető kapcsolatokat, továbbá tisztában van azok hasznosíthatóságaival.

Képesség:

Képes az algebrai számelmélethez kapcsolódó rutin szakmai problémákat felismerni, azok elméleti és gyakorlati megoldásához az elérhető szakirodalmat értő módon feldolgozni, új módszereket önállóan elsajátítani. Képes az algebrai számelmélet területén megszerzett ismereteit elméleti és alkalmazott problémák megoldása során hasznosítani.

Attitűd:

Megszerzett algebrai számelméleti ismereteinek alkalmazásával törekszik a megfigyelhető matematikai folyamatok alaposabb megismerésére, egzakt törvényszerűségeinek leírására, magyarázására. Igénye van az algebrai számelmélethez kapcsolódó matematikai ismereteinek gyarapítására, azokhoz szorosan kapcsolódó kompetenciák fejlesztésére.

Autonómia és felelősség:

Magas szintű ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes elméleti illetve gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó módszereket. Felelősen, kritikusan és reálisan ítéli meg algebrai számelmélet területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait.

A kurzus tartalma, témakörei

Feladatok megoldása az alábbi témakörökben:Algebrai számok, algebrai egészek. Algebrai számtestek egészeinek gyűrűje. Modulusok, rendek algebrai számtestekben. A Dirichlet-féle egységtétel. Ideálok, alaptételes gyűrűk. Törtideálok. Prímideál-faktorizáció és következményei algebrai számtestek gyűrűjében. Ideál normája, ideál-osztálycsoport, ideál-osztályszám.

Algebraic numbers, algebraic integers. Integers of algebraic number fields. Modules, orders in algebraic number fields. Dirichlet's unit theorem. Ideals, unique factorization domains. Ideal quotient. Prime ideal factorization and its consequences in rings of algebraic number fields. Norm of ideal, ideal class group, ideal class number.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok megoldásához szükséges elméleti anyag frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

Bérczes Attila, Algebrai számelmélet, kiadott órai jegyzet.

Ajánlott szakirodalom:

Borevich-Shafarevich: Algebraic Number Theory, Academic Press, 1966

Heti bontott tematika	
1. hét	Feladatok megoldása az algebrai és transzcendens számokkal kapcsolatban, valamint az algebrai konjugált, algebrai szám normája és nyoma témakörben. TE: A hallgató képes lesz feladatokat megoldani az algebrai és transzcendens számokkal kapcsolatban, valamint az algebrai konjugált, algebrai szám normája és nyoma témakörben.
2. hét	Feladatok megoldása testbővítésekkel, egyszerű algebrai bővítésekkel kapcsolatban. TE: A hallgató képes lesz feladatok megoldására testbővítésekkel, egyszerű algebrai bővítésekkel kapcsolatban.
3. hét	Feladatok megoldása algebrai számtestekkel, valamint a relatív konjugáltakkal, elem normájával és nyomával kapcsolatban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására algebrai számtestekkel, valamint a relatív konjugáltakkal, elem normájával és nyomával kapcsolatban.
4. hét	Feladatok megoldása algebrai szám adott számtestre vonatkozó karakterisztikus polinomjával,valamint algebrai számtest szignatúrájával, bázisának diszkriminánsával, és duális bázissal kapcsolatban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására algebrai szám adott számtestre vonatkozó karakterisztikus polinomjával, valamint algebrai számtest szignatúrájával, bázisának diszkriminánsával, és duális bázissal kapcsolatban.
5. hét	Feladatok megoldása algebrai egészekkel és algebrai számtestek modulusaival kapcsolatban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására algebrai egészekkel és algebrai számtestek modulusaival kapcsolatban.
6. hét	Feladatok megoldása modulusok együtthatógyűrűjével, rendekkel,valamint algebrai számtest rendjének egységeivel, modulusok és rendek asszociált elemeivel kapcsolatban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására modulusok együtthatógyűrűjével, rendekkel, valamint algebrai számtest rendjének egységeivel, modulusok és rendek asszociált elemeivel kapcsolatban.
7. hét	Feladatok megoldása $\mathbf{R}^n$ -beli rácsokkal kapcsolatban. Minkowski konvex testekre vonatkozó lemmájának alkalmazása feladatokban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására $\mathbf{R}^n$ -beli rácsokkal kapcsolatban és képes lesz alkalmazni Minkowski konvex testekre vonatkozó lemmáját feladatokban.
8. hét	Feladatok megoldása algebrai számok geometriai reprezentációjával kapcsolatban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására algebrai számok geometriai reprezentációjával kapcsolatban.
9. hét	Feladatok megoldása egységek geometriai reprezentációjával, a logaritmikus térrel, a Dirichlet-féle egységtétellel és a regulátorral kapcsolatban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására egységek geometriai reprezentációjával, a logaritmikus térrel, a Dirichlet-féle egységtétellel és a regulátorral kapcsolatban.
10. hét	Feladatok megoldása ideálokkal, főideálokkal,ideálok összegével és szorzatával, prímideálokkal és maximális ideálokkal kapcsolatban.

	TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására ideálokkal, főideálokkal, ideálok összegével és szorzatával, prímideálokkal és maximális ideálokkal kapcsolatban.
11. hét	Feladatok megoldása törtideálokkal és prímideálok inverzének meghatározásával kapcsolatban algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására törtideálokkal és prímideálok inverzének meghatározásával kapcsolatban algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében.
12. hét	Feladatok megoldása az egyértelmű prímideál-faktorizációval kapcsolatban algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására az egyértelmű prímideál-faktorizációval kapcsolatban algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében.
13. hét	Feladatok megoldása ideálok oszthatóságával, a kínai mardéktétellel és ideál főideál többszörösével kapcsolatban algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására ideálok oszthatóságával, a kínai mardéktétellel és ideál főideál többszörösével kapcsolatban algebrai számtestek egészeinek gyűrűjében.
14. hét	Feladatok megoldása ideál normájával, prímek felbontásával prímideálok szorzatára, azideál-osztály csoporttal és az ideál-osztály számmal kapcsolatban. TE:A hallgató képes lesz feladatok megoldására ideál normájával, prímek felbontásával prímideálok szorzatára, az ideál-osztály csoporttal és az ideál-osztály számmal kapcsolatban.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Modern algebra**				Kódja:		**TTMMG0103**
		angolul:		**Modern algebra**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:		-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Pongrácz András**		beosztása:		**egyetemi adjunktus**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megtanuljon permutációcsoportokban, modulusokban, mátrixgyűrűkben illetve csoportalgebrákban különböző számításokat elvégezni.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a modern algebra területei közötti mélyebb összefüggéseket, továbbá tisztában van azok hasznosíthatóságával. Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a modern algebra területének módszereit, azok alkalmazhatóságot és korlátait. Jártas a modern algebra absztrakt fogalmainak/objektumainak megalkotásában, értelmezésében.

Képesség:

Képes a modern algebra területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt objektumokat elméleti és alkalmazott problémák megoldása során.

Attitűd:

Nyitott és fogékony a modern algebra területén elsajátított gondolatmenetek illetve módszerek vezető kutatási területeken való alkalmazására, új eredmények elérésére. Törekszik a modern algebra újabb eredményeinek megismerésére, azok széles körben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Magas szintű ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó módszereket. Felelősen, kritikusan és reálisan ítéli meg a modern algebra területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait.

A kurzus tartalma, témakörei

Permutációcsoportok, csoporthatás, imprimitivitási tartományok, primitív csoportok, többszörös tranzitivitás. Talapzat. Burnside tétele Abel-féle normálosztóval rendelkező primitív csoportokról. A_n egyszerű. Frobenius csoportok, koszorúszorzat, alkalmazások. O'Nan-Scott tétel és következményei, S_n maximális részcsoportjai. Modulusok, főideálgyűrűk feletti végesen generált modulusok alaptétele, alkalmazások. Artin-, Noether-gyűrűk, mátrixgyűrűk balideáljai, ideáljai. Jacobson radikál, Nakayama lemma, algebrai egészek gyűrűt alkotnak. Féligegyszerű gyűrűk. Wedderburn-Artin tétel, Jacobson-féle sűrűségi tétel. Csoportalgebrák, Maschke-tétel, reprezentációk, karakterek. Ortogonalitási relációk, Burnside két prímes tétele.

Permutation groups, group action, domain of imprimitivity, primitve groups, multiple transitivity. Socle. Burnside's theorem on primitive groups with an Abelian normal subgroup. A_n is simple. Frobenius groups, wreath product, applications. O'Nan-Scott's theorem and its applications, maximal subgroups of S_n. Modules, structure theorem for finitely generated modules over principal ideal rings, applications. Artinian and Noetherian rings, left ideals and ideals of matrix rings. Jacobson radical, Nakayama's lemma, algebraic integers form a ring. Semisimple rings. Wedderburn-Artin-theorem, Jacobson's density therorem. Group algebras, Maschke's theorem, representations, characters. Ortogonality relations, Burnside's theorem on groups with size divisible by two primes.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok megoldásához szükséges elméleti anyag frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, Polygon, 2005.

Kiss Emil, Bevezetés az algebrába, Elméleti matematika sorozat, Typotex, Budapest, 2007.

Derek J. S. Robinson, A Course in the Theory of Groups, Springer, New York, 1982.

John D. Dixon, Brian Mortimer, Permutation Groups, Springer, New York, 1996.

Heti bontott tematika

1. hét	Permutációcsoportok, csoporthatás, imprimitivitási tartományok, példák. Primitív csoportok, azok normálosztói. TE: A hallgató megtanul permutációcsoportokban számolni.
2. hét	Többszörös tranzitivitás, példák. Reguláris normálosztóval rendelkező csoportok jellemzése. TE: A hallgató megtanul tranzitív és reguláris normálosztóval rendelkező permutációcsoportokban számolni.
3. hét	Primitív permutációcsoportok talapzatának jellemzése. Burnside tétele Abel-féle normálosztóval rendelkező primitív csoportokról. A_n egyszerű. TE: A hallgató megérti a talapzat fogalmát és az affin csoportok szerkezetét.
4. hét	Frobenius-csoportok, koszorúszorzat. S_{p^n} és $GL_n(Z_p)$ p-Sylow részcsoportjai. TE: A hallgató megtanul Frobenius-csoportokban és koszorúszorzatokban számolni.
5. hét	O'Nan-Scott tétel és következményei, S_n maximális részcsoportjai. TE: A hallgató megtanul primitív permutációcsoportokban és a szimmetrikus csoportokban számolni.
6. hét	Felkészülés a zárthelyi dolgozatra. TE: Összefoglalás, az eddigi feladattípusok gyakorlása.
7. hét	Modulusok, alapfogalmak, példák, izomorfizmustételek. TE: A hallgató megtanul modulusokban számolni.
8. hét	Főideálgyűrűk feletti végesen generált modulusok alaptétele. Az alaptétel alkalmazásai. TE: A hallgató megtanul főideálgyűrűk feletti végesen generált modulusokban számolni.
9. hét	Artin-, Noether gyűrűk, alaptulajdonságok. Mátrixgyűrűk balideáljai, ideáljai. TE: A hallgató megtanul mátrixgyűrűkben számolni.
10. hét	Jacobson radikál, Nakayama lemma. Algebrai egészek gyűrűt alkotnak. Féligegyszerű gyűrűk. TE: A hallgató megtanul mátrixgyűrűkben számolni.
11. hét	Wedderburn-Artin tétel, Jacobson-féle sűrűségi tétel. TE: A hallgató megtanul féligegyszerű gyűrűkben számolni.
12. hét	Csoportalgebrák, Maschke-tétel, reprezentációk, karakterek. TE: A hallgató megtanul csoportalgebrákban számolni.
13. hét	Ortogonalitási relációk, Burnside kétprímes tétele. TE: A hallagató megismeri a karaktertábla fogalmát, és képessé válik az alkalmazására.

14. hét	Felkészülés a zárthelyi dolgozatra. TE: Összefoglalás, az eddigi feladattípusok gyakorlása.

A tantárgy neve:		magyarul:	**Gráfelmélet és alkalmazásai**					Kódja:	**TTMMG0104**	
		angolul:	**Graph Theory and Applications**							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	N	Heti	0	Heti	2	Heti	0	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			neve:		**Dr. Nyul Gábor**			beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Megismerjék a gráfelmélettel kapcsolatos alapvető fogalmakat, az ezekre vonatkozó alapvető eredményeket és módszereket, valamint megismerjék a tanultak gyakorlatban történő alkalmazásait.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben ismeri a gráfelmélettel kapcsolatos legfontosabb eredményeket, módszereket, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Alkotó módon ismeri a gráfok összefüggőségével, színezésével kapcsolatos eredményeket, jártas a függetlenség és lefogás témakörében. Ismeri a párosításelmélet és az extremális gráfelmélet legfontosabb eredményeit és hasznosíthatóságát.

Képesség:

Képes a gráfelmélet területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon használja a megismert fogalmakat és tételeket gyakorlati problémák megoldása során.

Attitűd:

Igénye van a gráfelmélethez kapcsolódó módszerek, eljárások megismerésére. Törekszik a tanult eredmények közötti mélyebb kapcsolat összefüggések meglátására. Nyitott a megszerzett tudásának minél szélesebb körben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja be gráfelméleti ismereteit, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Gráfok többszörös összefüggősége: Menger tételei, éldiszjunkt feszítőfák. Gráfok színezései: kromatikus szám, mohó csúcsszínezés, Brooks-tétel, Mycielski-konstrukció, perfekt gráfok, kromatikus polinom, kromatikus index, Vizing-tétel. Függetlenség és lefogás: Gallai tételei, Kőnig-tétel, Hall-tétel, teljes párosítások páros és tetszőleges gráfokban, javító utak módszere. Extremális gráfelmélet: Mantel-tétel, Turán-tétel. Barátságtétel, erősen reguláris gráfok. Síkbarajzolható gráfok, metszési szám. Irányított utak és körök irányított gráfokban, turnamentek.

Multiply connected graphs: Menger's theorems, edge-disjoint spanning trees. Graph colourings: chromatic number, greedy vertex colouring, Brooks' theorem, Mycielski construction, perfect graphs, chromatic polynomial, chromatic index, Vizing-theorem. Independence and covering: Gallai's theorems, Kőnig's theorem, Hall's theorem, perfect mathchings in bipartite and in arbitrary graphs, augmenting path method. Extremal graph theory: Mantel's theorem, Turán's theorem. Friendship theorem, strongly regular graphs. Planar graphs, crossing number. Directed paths and cycles in directed graphs, tournaments.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok elméleti hátterének frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

–

Ajánlott szakirodalom:

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, 2003.
Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány alapjai, Typotex, 2006.
J. A. Bondy, U. S. R. Murty: Graph Theory, Springer, 2008.
Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok, Polygon, 2005.
Friedl Katalin, Recski András, Simonyi Gábor: Gráfelméleti feladatok, Typotex, 2006.

Heti bontott tematika

1. hét	Elemi gráfelméleti feladatok. TE: A hallgató néhány nevezetes gráf vizsgálatán keresztül átismétli a gráfokkal kapcsolatos korábbi ismereteit.
2. hét	Gráfok csúcs- és élösszefüggőségi száma. TE: A hallgató képessé válik gráfok többszörös összefüggőségének vizsgálatára, a csúcs- és él-összefüggőségi szám meghatározására.
3. hét	Kromatikus szám, mohó csúcsszínezés. TE: A hallgató képessé válik gráfok kromatikus számának vizsgálatára, megismeri a mohó színezés viselkedését.
4. hét	Mycielski-gráf, perfekt gráfok. TE: A hallgató elsajátítja a Mycielski-konstrukciót, megvizsgálja a Mycielski-gráf tulajdonságait, továbbá képessé válik egyszerűbb perfektségi vizsgálatra.
5. hét	Kromatikus polinom. TE: A hallgató képessé válik gráfok kromatikus polinomjának meghatározására.
6. hét	Kromatikus index. TE: A hallgató képessé válik gráfok kromatikus indexének meghatározására.
7. hét	1. zárthelyi dolgozat TE:
8. hét	Maximális elemszámú független csúcs- és élhalmazok, minimális elemszámú lefogó csúcs- és élhalmazok. TE: A hallgató képessé válik függetlenségi és lefogási vizsgálatokra gráfokban.
9. hét	Javító utak módszere, magyar módszer. TE: A hallgató képessé válik páros gráfokban maximális elemszámú párosítások algoritmikus meghatározására.
10. hét	Teljes párosítások. TE: A hallgató képessé válik teljes párosítások létezésének, valamint teljes párosítások számának vizsgálatára.
11. hét	Minimális elemszámú domináló csúcshalmazok. TE: A hallgató képessé válik dominálási vizsgálatokra gráfokban.
12. hét	Erősen reguláris gráfok. Metszési szám. TE: A hallgató képessé válik gráfok erős regularitásának megvizsgálására, valamint a metszési

	szám meghatározására.
13. hét	Topologikus sorrend irányított gráfokban. Turnamentek. TE: A hallgató képessé válik irányított körmentes gráfokban topologikus sorrend keresésére, valamint adott fokszámokkal rendelkező turnamentek létezésének vizsgálatára.
14. hét	2. zárthelyi dolgozat TE:

A tantárgy neve:	magyarul:	**Véges testek és alkalmazásaik**							Kódja:	**TTMMG0105**	
	angolul:	**Finite fields and their applications**									
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**									
Kötelező előtanulmány neve:		-							Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató		neve:			**Dr. Bérczes Attila**				beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a véges testek témakörének alapvető fogalmait, legfontosabb eredményeit, továbbá megértsék az azok közötti kapcsolatokat, valamint a megszerzett ismereteiket a gyakorlatban is alkalmazzák.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a véges testek struktúráját és automorfizmusait. Jártas a véges testekben való számolások terén, és a véges test feletti polinomok, továbbá a hibajavító kódok elméletében. Összefüggéseiben ismer módszereket polinomok faktorizációjára.

Képesség:

Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a végestestek testek absztrakt fogalmait gyakorlati jellegű problémák megoldása során. Képes az elsajátított algoritmusok alkalmazására polinomok faktorizációja során.

Attitűd:

Törekszik a véges testek problémaköréhez tartozó ismeretek közötti mélyebb összefüggések meglátására és feltárására, továbbá az aktuális eredmények megismerésére. Nyitott a megszerzett tudásanyag széleskörben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Reálisan ítéli meg a véges testek területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát a gyakorlatban. Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldásához szükséges módszerket.

A kurzus tartalma, témakörei

Véges testek struktúrája és automorfizmusai. Véges test feletti polinomok: körosztási és irreducibilis polinomok. Wedderburn tétele. Polinomok rendje, primitív polinomok. Polinomok felbontása véges testek felett. Berlekamp-algoritmus, Zassenhaus javítása. Véletlen algoritmusok polinom gyökeinek meghatározására véges testekben. A véges testek alkalmazásai a hibajavító kódok elméletében, a kombinatorikában és a kriptográfiában.

Structure and automorphisms of finite fields. Polynomials over finite fields: cyclotomic and irreducible polynomials. Wedderburn's theorem. Order of polynomials, primitive polynomials. Factorizations of polynomials over finite fields. Berlekamp's algorithm, Zassenhaus's extension. Random algorithms to find roots of a polynomial over finite fields. Applications of finite fields in the theory of error correcting codes, combinatorics, and cryptography.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok elméleti hátterének frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

R. Lidl, H. Niederreiter: Introduction to finite fields and their applications, 1994, Cambridge University Press.
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, 2007, Typotex.
Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, Polygon, 2005.

Heti bontott tematika	
1. hét	Algebrai alapfogalmak, csoportok, gyűrűk, polinomok, test multiplikatív csoportjának véges részcsoportja ciklikus. Polinomgyűrűk. TE: A hallgató felidézi a csoportelmélet és polinomgyűrűk véges testekhez kapcsolódó legfontosabb releváns fogalmait.
2. hét	Véges nullosztómentes gyűrűk, karakterisztika, prímtest. Ideál, faktorgyűrű, euklideszi gyűrű. Főideálgyűrű faktora mikor test. TE: A hallgató felidézi a gyűrűelmélet véges testekhez kapcsolódó legfontosabb releváns fogalmait.
3. hét	Testbővítések, algebrai elem, minimálpolinom, tulajdonságai. TE: A hallgató felidézi a testelmélet véges testekhez kapcsolódó legfontosabb releváns fogalmait.
4. hét	Testbővítések konstrukciója faktorgyűrűként, felbontási test. Véges testek szerkezete: elemszám, multiplikatív csoport, konstrukció, résztestek. TE: A hallgató megismeri a véges testek szerkezetét, képessé válik véges testekben számolni.
5. hét	Véges testek bővítése, közbülső testek, F_q feletti n-edfokú irreducibilis polinom létezése és felbontási teste. Az x^(q^n)-x polinom felbontása F_q feletti irreducibilis polinomok szorzatára. Irreducibilis polinomok gyökei, F_q-t fixáló automorfizmusai F_(q^n)-nek. TE: A hallgató elmélyíti a képességét véges testekben való számolások terén.
6. hét	Egységgyökök, körosztási polinomok. TE: A hallgató képessé válik véges testekben egyéggyökökkel és körosztási polinomokkal műveleteket végezni.
7. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgató teljesítménye felmérésre kerül.
8. hét	Polinomok rendje, x^n-1 és x^m-1 kitüntetett közös osztója. TE: A hallgató képessé válik polinomok rendjét kiszámolni.
9. hét	Primitív polinomok, ekvivalens jellemzéseik. TE: A hallgató képessé válik primitív polinomokkal számolni.
10. hét	Véges testek elemeinek reprezentációi, irreducibilis és primitív polinomok keresése. TE: A hallgató képessé válik véges testeket különböző módokon reprezentálni, primítív és irreducibilis polinomokat hatékonyan keresni.
11. hét	Polinomok többszörös irreducibilis tényezőinek a keresése. Polinomok faktorizációja, Berlekamp algoritmusa. TE: A hallgató képessé válik véges testek feletti polinomokat irreducibilis tényezőkre bontani.
12. hét	Zassenhaus javítása Berlekamp algoritmusának. TE: A hallgató elmélyíti képességét véges testek feletti polinomok irreducibilis tényezőkre bontása iránt.
13. hét	Polinom gyökeinek keresése prímtestben, valamint alacsony karakterisztikájú testben. Norma.

	TE: A hallgató képes lesz véges testek feletti polinomok gyökeinek hatékony meghatározására.
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: A hallgató teljesítménye felmérésre kerül.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Matematikai algoritmusok**					Kódja:		**TTMMG0106**	
		angolul:		**Algorithms in mathematics**								
2017/2018/1												
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:				Gráfelmélet és alkalmazásai					Kódja:		TTMME0104	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor						
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**		**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves						
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Bérczes Attila**			beosztása:		**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

a hallgatók az alkalmazott matematikában fontos szerepet játszó algoritmusokkal ismerkedjenek meg, és elsajátítsák az ezek hátterében meghúzódó gondolkodásmódot.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematikai algoritmusok területének módszereit, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Ismeri a matematikai algoritmusok különböző diszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb összefüggéseket. Birtokában van a matematikai algoritmusok alkalmazott modelljeinek megalkotásához és szimulálásához szükséges számítástechnikai ismereteknek.

Képesség:

Képes a gyakorlati életben megfigyelhető jelenségek matematikai algoritmusok segítségével történő absztrakt szintű megragadására. Képes a gyakorlatban működő bonyolult rendszerek áttekintésére, matematikai igényű elemzésére és modellezésére, döntési folyamatok előkészítésére. Képes az informatika eszközeinek alkalmazásával a műszaki illetve gazdasági életben felmerülő számítási problémák megoldására.

Attitűd:

Törekszik arra, hogy matematikai algoritmusok segítségével megkülönböztesse szakterületének tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat. Nyitott és fogékony a matematikai algoritmusok területén elsajátított módszerek új kutatási területeken való alkalmazására, új eredmények elérésére.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, kritikusan és reálisan ítéli meg a matematikai algoritmusok területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait. Tisztában van a matematikai gondolkodás és precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Gráfok ábrázolási módjai, szélességi és mélységi keresés, minimális feszítőfák keresése: Kruskal és Prim algoritmus. A Bellman-Ford algoritmus. A Dijkstra algoritmus. A legrövidebb utak szerkezete: a Floyd-Warshall algoritmus. Irányított gráfok tranzitív lezártja, Johnson ritka gráfokon hatékony algoritmusa. Polinomok megadása: a diszkrét Fourier-transzformált és a gyors Fourier-transzformáció algoritmusa. Számelméleti algoritmusok: Euklideszi algoritmus, műveletek maradékosztályokkal, kínai maradék tétel. Gyorshatványozás. Prímtesztelés és prímfaktorizáció. Valószínűségi prímtesztek, Agrawal–Kayal–Saxena prímteszt. Pollard féle rho-faktorizáció.

Representing graphs, breadth-first search and depth-first search, finding minimal spanning trees: Kruskal's, Prim's and Boruvka's algorithms. The Bellman-Ford-algorithm. Dijkstra's algorihtm. Structure of shortest paths: Floyd-Warshall-algorithm. Transitive closure of directed graphs, Johnson's algorithm on sparse graphs. Representing polynomials: discrete and fast Fourier-transformation. Number theoretical algorithms: Euclidean algorithm, operations with residue classes, Chinese remainder theorem. Computing powers. Prime tests, factorizing integers. Random prime tests, Agrawal–Kayal–Saxena prime test. Pollard's rho-algorithm.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati és programozási feladatok megoldásához szükséges elméleti anyag frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati és programozási feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein: ÚJ ALGORITMUSOK, Scolar Kiadó Budapest, 2003.

Ajánlott szakirodalom:

Gács P., Lovász L.: Algoritmusok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

Rónyai L., Ivanyos G., Szabó R.: Algoritmusok, Typotex, Budapest, 1998.

Herbert S. Wilf: Algorithms and Complexity, electronic edition, 1994.

Heti bontott tematika

1. hét	Gráfok ábrázolása számítógépes programcsomagban, a szélességi keresés programozása. TE: A hallgató képes lesz gráfok számítógépes ábrázolására és leprogramozni a szélességi keresés algoritmusát.
2. hét	Program készítése mélységi keresés végrehajtására. TE: A hallgató képes lesz a mélységi keresést leprogramozni.
3. hét	A Kruskal algoritmus leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a Kruskal algoritmust leprogramozni
4. hét	A Prim algoritmus leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a Prim algoritmust leprogramozni
5. hét	A Bellmann-Ford algoritmus leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a Bellmann-Ford algoritmust leprogramozni
6. hét	A Dijkstra algoritmus leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a Dijkstra algoritmust leprogramozni
7. hét	A Floyd-Warshall algoritmus leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a Floyd-Warshall algoritmust leprogramozni
8. hét	A Johnson algoritmus leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a Johnson algoritmust leprogramozni
9. hét	Rendező hálózatok leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a rendező hálózatokat leprogramozni
10. hét	A gyors Fourier-transzformáció algoritmus leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a gyors Fourier-transzformáció algoritmust leprogramozni
11. hét	Az Euklideszi algoritmus és a gyorshatványozás leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz az Euklideszi algoritmust és a gyorshatványozást leprogramozni
12. hét	A Miller-Rabin teszt leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz a Miller-Rabin tesztet leprogramozni
13. hét	A Pollard féle rho-faktorizáció leprogramozása.

	TE: A hallgató képes lesz a Pollard féle rho-faktorizációt leprogramozni
14. hét	Az Agrawal–Kayal–Saxena-prímteszt leprogramozása. TE: A hallgató képes lesz az Agrawal–Kayal–Saxena prímtesztet leprogramozni

A tantárgy neve:		magyarul:		**Diszkrét optimalizálás**					Kódja:	**TTMMG0107**	
		angolul:		**Discrete Optimization**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Nyul Gábor**			beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a diszkrét optimalizálás elméletének alapjait, a témakör klasszikus problémáinak általános megoldó és közelítő módszereit, valamint a megszerzett ismereteiket a gyakorlatban is alkalmazzák.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a diszkrét optimalizálási problémák általános megoldó és közelítő módszereit. Összefüggéseiben is ismeri azokat az algoritmusokat, amelyek a témakör klasszikus problémáinak megoldásához szükségesek. Jártas a diszkrét optimalizálási problémák egészértékű lineáris programozási feladatként való kezelésében.

Képesség:

Magabiztosan alkalmazza a diszkrét optimalizálási problémák általános megoldó és közelítő módszereit a gyakorlatban. A problémamegoldás során képes az elsajátított gráfelméleti algoritmusok alkalmazására.

Attitűd:

Törekszik arra, hogy további diszkrét optimalizálással kapcsolatos problémákat ismerjen meg a hozzájuk kapcsolódó legújabb megoldási módszerekkel együtt. Nyitott és fogékony a tárgy keretében szerzett ismereteinek új kutatási területeken történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Megszerzett tudásának birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazható módszereket. Tisztában van az algoritmikus gondolkodás fontosságával, továbbá reálisan ítéli meg a tárgy kapcsán megszerzett tudásának mértékét, illetve alkalmazhatóságát gyakorlati jellegű problémák esetén.

A kurzus tartalma, témakörei

Diszkrét optimalizálási problémák elméleti háttere. Teljesen unimoduláris mátrixok, egészértékű lineáris programozás, Hoffman-Kruskal-tétel. Hozzárendelési probléma, kvadratikus hozzárendelési probléma, halmazlefedési probléma, kínai postás probléma, utazó ügynök probléma, Steiner-fa probléma, ládapakolási probléma. Maximális folyam−minimális vágás probléma, Ford-Fulkerson-tétel, Edmonds-Karp-tétel. Mohó algoritmus leszálló halmazrendszerekre, matroidok.

Theoretical background of discrete optimization problems. Totally unimodular matrices, integer linear programming, Hoffman-Kruskal theorem. Assignment problem, quadratic assignment problem, set covering problem, Chinese postman problem, travelling salesman problem, Steiner-tree problem, bin packing problem. Max flow−min cut problem, Ford-Fulkerson theorem, Edmonds-Karp theorem. Greedy algorithm for downward closed family of sets, matroids.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok elméleti hátterének frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

–

Ajánlott szakirodalom:

Imreh Balázs, Imreh Csanád: Kombinatorikus optimalizálás, Novadat, 2005.
Bernhard Korte, Jens Vygen: Combinatorial Optimization, Springer-Verlag, 2006.
Dieter Jungnickel: Graphs, Networks and Algorithms, Springer-Verlag, 2008.
Vijay V. Vazirani: Approximation Algorithms, Springer-Verlag, 2001.

Heti bontott tematika

1. hét	Alapvető gráfelméleti algoritmusok. TE: A hallgató megismeri/feleleveníti a félév során szükséges alapvető gráfelméleti algoritmusokat Euler-vonal, legrövidebb utak, minimális feszítőfa keresésére.
2. hét	PERT-módszer, kritikus utak. TE: A hallgató képessé válik a PERT-módszer segítségével meghatározni kritikus utakat és kritikus részfeladatokat.
3. hét	Teljesen unimoduláris mátrixok. TE: A hallgató képessé válik teljesen unimoduláris mátrixok vizsgálatára.
4. hét	Lineáris programozás. Rendezési tétel. TE: A hallgató megismeri/feleleveníti lineáris programozási feladatokkal kapcsolatos vizsgálatok alapjait, továbbá a rendezési tételt és alkalmazásait.
5. hét	Hozzárendelési probléma. TE: A hallgató képessé válik a hozzárendelési probléma megoldására a magyar módszer segítségével.
6. hét	Halmazlefedési probléma. TE: A hallgató képessé válik a halmazlefedési probléma közelítő megoldására a Chvátal-módszer segítségével.
7. hét	1. zárthelyi dolgozat TE:
8. hét	Kínai postás probléma. TE: A hallgató képessé válik a kínai postás probléma megoldására.
9. hét	Utazó ügynök probléma. TE: A hallgató képessé válik az utazó ügynök probléma metrikus változatának közelítő megoldására, többek között a Christofides-módszerrel.
10. hét	Steiner-fa probléma. Ládapakolási probléma. TE: A hallgató képessé válik a Steiner-fa probléma közelítő megoldására, továbbá a ládapakolási probléma közelítő megoldására az NF, FF és FFD módszerekkel.
11. hét	Hálózatok és folyamok. TE: A hallgató képessé válik a hálózatok és folyamok témaköréhez tartozó alapvető feladatok megoldására.
12. hét	Maximális folyam−minimális vágás probléma, Ford-Fulkerson-módszer. TE: A hallgató képessé válik a maximális folyam−minimális vágás probléma megoldására a Ford-Fulkerson-módszer segítségével.

13. hét	Többtermelős, többfogyasztós hálózatok, hálózatok csúcskapacitással. TE: A hallgató képessé válik többtermelős, többfogyasztós, illetve csúcskapacitással rendelkező hálózatokban a maximális folyam probléma megoldására.
14. hét	2. zárthelyi dolgozat TE:

A tantárgy neve:	magyarul:	**Kombinatorika és alkalmazásai**					Kódja:	**TTMMG0108**	
	angolul:	**Combinatorics and Applications**							
2017/2018/1									
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:		-					Kódja:	–	
Típus		Heti óraszámok					Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor			
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti **0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves			
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Nyul Gábor**			beosztása:	**egyetemi adjunktus**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a formális hatványsorok elméletét, illetve az olyan alapvető jelentőséggel bíró leszámláló kombinatorikai fogalmakat, mint a Stirling-, Bell-, Lah-, Fubini-, Euler- és Catalan-számok. További cél, hogy jártasságot szerezzenek halmazrendszerekkel kapcsolatos extremális kérdésekben, továbbá a blokkrendszerek elméletében és alkalmazásában.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a formális hatványsorok elméletét, továbbá a generátorfüggvények módszerének alkalmazását például lineáris rekurzív sorozatok megoldására. Összefüggéseiben is ismeri a leszámláló kombinatorikában alapvető jelentőséggel bíró Stirling- és Bell-számokat, illetve ezek különböző variánsait. Jártas a halmazrendszerekkel kapcsolatos extremális kérdésekben, továbbá a blokkrendszerek elméletében és alkalmazásában.

Képesség:

Az elsajátított tudás birtokában képes műveletek elvégzésére formális hatványsorokkal, továbbá rekurzív sorozatok megoldására. Magabiztosan alkalmazza a leszámláló kombinatorika klasszikus módszereit, a matematika különböző ágaiból tanultakat extremális halmazrendszerekkel és blokkrendszerekkel kapcsolatos problémák megoldása során.

Attitűd:

Törekszik a leszámláló kombinatorika és halmazrendszerek problémaköréhez tartozó ismeretek közötti mélyebb összefüggések meglátására és feltárására, továbbá a legújabb eredmények megismerésére. Nyitott a megszerzett tudásanyag széleskörben történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Reálisan ítéli meg a kombinatorika területén megszerzett tudásának mértékét, az elsajátított módszerek alkalmazhatóságát a gyakorlatban. Tisztában van a kombinatorikus gondolkodásmód fontosságával. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes problémák során alkalmazható módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

Formális hatványsorok, sorozatok generátorfüggvénye és exponenciális generátorfüggvénye. Permutációkkal és osztályozásokkal kapcsolatos leszámlálási problémák (Stirling-számok, Bell-számok és változataik, Euler-számok, szubfaktoriálisok). Catalan-számok. Halmazrendszerekkel kapcsolatos extremális kérdések, Sperner-rendszerek, metsző rendszerek. Blokkrendszerek, Steiner-rendszerek, szimmetrikus és feloldható blokkrendszerek. Véges projektív és véges affin síkok, ortogonális latin négyzetek, Hadamard-mátrixok.

Formal power series, generating functions and exponential generating functions of sequences. Enumeration problems connected to permutations and partitions (Stirling numbers, Bell numbers and variations, Eulerian numbers, subfactorials). Catalan numbers. Extremal set theory, Sperner systems, intersecting systems. Block designs, Steiner systems, symmetric and resolvable block designs. Finite projective and affine planes, orthogonal latin squares, Hadamard matrices.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok elméleti hátterének frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

–

Ajánlott szakirodalom:

Hajnal Péter: Összeszámlálási problémák, Polygon, 1997.

Hajnal Péter: Halmazrendszerek, Polygon, 2002.

Ronald L. Graham, Donald E. Knuth, Oren Patashnik: Konkrét matematika, Műszaki Könyvkiadó, 1998.

Martin Aigner: A Course in Enumeration, Springer-Verlag, 2007.

Stasys Jukna: Extremal Combinatorics, Springer-Verlag, 2011.

Douglas R. Stinson: Combinatorial Designs, Springer-Verlag, 2004.

Heti bontott tematika

1. hét	Rekurzív sorozatok és teljes indukció. TE: A hallgató képessé válik egyszerűbb rekurzív sorozatok teljes indukció segítségével történő vizsgálatára.
2. hét	Lineáris rekurzív sorozatok. TE: A hallgató képessé válik lineáris rekurzív sorozatok zárt alakjának meghatározására, valamint zárt alakból lineáris rekurzió felállítására.
3. hét	Műveletek formális hatványsorokkal. TE: A hallgató képessé válik formális hatványsorok szorzására, osztására, gyökvonásra.
4. hét	Mértani és binomiális sor. TE: A hallgató képessé válik a mértani és a binomiális sor alkalmazására formális hatványsorok körében.
5. hét	Rekurzív sorozatok generátorfüggvénye. TE: A hallgató képessé válik rekurzív sorozatok megoldására a generátorfüggvény segítségével.
6. hét	Rekurzív sorozatok exponenciális generátorfüggvénye. TE: A hallgató képessé válik rekurzív sorozatok megoldására az exponenciális generátorfüggvény segítségével.
7. hét	1. zárthelyi dolgozat. TE:
8. hét	Leszámláló kombinatorikai számok. TE: A hallgató képessé válik a megismert nevezetes leszámláló kombinatorikai számok definíció és rekurzió alapján történő meghatározására.
9. hét	Leszámláló kombinatorikai számok. TE: A hallgató képessé válik a megismert nevezetes leszámláló kombinatorikai számok definíció és rekurzió alapján történő meghatározására.
10. hét	Blokkrendszerek, Steiner-rendszerek, Steiner-kvázicsoportok.

	TE: A hallgató képessé válik blokkrendszerek létezésének vizsgálatára az oszthatósági feltételek és Fisher-egyenlőtlenség segítségével, továbbá Steiner-rendszerek konstrukciójára.
11. hét	Szimmetrikus blokkrendszerek. TE: A hallgató képessé válik blokkrendszerek létezésének vizsgálatára a Bruck-Ryser-Chowla-tétel alkalmazásával.
12. hét	Véges projektív és véges affin síkok. TE: A hallgató képessé válik véges projektív és véges affin síkok konstrukciójára.
13. hét	Latin négyzetek, ortogonális latin négyzetek, Hadamard-mátrixok. TE: A hallgató képessé válik ortogonális latin négyzetek és Hadamard-mátrixok, azokból blokkrendszerek konstrukciójára.
14. hét	2. zárthelyi dolgozat. TE:

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Algebrai kódelmélet</td><td colspan="2" rowspan="2">Kódja:</td><td colspan="2" rowspan="2">TTMMG0111</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Algebraic coding theory</td></tr>
<tr><td colspan="11">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="9">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">Véges testek és alkalmazásaik</td><td colspan="2">Kódja:</td><td colspan="2">TTMME0105</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="4">Dr. Pink István</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék az algebrai kódelmélet alapfogalmait, a legfontosabb lineáris, blokk és ciklikus kódokat, ezek tulajdonságait és alkalmazásait, valamint hogy jártasságot szerezzenek a kódolásban és dekódolásban.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a hibajavító kódolás alapjait, összefüggéseiben ismeri a legfontosabb lineáris és ciklikus kódokat. Jártas a kódolással és dekódolással kapcsolatos módszerekben, ismeri a kódok aszimptotikájával kapcsolatos fogalmakat. Ismeri a leghatékonyabb kódolások tulajdonságait és használatát.

Képesség:

Képes az algebrai kódolás területén megszerzett ismereteit gyakorlati problémák megoldására alkalmazni. Magabiztosan használja a legfontosabb kódokat, például az Hadamard, BCH, Reed-Solomon kódolást. Képes különböző testek feletti kódok összehasonlítására. Képes becsléseket adni kódok méretére, súlyszámláló polinomok kiszámítására.

Attitűd:

Törekszik az algebrai kódelmélet módszereinek megismerésére és elsajátítására. Törekszik a kódelmélet fogalmai közötti mélyebb összefüggések meglátására. Nyitott az elsajátított ismeretek gyakorlatban történő alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen és reálisan ítéli meg a kódelmélet területén megszerzett tudásának mértékét, módszereinek alkalmazhatóságát és korlátait. Magas szintű ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Hibajavító kódolás alapjai, lineáris kódok, blokk kódok, ciklikus kódok, példák: Hamming kód, Hadamard kód, Golay kód, BCH kód, Reed-Solomon kód. Kódolás és dekódolás, aszimptotikák. Becslések kód méretére. Entrópia, Shannon-kapacitás. Önduális kód, Reed-Muller kód, Goppa kód, tökéletes kódok. Konvolúciós kódok, kvadratikus maradék kódok. Gyakorlati alkalmazások, a CD kódolása és dekódolása.

Introduction to error correcting codes, linear codes, block codes, cyclic codes, examples: Hamming-code, Hadamard-code, Golay-code, BCH-code, Reed-Solomon-code. Coding and decoding, asymptotics. Bounds on the size of codes. Enthropy, Shannon-capacity. Self-dual codes, Reed-Muller-codes, Goppa-codes, perfect codes. Convolution codes, quadratic residue codes. Practical applications, coding and decoding of the CD.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok elméleti hátterének frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi zárthelyi dolgozatok alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Györfi L., Győri S., Vajda I., Információ- és kódelmélet, Typotex, 2010.
G. Birkhoff, T. C. Bartee, Modern algebra a számítógéptudományban, Műszaki, 1974.
J. H. van Lindt, Introduction to Coding Theory, Springer, GTM, 1982.
E. R. Berlekamp: Algebraic Coding Theory, Aegean Park Press, 1984.

Heti bontott tematika

1. hét	Kódolás, dekódolás, blokk-kódok, Hamming-kód, korlátok. TE: A hallgató megismeri a hibajavító kódolás alapjait.
2. hét	Tökéletes kód. Hadamard mátrixok, Hadamard kód. TE: A hallgató képessé válik a Hadamard kód használatára.
3. hét	Lineáris kódok, bináris Golay-kód. TE: A hallgató képessé válik a Golay-kód használatára.
4. hét	Ciklikus kódok. TE: A hallgató képessé válik a ciklikus kódok használatára.
5. hét	BCH kód, minimális távolság, aszimptotika, dekódolás. TE: A hallgató képessé válik a BCH kódolás használatára.
6. hét	Reed-Solomon kód, minimálos távolság, dekódolás, aszimptotika. A CD kódolása, Peterson-Gorenstein-Zierler dekódoló algoritmusa. TE: A hallgató képessé válik a Reed-Solomon kódolás használatára.
7. hét	Zárthelyi dolgozatra felkészülés. TE: A hallgató képessé válik súlyszámláló polinomok kiszámolására.
8. hét	Adott hossz és minimális távolság esetén becslések a kód méretére: Hamming, Singleton, Plotkin, Griesmer, Varsamov-Gilbert, Justesen, Elias, McElice tételei. TE: A hallgató képessé válik becsléseket adni kódok méretére.
9. hét	Entrópia, Shannon-kapacitás. Súlyszámláló polinom, MacWilliams tétele duális kód súly-számláló polinomjára. TE: A hallgató képessé válik entrópia és súlyszámláló polinomok kiszámolására.
10. hét	Önduális kódok, Gleason két tétele a súlyszámláló polinomról. Delsartz tétele F_(q^m) és F_q feletti kódok kapcsolatáról. TE: A hallgató képessé válik különböző testek feletti kódok összehasonlítására.
11. hét	Reed-Muller kódok, példák. Goppa kód, aszimptotika. TE: A hallgató képessé válik a Reed-Muller és Goppa kódok használatára.
12. hét	Tökéletes kódok, példák, Tietavainen tétele. TE: A hallgató elsajátítja a leghatékonyabb kódolások tulajdonságait.
13. hét	Konvolúciós kódok, kvadratikus maradék kódok. TE: A hallgató képessé válik konvolúciós kódok használatára.
14. hét	Zárthelyi dolgozatra felkészülés.

	TE: A hallgató képessé válik súlyszámláló polinomok kiszámolására.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="6">Fejezetek az algebrából</td><td colspan="2" rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMMG0116</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="6">Topics in algebra</td></tr>
<tr><td colspan="11">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="9">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="6">-</td><td colspan="2">Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="4">Dr. Pongrácz András</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

addigi ismereteikre támaszkodva megfelelő oktatói témavezetés mellett tovább bővítsék az algebra különféle területein megszerzett tudásukat gyakorlati problémák megoldása és tudományos publikációk feldolgozása révén.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Összefüggéseiben és rendszerszinten ismeri meg a modern algebra néhány területének központi fogalmait és az arra vonatkozó eredményeket önállóan, illetve oktató témavezetésével történő tudományos publikáció feldolgozás keretében. Megismeri és alkotó, értő módon alkalmazza a bizonyításokból elsajátított gondolatmeneteket, konstrukciókat és eszközöket.

Képesség:

Képes a feldolgozott tudományos anyagokból elsajátított bizonyítások módszereinek, gondolatainak magabiztos és alkotó módon történő alkalmazására elméleti és gyakorlati kutatási problémák során. Képes megszerzett ismereteit az algebra egyes területein kutatási munkában hasznosítani.

Attitűd:

Igénye van algebrai ismereteinek bővítésére, különös tekintettel az általános egyetemi tananyagon túlmutató tudás megszerzésére. Törekszik az algebra modern területein kutatási tevékenység folytatására, de legalábbis az aktuális problémák és jelentőségük megértésére.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli és határolja be az tanult ismeretek alkalmazhatóságát és annak korlátait, továbbá ezek szerepét és jelentőségét a modern algebrai kutatásokban. Magas szintű tudása birtokában önállóan képes eldönteni, hogy azok hasznosíthatók-e saját kutatásai, továbbá a modern algebra elméleti és gyakorlati problémáiban.

A kurzus tartalma, témakörei

Cikkek és feladatok formájában különböző algebrai területek önálló feldolgozása.

Covering different algebraic topics by solving exercises and reading through research papers.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Gyakorlati feladatok és tudományos publikációk oktatóval közös megoldása, illetve feldolgozása.

Értékelés

Félévközi órai munka alapján.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

D. J. S. Robinson: A Course in the Theory of Groups, Springer, New York, 1982.

J. D. Dixon, B. Mortimer: Permutation Groups, Springer, New York, 1996.

M. F. Atiyah, I. G. MacDonald: Introduction to Commutative Algebra, Addison-Wesley, 1969.

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, Polygon, 2005.

Babai László, Frankl Péter: Linear Algebra Methods in Combinatorics With Applications to Geometry and Computer Science, 1992.

Heti bontott tematika	
1. hét	Permutációcsoportok. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a permutációcsoportok témakörében.
2. hét	Feloldható- és nilpotens csoportok. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a feloldható- és nilpotens csoportok témakörében.
3. hét	Normál komplementumok. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a normál komplementumok témakörében.
4. hét	Egyszerű csoportok. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani az egyszerű csoportok témakörében.
5. hét	Abel-csoportok. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani az Abel-csoportok témakörében.
6. hét	Végtelen csoportok. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a végtelen csoportok témakörében.
7. hét	Csoportelmélet alkalmazásai a matematika egyéb területein. TE: A hallgató megtanulja alkalmazni a csoportelméletet a matematika egyéb területein.
8. hét	Lineáris algebra, mátrixgyűrűk. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a lineáris algebra és a mátrixgyűrűk témaköreiben.
9. hét	Kommutatív gyűrűk. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a kommutatív gyűrűk témakörében.
10. hét	Nemkommutatív gyűrűk. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a nemkommutatív gyűrűk témakörében.
11. hét	Polinomgyűrűk. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a polinomgyűrűk témakörében.
12. hét	Körosztási polinomok. TE: A hallgató megtanul feladatokat megoldani a körosztási polinomok témakörében.
13. hét	Véges és végtelen testek, rendezhetőség. TE: A hallgató megtanul testek rendezhetőségével kapcsolatos feladatokat megoldani.
14. hét	Gyűrű- és testelmélet alkalmazásai a matematika egyéb területein. TE: A hallgató megtanulja alkalmazni a gyűrű- és testelméletet a matematika egyéb területein.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Effektív módszerek a diofantikus egyenletek elméletében</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td colspan="2" rowspan="2">TTMMG0120</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Effective methods in the theory of Diophantine equations</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="8">DE TTK Matematikai Intézet, Algebra és Számelmélet Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">Algebrai számelmélet</td><td>Kódja:</td><td colspan="2">TTMME0102</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="4">Dr. Pink István</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

Az előadáson elhangzott effektív elméleti tételeket és módszereket alkalmazni tudják egy-egy konkrétan megadott diofantikus egyenlet kapcsán, elérve ezzel az adott egyenlet teljes megoldáshalmazának explicit módon történő leírását.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

Ismeri a Baker-módszert, annak alkalmazását diofantikus egyenletek megoldására. Jártas a rekurzív sorozatokkal kapcsolatos feladatok megoldásában. Ismeri bizonyos Thue- és Pell-egyenletek teljes megoldásának módszerét.

Képesség:

Képes az elsajátított módszerek és tételek alkalmazására. Magabiztosan és értő módon alkalmazza a Baker-módszert a diofantikus egyenletek megoldásában és az S-egységekkel kapcsolatos feladatokban is. Képes a prímszámokkal kapcsolatos ismereteit a gyakorlatban is alkalmazni.

Attitűd:

Törekszik a diofantikus egyenletek elméletének megismerésére, az újabb módszerek elsajátítására és azok gyakorlatban történő alkalmazására. Nyitott és fogékony a megszerzett ismereteinek a legkülönfélébb egyenletek megoldásában való alkalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen és reálisan ítéli meg a diofantikus egyenletekkel kapcsolatos megszerzett ismereteit, azok alkalmazhatóságát és korlátait. Magas szintű tudása birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldására alkalmazható módszereket.

A kurzus tartalma, témakörei

A Baker-módszer alkalmazása diofantikus egyenletek széles osztályainak explicit megoldására. Bizonyos egész értékű számsorozatokban előforduló primitív prímosztók alkalmazása diofantikus egyenletek explicit megoldására. Irracionális számok effektív irracionalitási mértékének alkalmazása bizonyos diofantikus egyenletek explicit megoldására.

Applying Baker's method to explicitly solve a wide class of diophantine equations. Explicit solutions of diophantine equations by prime divisors of appropriate integer valued series. Explicit solutions of diophantine equations by the irrationality measure of irrational numbers.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

A gyakorlati feladatok elméleti hátterének frontális munkával történő összefoglalása. A gyakorlati feladatok önálló, illetve oktatóval közös megoldása.

Értékelés

Félévközi beadandók alapján.

Kötelező olvasmány:

J.-H. Evertse, K. Győry: Unit Equations in Diophantine Number Theory, Cambridge University Press, 2015.

Ajánlott szakirodalom:

N. P. Smart, The Algorithmic Resolution of Diophantine Equations, London Math. Soc., Student Texts 41, Cambridge University Press, 1998.

II. Gaál, Diophantine equations and power integral bases, Boston, Birkäuser, 2002.

Heti bontott tematika

1. hét	Adjunk effektív alsó becslést a Baker-módszer alkalmazásával a $\lvert 2^m-3^n\rvert$ külünbségre, valamint ennek felhasználásával adjuk meg a $\lvert 2^m-3^n\rvert<=20$ diofantikus egyenlet összes (m,n) pozitív egész megoldását. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlet megoldására.
2. hét	Adjunk alsó becslést a Baker-módszer alkalmazásával két adott egymást követő egész S-egység távolságára. TE: a hallgató képessé válik a fenti feladat megoldására.
3. hét	Mutassuk meg, hogy $P(n(n+1)) > C(n)*\log(\log(n))$, $(n>=1)$, ahol $P(n(n+1))$ jelöli az $n(n+1)$ szorzat legnagyobb prímosztóját és $C(n)$ csak az n-től függő effektív konstans. TE: a hallgató képessé válik a fenti feladat megoldására.
4. hét	Egy domináns gyökkel rendelkező k-ad rendű rekurzió legnagyobb prímosztójára fennáll, hogy: $P(u_n)> C(u_n)*\log(n)$. TE: a hallgató képessé válik a fenti feladat megoldására.
5. hét	Egy domináns gyökkel rendelkező k-ad rendű rekurzió teljes hatvány értékei: az $u_n=y^p$ egyenlet esetén $p < C$. TE: a hallgató képessé válik a fenti feladat megoldására.
6. hét	Adja meg az $u_1+u_2=210$ S-egységegyenlet teljes megoldását, ahol $S=\{2,3,5,7\}$ és u_1 valamint u_2 S-egységek. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlet megoldására.
7. hét	Legyen C a $\{-2,-1,1,2\}$ halmaz egy eleme. Adjunk explicit felső korlátot az $x^2+C=y^p$ egyenletben p-re. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlet megoldására.
8. hét	Mutassuk meg, hogy az egyetlen olyan t pozitív egész, amelyre $\{1,3,8,t\}$ Diofantikus-négyest alkot éppen a $t=120$. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlet megoldására.
9. hét	Mutassuk meg, hogy adott $a>=2$ és páratlan p prím esetén az $x^2+a^2=2y^p$ egyenletben $p<10^7*\log(a)$. TE: a hallgató képessé válik a fenti feladat megoldására.
10. hét	Mutassuk meg, hogy az $x^2+1=y^p$ egyenletben $p<3213$. TE: a hallgató képessé válik a fenti feladat megoldására.

11. hét	Adjuk meg az x^2+5^m=y^p összes olyan (x,m,y,p) megoldását, ahol lnko(x,y)=1 és x>= 1, m>=0, y>=2, p>=3 prím. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlet megoldására.
12. hét	Oldjuk meg teljesen az x^3-2y^3=-1 Thue egyenletet. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlet megoldására.
13. hét	Oldjuk meg teljesen az x^2-2y^2=1, z^2-3y^2=1 szimultán Pell-egyenletet. TE: a hallgató képessé válik a fenti tételek elsajátítására.
14. hét	Adjuk meg az n!=2^a-2^b diofantikus egyenlet összes (a,b,n) nemnegatív egész megoldását. TE: a hallgató képessé válik a fenti diofantikus egyenlet megoldására.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Bevezetés a modern analízisbe**					Kódja:	**TTMMG0201**	
		angolul:		**Introduction to modern analysis**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok							Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	N	Heti	0	Heti	2	Heti	0		Gyakorlati jegy	2	magyar
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Gát György**			beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék és elsajátítsák a funkcionálanalízis bevezető elemeit, az előadáson elhangzott definíciók, tételek és bizonyítási módszerek példákon és alkalmazásokon keresztül történő elmélyítése útján. Legyenek képesek a témához kapcsolódó feladatok megoldására és funkcionálanalízis tanulmányaikat folytatni az M.Sc. képzésben.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten ismeri a matematika tudományának módszereit a funkcionálanalízis területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a funkcionálanalízis területén.
T3: Jártas a klasszikus analízis, klasszikus és lineáris algebra, geometria közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

K1: Képes a funkcionálanalízis területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a funkcionálanalízis fogalmait.
K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére a funkcionálanalízis segítségével.
K4: Képes a funkcionálanalízisben megkülönböztetni a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
K10: Képes a funkcionálanalízis alkalmazására a természettudományok, különösen a fizikában felvetett problémákban.

Attitűd:

A1: Törekszik a funkcionálanalízis új eredményeinek megismerésére.
A2: Törekszik a funkcionálanalízis eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a funkcionálanalízis a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a funkcionálanalízis eszközeivel megalapozott értékelésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a funkcionálanalízisben szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a funkcionálanalízis területén megszerzett tudásának mértékét.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Metrikus terek, kompakt halmazok, szeparabilitás, Baire kategória tétele és következményei, Hahn--Banach tétel és következményei, normált tér, Banach tér, Schauder bázis, L(X,Y) és B(X,Y) terek, nyílt leképezések tétele és következményei, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele, Banach–Steinhaus tételek.

Metric spaces, compact sets, separability, Baire category theorem and its consequences, Hahn–Banach theorem and its consequences, normed space, Banach space, Schauder basis, the spaces L(X,Y) and B(X,Y), open mapping theorem and its consequences, closed graph theorem, principle of uniform boundedness, Banach–Steinhaus theorems.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Interaktív gyakorlati órák formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve és zárthelyi dolgozatok formájában számon kérve. A tanulást és számonkérést segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével kívánjuk megkönnyíteni.

Értékelés:

Zárthelyi dolgozat formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Járai A.: *Modern alkalmazott analízis*, Typotex Könyvkiadó, 2007.
2. A. A. Kirillov, A. D. Gvisiani: *Feladatok a funkcionálanalízis köréből*, Tankönyvkiadó, 1985.
3. A. N. Kolmogorov, Sz. V. Fomin: *A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei*, Műszaki Könyvkiadó, 1981.
4. Losonczi L.: *Funkcionálanalízis* I, Tankönyvkiadó, 1982.
5. Riesz F., Szőkefalvi-Nagy B: *Funkcionálanalízis*, Tankönyvkiadó, 1988.

Heti bontott tematika	
1. hét	Példák metrikus terekre. Topológiai fogalmak (belső pont, külső pont, határpont, érintkezési pont, torlódási és izolált pont, nyíltság, zártság) metrikus és normált terekben. TE: A hallgató átismétli és tovább mélyíti a metrikus terek topológiai fogalmaihoz kapcsolódó tudását.
2. hét	Konvergencia metrikus terekben. Konvergencia jellemzése és vizsgálata különféle speciális metrikus. Cauchy sorozatok és a teljesség kérdése. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit a konvergenciafogalom kapcsán. Képes a valós analízis vonatkozó elemeit ezzel szerves egységbe hozni és szintetizálni.
3. hét	Szekvenciális kompaktság vizsgálata néhány példán keresztül. Kompakt halmazok speciális metrikus terekben. TE:A hallgató tovább mélyít a kompaktság fogalmát a vizsgálat példákon keresztül.
4. hét	Baire kategória tétele és az ahhoz kapcsolódó fogalmak. Példák mindenütt sűrű és seholsem sűrű halmazokra különféle metrikus terekben. A szeparabilitás vizsgálata példákon keresztül. TE: A hallgató képessé válik a kapcsolódó fogalmak önálló vizsgálatára.
5. hét	Adott valós értékű folytonos függvény Bernstein-féle polinomjainak számolása. Kompakt halmazon értelmezett folytonos függvények terének szeparabilitása. TE: A hallgató feladatokon keresztül kellő számolási készségre tesz szert. Megérti a korábban tanult módszerek fontosságát, képes azokat kellő jártassággal alkalmazni.
6. hét	Példák szeminormákra, a Minkowski-funkcionál. TE: A hallgató megérti a normák és szeminormák közti hasonlóságot és különbséget. Képes a tulajdonságait a kapcsolódó feladatokban ellenőrizni.
7. hét	Első zárthelyi dolgozat. TE:
8. hét	Példák véges és végtelen dimenziós normált terekre, konvergencia jellemzése és vizsgálata különféle normált terekben. Konvergens és abszolút konvergens sorok. Példák Banach terekre. TE: A hallgató képes a konvergenciafogalmat normált terek összefüggésében önállóan értel-

	mezni. Tovább mélyíti a metrikus terek kapcsolódó fogalmainak megértését.
9. hét	Példák lineáris operátorokra és funkcionálokra véges és végtelen dimenziós normált terekben. Különféle mátrixnormák. Folytonos lineáris funkcionálok normájának meghatározása. TE: A hallgató képes lineáris operátorok és funkcionálok korlátosságának vizsgálatára. Megszerzett tudását hatékonyan alkalmazza mind véges, mind végtelen dimenziós példákban.
10. hét	A Neumann-sor és alkalmazásai inverz közelítésére véges, illetve végtelen dimenziós terek közötti korlátos lineáris leképezések esetén. TE: A hallgató képes fölmérni a Neumann-sor jelentőségét. Fölismerik és értik a mértani sorral való mély kapcsolatot.
11. hét	Szeparáló hipersík meghatározása euklideszi terekben és speciális normált terekben. TE: A hallgató kellő számolási készséget szerez a példák kapcsán. Képes a lineáris algebra eszközeit alkalmazni és újraértelmezni az adott véges vagy végtelen dimenziós helyzetre.
12. hét	Az euklideszi tér speciális normáinak összehasonlítása. Speciális normák és ezek összehasonlítása különféle végtelen dimenziós terekben. TE: A hallgató képes a normált terekről tanultakat példákra alkalmazni. Képes az euklideszi terek normáit összevetni, és képes függvényterek normáinak vizsgálatára.
13. hét	Banach tétele a korlátos inverzről, normaekvivalencia jellemzése Banach terekben egyoldali egyenlőtlenséggel. Véges dimenziós terek normáinak ekvivalenciája. TE: A hallgató példákon keresztül megismeri a nyílt leképezések tételét és alkalmazásait. Mélyebb összefüggéseiben látja ezek birtokában a normaekvivalencia témakörét.
14. hét	Második zárthelyi dolgozat. TE:

A tantárgy neve:	magyarul:	**Funkcionálanalízis**	Kódja:	**TTMMG0203**
	angolul:	**Functional analysis**		

2017/2018/1

Felelős oktatási egység:	**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**

Kötelező előtanulmány neve:	-	Kódja:	-

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="6">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td colspan="2">Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti</td><td>0</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
</table>

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Páles Zsolt**	beosztása:	**egyetemi tanár**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a Hilbert terek és a modern operátorelmélet egyes elemeivel a vonatkozó definíciók, tételek és bizonyítások tekintetében, azokat példákon és feladatokon keresztül elsajátítva.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten ismeri a matematika tudományának módszereit a funkcionálanalízis területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a funkcinálanalízis területén.
-T3: Jártas a klasszikus analízis, klasszikus és lineáris algebra, geometria közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

-K1: Képes a funkcinálanalízis területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a funkcinálanalízis fogalmakait.
-K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére a funkcinálanalízis segítségével.
-K4: Képes a funkcinálanalízisben megkülönböztetni a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-K10: Képes a funkcinálanalízis alkalmazására a természettudományok, különösen a fizikában felvetett problémákban.

Attitűd:

-A1: Törekszik a funkcinálanalízis új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a funkcinálanalízis eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a funkcinálanalízis a megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokait.
-A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tfunkcinálanalízis eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a funkcinálanalízisben szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a funkcinálanalízis területén megszerzett tudásának mértékét.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Hilbert tér, ortogonális felbontás tétele, Fourier sor, Bessel egyenlőtlenség, Gram-Schmidt eljárás, Riesz tétel, adjungált, önadjunált operátorok, Projekciók, kompakt operátorok Hilbert tereken, K(H) zártsága, kompakt operátorok spektruma, Fredholm alternatíva, kompakt önadjungált és normális operátorok spektráltétele, függvénykalkulus kompakt normális operátorokra, pozitív operátorok, Hilbert-Schmidt operátorok, nem korlátos operátorok Hilbert tereken.

Hilbert space, the orthogonal decomposition theorem, Fourier series, Bessel inequality, Gram–Schmidt orthogonalization process, Riesz theorem, adjoint and self-adjoint operators, projections, compact operators on Hilbert spaces, closedness of C(H), the spectrum of compact operators, Fredholm alternative, spectral theorem for compact self-adjoint and normal operators, functional calculus for compact normal operators, positive operators, Hilbert-

Schmidt operators, unbounded operators on Hilbert spaces.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi előadás formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve. Az oktató segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés

Írásbeli vagy szóbeli vizsga formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Járai A.: *Modern alkalmazott analízis*, Typotex Könyvkiadó, 2007.
2. J. B. Conway, *A course in functional analysis*, Springer, 1989.
3. N. J. Dunford, J. T. Schwartz, *Linear operators*, Interscience Publishers, 1957.
4. N. I. Akhiezer, I.M. Glazman, *Theory of linear operators in Hilbert space*, Dover Publications, 1993

Heti bontott tematika

1. hét	Belső szorzat ter, Hilbert tér, halmaz ortogonális komplementere. TE: A hallgató megismeri a belsőszorzat tereket, megérti azok lineáris algebrai és geometria vonatkozásait, képes a korábbi bevezető tárgyak anyagát mélyebb összefüggésekben látni. A kapcsolódó példákat képes önállóan feldolgozni.
2. hét	Ortogonális felbontás tétele, ortogonális sorok konvergenciája. TE: A hallgató megérti az euklideszi tereken túl mutató absztraktciót, képes a merőlegesség fogalmát a megismert tételek összefüggéseiben újraértelmezni. Képes a feladatokat megoldani, a számolási eljárásokat kellő jártassággal kezelni.
3. hét	Fourier sor, Bessel egyenlőtlenség, a teljesség és vele ekvivalens állítások. TE: A hallgató tovább mélyíti a metrikus és normált terek fogalmát, képes átlátni ezek kapcsolatát a belsőszorzat terekkel. Képes a feladatokat megoldani, a számolási eljárásokat kellő jártassággal kezelni.
4. hét	Példák ortonormált rendszerekre Hilbert terekben. TE: A hallgató a példák segítségével elmélyíti és megtanulja az ortonormált rendszerekhez kötődő alapvető eredményeket. A kapcsolódó példákat képes önállóan feldolgozni.
5. hét	Gram-Schmidt eljárás, Riesz tétel, adjungált operátorok. TE A hallgató megismeri a lineáris algebra korábban megismert fogalmainak és tételeinek absztraktabb változatát. Képes a szemléletmódot elsajátítani, azon kersztül a ,ár tanultakat mélyebb összefüggéseiben látni. Képes a feladatokat megoldani, a számolási eljárásokat kellő jártassággal kezelni.
6. hét	Projekciók. TE: A hallgató megismeri és megtanulja a projekciók alapvető tulajdonságait. Képes a feladatokat megoldani, a számolási eljárásokat kellő jártassággal kezelni.
7. hét	Zárthelyi dolgozat. TE:
8. hét	Konvergens operátorsorozat és kompakt operátor összetétele, véges rangú operátorok kapcsolata.

	TE: A hallgató megismeri a véges rangú operátorok alaptulajdonságait, ezeken keresztül megérti azok jelentőségét a kompakt operátorok elméletében. A kapcsolódó példákat képes önállóan feldolgozni.
9. hét	Kompakt operátorok spektruma. TE: A hallgató elsajátítja a fönt jelzett témakört, képes azt elemző módon összehasonlítani a mátrixelméletből ismert eredményekkel. Képes a feladatokat megoldani, a számolási eljárásokat kellő jártassággal kezelni.
10. hét	Fredholm alternatíva, kompakt önadjungált operátorok spektráltétele. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönt jelzett témakört, megérti kapcsolódási pontjait a lineáris algebrához. Képes a feladatokat megoldani, a számolási eljárásokat kellő jártassággal kezelni.
11. hét	Kompakt normális operátorok spektráltétele. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a fönt jelzett témakört, megérti kapcsolódási pontjait a lineáris algebrához. A kapcsolódó példákat képes önállóan feldolgozni.
12. hét	Függvénykalkulus kompakt normális operátorokra, pozitív operátorok. TE: A hallgató megismeri a függvénykalkulus elemeit, érti kapcsolatát a komplex elemi függvényekkel, átlátja kapcsolatát a differenciálegyenletek elméletével. A kapcsolódó példákat képes önállóan feldolgozni.
13. hét	Hilbert-Schmidt operátorok. TE: A hallgató megismeri a jelzett témakör alapfogalmait és eredményeit.
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE:

A tantárgy neve:		magyarul:		**Parciális differenciálegyenletek**				Kódja:		**TTMMG0204**
		angolul:		**Partial differential equations**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:		-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Fazekas Borbála**			beosztása:	**egyetemi tanársegéd**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék a fontosabb parciális differenciálegyenlet típusok megoldási módszereit és lássák azok alkalmazását néhány nevezetes fizikai probléma megoldásában.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a parciális differenciálegyenletek elméletének területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri a matematika eredményeit a parciális differenciálegyenletek elméletének területén.
T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

K1: Képes a parciális differenciálegyenletek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a parciális differenciálegyenletek absztrakt fogalmait.
K3: Képes a parciális differenciálegyenletek elméletében szereplő eredmények, összefüggések szintézisére, magas szintű értékelésére.
K4: Képes megkülönböztetni a megalapozott és alá nem támasztott állításokat a parciális differenciálegyenletek elméletében.
K7: Képes a parciális differenciálegyenletek elméletének jellemző problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik a parciális differenciálegyenletek elméletével kapcsolatos új eredmények megismerésére.
A2: Törekszik a parciális differenciálegyenletek elméletével kapcsolatos eredmények minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a parciális differenciálegyenletek elméletében a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, az összefüggések szintézisére és azok magas szintű, a parciális differenciálegyenletek eszközeivel megalapozott értékelésére.
A5: Nyitott és fogékony a parciális differenciálegyenletek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a parciális differenciálegyenletek megoldásának elsajátítása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a parciális differenciálegyenletek területén és általában a matematikában megszerzett tudásának mértékét.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Fizikai példák. Elsőrendű egyenletek: homogén lineáris egyenletek, kvázilineáris egyenletek, általános egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladatok. Magasabb rendű egyenletek, Cauchy–Kovalevszkaja-tétel. Egy-, kettő-, illetve háromdimenzós hullámegyenlet. Inhomogén hullámegyenlet. Poisson-egyenlet, Green-függvények, harmonikus függvények, maximum-elv. A Laplace- és a Poisson-egyenletre vonatkozó kezdetiérték-feladat. A hővezetési egyenlet. Szoboljev-terek, gyenge megoldások.

Examples in physics. First order equations: homogeneous linear equations, quasilinear equations and Cauchy problems for general equations. Higher order equations, the Cauchy–Kovalevskaya theorem. One, two and three dimensional wave equation. Inhomogeneous wave equation. Poisson equation, Green functions, harmonic functions, maximum principle. Initial value problem for the Laplace and Poisson equations. The heat conduction equation. Sobolev spaces, weak solutions.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Interaktív gyakorlati órák formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve és zárthelyi dolgozatok formájában számon kérve segédanyagok biztosítása, syllabus rendelkezésre bocsátása, szükség esetén személyes konzultáció lehetősége.

Értékelés:

Zárthelyi dolgozat formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László, Parciális differenciálegyenletek, Elte, TypoTeX, 2013.

2. Czách lászló-Simon László: Parciális differenciálegyenletek, 1. félév, ELTE jegyzet, Budapest

3. L. C. Evans, Partial Differential Equations, AMS, Providence, 2002.

4. Simon László: Parciális differenciálegyenletek, 2. félév, ELTE jegyzet, Budapest

5. Simon László, E. A. Baderko: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983.

6. Székelyhidi László: Elsőrendű parciális differenciálegyenletek, egyetemi jegyzet

7. V. Sz. Vlagyimirov: Parciális differenciálegyenletek feladatgyűjtemény, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.

8. V. Sz. Vlagyimirov, Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

Heti bontott tematika	
1. hét	**1. Közönséges differenciálegyenletekre visszavezethető egyenletek, ad hoc módszerek, változótranszformáció, fizikai feladatok megoldása.** TE: A hallgató megismeri a közönséges differenciálegyenletek elméletében tanult megoldási módszerekkel kezelhető parciális differenciálegyenlet típusokat és kapcsolatot teremt a két apparátus között.
2. hét	**Elsőrendű homogén lineáris parciális differenciálegyenletek megoldása.** TE: A hallgató alkalmazza a lineáris parciális differenciálegyenletek megoldási módszerét a homogén esetben.
3. hét	**Elsőrendű kvázilineáris parciális differenciálegyenletek megoldása.** TE: A hallgató, újabb egyenlettípussal megismerkedve, bővíti tudását a parciális differenciálegyenletek megoldása terén.
4. hét	**Általános elsőrendű parciális differenciálegyenletre vonatkozó Cauchy-feladatok.** TE: A hallgató, felhasználva a speciális elsőrendű egyenletek esetében elsajátított számolási eljárásokat, kezdeti érték feladatokat old meg.
5. hét	**Az állandó együtthatós másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletekre vonatkozó feladatok, kanonikus alak.** TE: A hallgató bővíti megszerzett tudását magasabb rendű egyenletek megoldásán keresztül.
6. hét	Másodrendű szemilineáris egyenletek kanonikus alakja két független változó esetén. TE: A hallgató megismeri a szemilineáris egyenletek kanonikus alakra hozásának módszerét.
7. hét	**Az egydimenziós hullámegyenletre vonatkozó feladatok.** TE: A hallgató, konkrét fizikai példa megoldásán keresztül, elmélyíti ismereteit a másodrendű hiperbolikus egyenletek területén.

8. hét	**A három-, és kétdimenziós, illetve inhomogén hullámegyenletre vonatkozó feladatok.** TE: A hallgató megismeri a hullámegyenlet magasabb dimenziós változatainak megoldási módszerét, és párhuzamot von az egydimenziós esettel.
9. hét	A Poisson-egyenletre vonatkozó feladatok, Green-függvények. TE: A hallgató feladatokat old meg a Poisson-egyenlettel kapcsolatban, tovább bővítve ezzel ismereteit a parciális differenciálegyenletek elméletének területén.
10. hét	A Poisson-formula, Harnack-egyenlőtlenség, harmonikus függvények, maximum-elv. TE: A hallgató feladatokat old meg a Poisson-egyenlettel kapcsolatban, tovább bővítve ezzel ismereteit a parciális differenciálegyenletek elméletének területén.
11. hét	A Laplace-, és a Poisson-egyenletre vonatkozó feladatok. TE: A hallgató megismerkedik a Laplace-egyenletre vonatkozó feladatokkal és azok megoldásával.
12. hét	**A hővezetési-egyenletre vonatkozó feladatok.** TE: A hallgató, konkrét fizikai példa megoldásán keresztül, elmélyíti ismereteit a másodrendű parabolikus egyenletek területén.
13. hét	**Gyenge deriváltakra, Szoboljev-terekre, gyenge megoldásokra vonatkozó feladatok.** TE: A hallgató, feladat megoldáson keresztül, megérti az úgynevezett gyenge megoldások fogalmát.
14. hét	**Zárthelyi dolgozat.** TE:

A tantárgy neve:		magyarul:		**Konvex optimalizálás**				Kódja:	**TTMMG0205**	
		angolul:		**Convex optimization**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:			**Dr. Bessenyei Mihály**			beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

elsajátítsák a konvex függvényekre vonatkozó, általánosabb deriváltfogalom kalkulusát és konvex feltétellel rendelkező szélsőértékproblémákat oldjanak meg.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Ismeri a klasszikus analízis és lineáris algebra alapvető módszereit.
T2: Ismeri az alapvető összefüggéseket a klasszikus analízis és a lineáris algebra területén.
T3: Ismeri a matematika különböző részdiszciplínái közötti alapvető kapcsolatokat.
T5: Ismeri a matematikai bizonyítás követelményeit, alapvető módszereit.
T6: Tisztában van a matematikai gondolkodás sajátos jellemzőivel.

Képesség:

K1: Képes logikus, igaz matematikai állítások megfogalmazására azok feltételeinek és fontosabb következményeinek pontos megadásával.
K3: Képes a klasszikus analízis és a lineáris algebra területen megszerzett ismereteinek alkalmazására.
K4: Képes a klasszikus analízis és a lineáris algebra területén új összefüggések átlátására, feltárására.
K6: Képes adatgyűjtés céljából kísérleteket tervezni, és az adódó eredményeket matematikai eszközökkel elemezni.
K8: Képes a matematikai elemzések eredményeit idegen nyelven és az informatika eszközeit felhasználva hatékonyan kommunikálni.
K9: Képes a rutin szakmai problémákat felismerni, azok elméleti és gyakorlati megoldásához az elérhető könyvtári és elektronikus szakirodalmat feldolgozni, azt ott elérhető módszereket alkalmazni.

Attitűd:

A1: Igénye van analízisbeli tudásának gyarapítására és új matematikai ismeretek megszerzésére, kompetenciák elsajátítására, kifejlesztésére.
A2: Törekszik a matematikai ismereteinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: A megszerzett matematikai ismeretei alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.
A5: Nyitott a más szakterületek sajátos problémáinak felismerésére, az ott dolgozó szakemberekkel való szakmai együttműködésre, a szakterület-specifikus problémák matematikai átfogalmazására.
A6: Nyitott a matematikai továbbképzés irányában.

Autonómia és felelősség:

F1: A klasszikus analízisben és lineáris algebrában elsajátított alapvető ismeretei felhasználásával képes önállóan matematikai kérdések megfogalmazására, azok elemzésére.
F2: Felelősen értékeli a matematikai eredményeket, azok alkalmazhatóságát és korlátait.
F3: Tisztában van a matematikai tudományos kijelentések értékével, azok alkalmazhatóságával és korlátaival.
F4: Képes a matematikai elemzések eredményeiből következő önálló döntések meghozatalára.
F5: Tudatában van annak, hogy matematikai munkáját a legmagasabb etikai normák megtartásával, magas minőséggel kell végeznie.
F6: A matematika területeihez tartozó elméleti, illetve gyakorlati kutatási feladatait megfelelő iránymutatás mellett önállóan végzi.

A kurzus tartalma, témakörei:

Burok operációk és reperezentációik. A Stone–Kakutani elválasztási tétel. Algebrai belső és algebrai lezárt. Komplementáris konvex halmazok algebrai lezártjainak metszete; konvex halmazok elválasztása lineáris függvénnyel.

A Dubovickij–Miljutyin tétel és következményei. A Bernstein–Doetch tétel lineáris függvényekre; az elválasztási tételek topológikus alakja. Konvex és szublineáris függvények; a maximum-tétel és következményei. Konvex függvények szubgradiense, iránymenti deriváltja és ezek kapcsolata. Kalkulus szabályok. A Bernstein–Doetch tétel konvex függvényekre; következmények. Távolságfüggvény, érintőkúp, normálkúp; reperezentációk és kapcsolatok. Konvex feltételes szélsőérték feladatok minimuma; primál és duál feltételek. A konvex Fermat-elv. Büntetőfüggvény; a minimumhely jellemzése. A Karush–Kuhn–Tucker tétel és következménye. Slater-feltétel és Slater-tétel.

Hull operations and their representations. The Stone–Kakutani separation theorem. Algebraic interior and algebraic closure. The intersection of the algebraic closure of complementary convex sets; separation of convex sets by linear functions. The Dubovickij–Miljutin theorem and its consequences. The Bernstein–Doetsch theorem for linear functions; the topological form of the separation theorems. Convex and sublinear functions; the maximum theorem and its consequences. Subgradient and directional derivative of convex functions. Rules of calculus. The Bernstein–Doetsch theorem for convex functions. Distance function, tangent cone, normal cone. The minimum of convex conditional extremum problems; primal and dual conditions. The convex Fermat principle. Penalty function. The Karush–Kuhn–Tucker theorem and its consequence. Slater condition and Slater theorem.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek:

Interaktív gyakorlati órák formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve és zárthelyi dolgozatok formájában számon kérve. A tanulást és számonkérést segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével kívánjuk megkönnyíteni.

Értékelés:

Zárthelyi dolgozatok formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

1. T. R. Rockafellar: *Convex Analysis,* Princeton University Press, Princenton, N. J., 1970.
2. J. M. Borwein and A. S. Lewis: *Convex Analysis and Nonlinear Optimization,* CMS Books in Mathematics, Springer, New York, 2006.

Heti bontott tematika	
1. hét	Lineáris terek fontos részhalmazai: lineáris altér, affin altér, konvex kúp, kúp és konvex halmaz. A tulajdonságok ellenőrzése definíció és a tanult tételek alapján. TE: A hallgató példákon keresztül megismeri a konvex analízisben előforduló fontosabb részhalmaztípusokat és az azok között fennálló kapcsolatokat. Kellő jártasságot szerez a típusfeladatok megoldásában.
2. hét	Lineáris téren értelmezett fontosabb függvénytípusok: lineáris, affin, konvex és szublineáris függvények. A tulajdonságok ellenőrzése definíció és a tanult tételek alapján. TE: A hallgató példákon keresztül megismeri a konvex analízisben előforduló fontosabb függvényosztályokat és az azok között fenálló kapcsolatokat. Kellő jártasságot szerez a típusfeladatok megoldásában.
3. hét	A burokoperátor I.: lineáris burok, affin burok, konvex kúp burok, kúp burok és konvex burok meghatározása véges dimenziós lineáris terekben. A csepp-tétel alkalmazása. TE: A hallgató elsajátítja a burok számolására vonatkozó módszereket véges dimenziós esetben, minden nevezetes halmaztípus esetén.
4. hét	A burokoperátor II.: lineáris burok, affin burok, konvex kúp burok, kúp burok és konvex burok meghatározása végtelen dimenziós lineáris terekben. TE: A hallgató elsajátítja a burok számolására vonatkozó módszereket végtelen dimenziós esetben, minden nevezetes halmaztípus esetén.
5. hét	Korlátos poliéderek politóp alakban való megadása, politópok felírása poliéderként véges dimenziós lineáris terekben.

	TE: A hallgató megismeri a poliéderek és politópok közötti kapcsolatot véges dimenziós esetben. Képes a lineáris algebra és geometria korábban tanult módszereit önállóan használni.
6. hét	Algebrai típusú topológiai fogalmak elmélyítése: algebrailag nyílt halmaz és algebrai belső pont. Az elnyelő halmaz, a szimmetrikus halmaz és a kiegyensúlyozott halmaz fogalmának szemléltetése konkrét példákon keresztül. Konvex halmazok topologikus terekben. TE: A hallgató megismeri az algebrai típusú topológiai fogalmakat és példákon keresztül összehasonlítja azokat a standard topologikus fogalmakkal. Képes a topologikus és metrikus terek elméletét ennek fényében mélyebb összefüggéseiben látni.
7. hét	Első zárthelyi dolgozat. TE:-
8. hét	Konvex halmazok szeparálása lineáris függvény segítségével. TE: A hallgató megismeri a szendvics tétel egy alkalmazását véges dimenziós esetben.
9. hét	Konvex függvények iránymenti deriváltja, konvex kúp műveletekre vonatkozó kalkulus szabályok alkalmazása és a maximumfüggvény iránymenti deriváltjának számolása. TE: A hallgató megismeri a konvex függvények differenciálszámításával kapcsolatos kalkulust. Képes azokat szintézisbe hozni a klasszikus analízis hasonló módszereivel.
10. hét	Konvex függvények szubgradiensének meghatározása definíció, illetve a tanult tételek alapján. Sima és szakaszonként konvex függvények szubgradiense. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit a konvex függvények differenciálszámításának kalkulusával kapcsolatban. Képes azokat szintézisbe hozni a klasszikus analízis hasonló módszereivel.
11. hét	Konvex halmazok szeparálása lineáris függvénnyel (a probléma megoldása, mint konvex feltételes szélsőérték feladat). A Lagrange-féle multiplikátor tétel segítségével kezelhető szélsőérték feladatok. TE: A hallgató egy korábbi példán keresztül megismeri a konvex feltételes szélsőértékkeresés problémáját, illetve összeveti annak módszerét a sima esetben tanult módszerrel.
12. hét	A Karush–Kuhn–Tucker-tétel alkalmazása feladatmegoldásra. TE: A hallgató alkalmazza a Karush–Kuhn–Tucker-tételt adott függvények optimalizálására, konvex feltételek mellett. Képes a tanultak alapján egyszerűbb modellek fölállítására s az ezekből származó szélsőérték problémák kezelésére.
13. hét	A Karush–Kuhn–Tucker-tétel alkalmazása feladatmegoldásra. TE: A hallgató alkalmazza a Karush–Kuhn–Tucker-tételt adott függvények optimalizálására, konvex feltételek mellett. Képes a tanultak alapján egyszerűbb modellek fölállítására s az ezekből származó szélsőérték problémák kezelésére.
14. hét	Második zárthelyi dolgozat. TE:-

A tantárgy neve:		magyarul:	**Közönséges differenciálegyenletek alkalmazásai**						Kódja:	**TTMMG0207**
		angolul:	**Applications of ordinary differential equations**							
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:			-						Kódja:	-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató			Neve:		**Dr. Novák-Gselmann Eszter**				beosztása:	**egyetemi adjunktus**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerkedjenek a közönséges differenciálegyenletek alkalmazási területeivel, képessé váljanak közönséges differenciálegyenletekre vezető problémák, variációszámítási feladatok megértésére és megoldására.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

-T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a közönséges differenciálegyenletek területén.
-T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a közönséges differenciálegyenletek területén.
-T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
-T4: Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.
-T5: Alkotó módon ismeri a közönséges differenciálegyenletekhez kapcsolódó bizonyítások alapelveit, módszereit.

Képesség:

-K1: Képes a közönséges differenciálegyenletek területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
-K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a közönséges differenciálegyenletek absztrakt fogalmait.
-K4: Képes megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat a közönséges differenciálegyenletek területén.
-K7: Képes a közönséges differenciálegyenletek problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
-K9: Képes a közönséges differenciálegyenletekhez kapcsolódó eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

-A1: Törekszik a közönséges differenciálegyenletek új eredményeinek megismerésére.
-A2: Törekszik a közönséges differenciálegyenletek eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
-A3: Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a közönséges differenciálegyenletek területén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
-A4: Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a közönséges differenciálegyenletek eszközeivel megalapozott értékelésére.
-A5: Nyitott és fogékony a közönséges differenciálegyenletek területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
-A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
-A7: Tudatában van annak, hogy a közönséges differenciálegyenletek elsajátítása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

-F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a közönséges differenciálegyenletek területén megszerzett tudásának mértékét.
-F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
-F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
-F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
-F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei:

Autonóm differenciálegyenlet-rendszerek és fázistereik, Differenciálegyenletek stabilitása, Lyapunov tételei, a Lyapunov-féle direkt módszer, Peremérték-problémák és sajátérték-feladatok, Green-függvény, Egzisztencia és unicitási tételek, Maximum- és minimumelv, Nemlineáris peremérték-problémák, Sturm-Liouville sajátérték-feladatok, Forgásszimmetrikus elliptikus problémák, Diffeomorfizmusok és szimmetriák, Az egyparaméteres szimmetriacsoport alkalmazása egyenlet integrálására, Variációszámítás, Az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek, Az Euler--Lagrange-differenciálegyenletek invarianciája, Az Euler--Lagrange-differenciálegyenletek kanonikus alakja, Az Euler--Lagrange-differenciálegyenletek első integráljai, A Noether-tétel, A legkisebb hatás elve, Néhány klasszikus probléma megoldása.

Autonomous systems of differential equations and their phase spaces. Stability of differencial equations, the theorems of Lyapunov, the direct method of Lyapunov. Boundary value problems and eigenvalue problems. Green function. Existence and uniqueness theorems. Maximum and minimum principles. Nonlinear boundary value problems. Sturm-Liouville eigenvalue problems. Rotationally symmetric elliptic problems. Diffeomorphisms and their symmetries. The application of the one-parameter symmetry group to integration of equations. Calculus of variations, the Euler–Lagrange differential equations, the invariance of the Euler–Lagrange differential equations, the canonical form of the Euler–Lagrange differential equations, the first integrals of the Euler–Lagrange differential equations. The Noether theorem. The principle of stationary action.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Tantermi gyakorlati óra formájában, a témába illő egyszerűbb és összetett feladatok megoldásával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével könnyíti a tanulást.

Értékelés:

Zárthelyi dolgozat formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

[1] V. I. Arnol'd, *Közönséges differenciálegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
[2] V. I. Arnol'd, *A mechanika matematikai módszerei*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
[3] V. I. Arnol'd, *A differenciálegyenletek elméletének geometriai fejezetei*, Műszaki Könyvkiadó, 1988
[4] B. Dacorogna, I*ntroduction to the calculus of variations*, 2nd ed., London: Imperial College Press, 2008.
[5] Ph. Frank, R. Mises, *A mechanika és fizika differenciál- és integrálegyenletei I-II.*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
[6] A. D. Ioffe, V. M. Tihomirov, *Theory of extremal problems*, Studies in Mathematics and its Applications, 6. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979.
[7] W. Walter, *Gewöhnliche Differentialgleichungen -- Eine Einfürung*, 7. Auflage, Springer, 2000.

Heti bontott tematika

1. hét	Autonóm differenciálegyenlet-rendszerek és fázistereik, Autonóm rendszerek, Egyensúlyi helyzetek és zárt trajektóriák, Fázisterek. TE: A hallgató megismeri és megérti a közönséges differenciálegyenletek alapvető elemeit és tulajdonságait, képessé válik a fázisterekkel, fázisáramlásokkal kapcsolatos alapvető feladatokat megoldására.
2. hét	Differenciálegyenletek stabilitása, Lyapunov tételei, TE: A hallgató mélyebb összefüggésében megismeri a differenciálegyenletek stabilitásához kapcsolódó tételeket, képes fölismerni szerepüket a fizikai problémákban.
3. hét	A Lyapunov-féle direkt módszer TE: A hallgató megismerkedik a Lyapunov-függvény fogalmával és a stabilitás Lyapunov-féle elégséges feltételeivel, valamint képessé válik felismerni szerepét konkrét példákban.
4. hét	Peremérték-problémák és sajátérték feladatok, Peremérték-problémák megfogalmazása, Sturm-féle peremérték-problémák, Alapmegoldások, A Green-függvény TE: A hallgató megismerkedik a peremérték-problémákkal és sajátérték feladatokkal, képes azokat a modern analízis szemléletmódjában értelmezni.
5. hét	Nemlineáris peremérték-problémák, A maximum- és a minimumelv, TE: A hallgató képes érzékelni a lineáris és nemlineáris problémák közötti különbséget. Képes alkalmazni a korábban funkcionálanalízisből megismert eredményeket peremérték-problémák elméletében.
6. hét	Sturm-Liouville-féle sajátérték-feladatok, Forgásszimmetrikus elliptikus problémák TE: A hallgató megismerkedik a sajátérték-feladatok elméletével, képes alkalmazni a korábban tanult spektrálelméleti állításokat a közönséges differenciálegyenletek elméletében. Továbbá, birtokában lesz a parciális differenciálegyenletek elméletében kiemelkedő fontosságú elliptikus egyenletek egy megoldási módszerének.
7. hét	Egyparaméteres transzformációcsoportok, Egyparaméteres diffeomorfizmuscsoportok, Diffeomorfizmusok hatása vektormezőkre és iránymezőkre

	TE: A hallgató betekintést nyer a differenciálgeometria algebrai módszereibe, majd ezt alkalmazza a közönséges differenciálegyenletek iránymezőire.
8. hét	Diffeomorfizmusok hatása vektormezőkön, Szimmetriák, A kiegyenesítési tétel TE: A szükséges differenciálgeometriai és algebrai módszerek megismerése után a hallgató képes közönséges differenciálegyenletek szimmetriáinak meghatározására, ezzel bizonyos speciális alakú differenciálegyenletek általános megoldását elő tudja állítani.
9. hét	Funkcionálok variációja, Bilineáris és kvadratikus funkcionálok, Funkcionálok második variációja TE: A hallgató megismerkedik a variációszámítás elemeivel, klasszikus problémáival, funkcionálok variációjával és megismeri a bilineáris és kvadratikus funkcionálok fogalmát, jellemzéseit.
10. hét	Funkcionálok extrémuma, az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek TE: A hallgató megismeri és megérti a funkcionálok extrémumának keresési eljárásait. Képessé válik olyan speciális funkcionálok variációját meghatározni, melyek esetében a stacionárius egyenlet egy közönséges differenciálegyenlet, melyhez peremfeltétel van adva.
11. hét	Az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek invarianciája, az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek kanonikus alakja, az Euler–Lagrange-differenciálegyenletek első integráljai TE: Új változók bevezetésével a hallgató képes az Euler-Lagrange-differenciálegyenleteket kanonikus alakra hozni, ebből pedig meg tudja határozni ezeknek az egyenleteknek az első integráljait és képes az első integrálokat konkrét fizikai példákban interpretálni.
12. hét	Noether-tétel, A legkisebb hatás elve TE: A Noether-tétel segítségével a hallgató meg tudja határozni az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek szimmetriáit, egy-egy ilyen szimmetriához képes megmaradási elvet rendelni, majd ezeket megfelelő fizikai környezetben interpretálni.
13. hét	Elegendő feltétel az extrémumra, Néhány klasszikus probléma megoldása, Többváltozós függvények variációszámítása, másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek, TE: A hallgató egy elegendő feltételt ismer meg funkcionálok extrémumára, ezt felhasználva képessé válik kiszűrni, hogy a stacionárius helyek közül melyek lesznek valóban szélsőérték helyek, képes megoldani a legklasszikusabb problémákat. Továbbá, képes többváltozós függvényekre vonatkozó variációszámítási feladatok felállítására. A korábbi elméleti háttér segítségével származtatni tudja a legfontosabb másodrendű kvázilineáris parciális differenciálegyenletekre vonatkozó peremérték feladatokat.
14. hét	Zárthelyi dolgozat TE:

A tantárgy neve:		magyarul:		**Játékelmélet**				Kódja:		**TTMMG0208**
		angolul:		**Game theory**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE TTK Matematikai Intézet, Analízis Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:		-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Boros Zoltán**		beosztása:		**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

jártasságra tegyenek szert különféle közgazdaságtani, hétköznapi vagy egyéb problémák játékelméleti modellezésében és a modellek elemzése terén.

Tanulás eredmények, kompetenciák:

Tudás:

T1: Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit a játékelmélet területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a játékelmélet területén.
T3: Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.
T4:Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.

Képesség:

K1: Képes a játékelmélet területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.
K3: Képes a játékelmélet eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és magas szintű, a tudomány eszközeivel megalapozott értékelésére.
K4: Képes a játékelmélet területén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
K7: Képes a játékelmélet problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.
K9: Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Attitűd:

A1: Törekszik a játékelmélet új eredményeinek megismerésére.
A2: Törekszik a játékelmélet eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A3: Törekszik arra, hogy a játékelmélet területén megszerzett ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.
A4: Törekszik a játékelmélet eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudomány eszközeivel megalapozott értékelésére.
A5: Nyitott és fogékony a játékelmélet területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a játékelmélet területén szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a játékelmélet területén megszerzett tudásának mértékét.
F3: Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.
F5: Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.
F6: Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Nem-kooperatív játékok normál alakja. A Nash-féle egyensúlyi helyzet fogalma, létezése. A legjobbválasz-leképezés meghatározása és alkalmazása. Véges játékok elemzése, szigorúan dominált stratégiák, kétszemélyes véges játékok bimátrix reprezentációja. A játékelméleti megközelítés alkalmazása egyszerűbb piaci modellekre (duo-pólium, oligopólium). Véges játékok kevert bővítése. Kétszemélyes zéróösszegű játékok, mátrix-játékok. Játékok extenzív alakban. Kombinatorikus játékok, kupac-játékok, Grundy-számozás. Kooperatív játékok, a koalíció értéke. Ház-elosztási és házasítási problémák.

The normal form of non-cooperative games. The notion and existence of Nash equilibrium. The best response mapping. Fixed point theorems in game theory. Analysis of finite games, strictly dominated strategies, bimatrix representation of finite two-person games. Application of the game theoretic approach to simple market models (duopolium, oligopolium). Mixed extension of finite games. Two-person zero-sum games, matrix games. Games in extensive form. Combinatorial games, Grundy's games, Grundy numbering. Cooperative games, the value of the coalition. Nash's model of bargaining.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Interaktív gyakorlati órák formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve és zárthelyi dolgozatok formájában számon kérve. A tanulást és számonkérést segédanyagok biztosításával, syllabus rendelkezésre bocsátásával, szükség esetén személyes konzultáció lehetőségével kívánjuk megkönnyíteni.

Értékelés

Zárthelyi dolgozat formájában.

Kötelező olvasmány:

Kim C. Border: Fixed point theorems with application to economic and game theory, Cambridge University Press, Cambridge UK, 1985.

Csirmaz László: Játékok és Grundy-számaik, KöMaL, 1980. december.

R. Gibbons: Bevezetés a játékelméletbe, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2005.

Ajánlott szakirodalom:

J. H. Conway: On numbers and games, Academic Press, 1976.

Martin J. Osborne: An Introduction to Game Theory, Oxford University Press, 2003.

Szép J., Forgó F.: Bevezetés a játékelméletbe, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1974.

Szidarovszky F., Molnár S.: Játékelmélet műszaki alkalmazásokkal, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.

Heti bontott tematika

1. hét	Játékok normál formában. Stratégiák, stratégiaprofilok. Nash-egyensúly. Példák, bimátrix játékok. Stratégiailag ekvivalens játékok. TE: A hallgató megismeri és elsajátítja a játékelmélet alapvető fogalmait, képes azokat a példákon keresztül a lineáris algebra kapcsolódó módszereivel vizsgálni.
2. hét	Véges játékok, a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit és készségeit a lineáris algebra játékelméleti vonatkozású eljárásainak használatában.
3. hét	Diszkrét és analóg osztozkodási feladatok. A telephely-választás játékelméleti elemzése. TE: A hallgató megismeri a játékelmélet eszköztárának hatékonyságát egy konkrét probléma modelljének elemzésében.
4. hét	Kétszemélyes zérusösszegű játékok. Egyensúly és minimax. Egyensúlyi stratégiák és stratégia-profilok szimmetrikus kétszemélyes, zérusösszegű játékokban. TE: A hallgató, példákon keresztül, megismeri és elmélyíti a kétszemélyes, zérusösszegű játékok alapfogalmait és alaptételeit.
5. hét	A legjobbválasz-leképezés meghatározása és alkalmazása. Duopólium-modellek játékelméle-

	ti elemzése. TE: A hallgató képes az analízis kapcsolódó eredményeit és módszereit a fönt jelzett témakörben önállóan alkalmazni.
6. hét	Véges játékok kevert bővítése. TE: A hallgató, feladatok megoldásán keresztül, elmélyíti a véges játékok kevert bővítésének módszerét, képes az analízis és valószínűségszámítás módszereit hatékonyan fölhasználni.
7. hét	Mátrixjátékok. TE: A hallgató képes a kapcsolódó példákban a játékelmélet és lineáris algebra módszereit ötvözni és alkalmazni.
8. hét	Játékok extenzív formában; játékfa. Információs halmazok. Extenzív és normál forma. Nash-egyensúly és részjáték tökéletesség. Példák. TE: A hallgató további jártasságra tesz szert a játékelmélethez kapcsolódó feladatok megoldása terén.
9. hét	Kombinatorikus játékok, kupac játékok. TE: A hallgató megtanulja a kombinatorikus játékok elemeit, képes a diszkrét matematika eszköztárát a jelen helyzetben alkalmazni.
10. hét	További kombinatorikus játékok és Grundy-számozásuk. TE: A hallgató tovább mélyíti ismereteit a kombinatorikus játékok elméletéhez kapcsolódó feladatokban, képes a diszkrét matematika eszköztárát a jelen helyzetben alkalmazni.
11. hét	Játékok koalíciós formában. Példák. A koalíció értéke. TE: A hallgató megismeri a koalíció és annak értékének fogalmát a kapcsolódó példák segítségével.
12. hét	A ház-elosztási probléma és annak gráfelméleti megoldása. Házasítási problémák. TE: A hallgató megismeri a fönt jelzett témaköröket, képes a gráfelméletből korábban tanultak hatékony alkalmazására.
13. hét	Zárthelyi dolgozat. TE:
14. hét	Kétszemélyes kooperatív játékok. A Nash-féle alkumodell. A témakörhöz kapcsolódó elméleti feladatok. TE: A hallgató megismeri a kétszemélyes kooperatív játékok elméletének alapjait, képes ezt az eddig tanult keretrendszerbe helyezni. Képes a vizsgált elméleti feladatokat a korábban illetve most megtanult módszerekkel kezelni.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Fejezetek a geometriából**							Kódja:	**TTMMG0301**
	angolul:	**Selected topics in geometry**								
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:		**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:		-							Kódja:	-
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató		neve:		**Dr. Kozma László**				beosztása:		**egyetemi docens**

A kurzus célja

a geometria kétfejezetában (differenciálgeometria és nem-euklideszi geometriák) alapvető fogalmainak, módszereinek és tételeinek gyakorlása feladatokon keresztül.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri és használja a geometria tárgyalt fejezeteinek legfontosabb fogalmait, módszereit és alapvető összefüggéseit. Ismeri a görbéket és felületeket meghatározó geometriai jellemzőket. Tisztában van a görbéket és felületeket meghatározó legfontosabb adatok geometriai jelentésével. Ismeri a legfontosabb nem-euklideszi modelleket, és azok a legfontosabb speciális geometriai tulajdonságait..

Képesség:

Képes használni és alkalmazni a differenciálgeometria és a nem-euklideszi geometria legfontosabb fogalmait, alapvető tételeit. Képes geometriai görbék és felületek analitikus leírására. Képes a görbék és felületek geometriai jellemzőinek meghatározására. Képes a számítások során kapott mennyiségek adatokból geometriai, azaz minőségi következtetéseket levonni.
Képes felismerni egy geometriai problémánál, ha az a differenciálgeometria, illetve a nem-euklideszi geometria módszereivel megoldható.

Attitűd:

Törekszik a geometriai ismereteinek széles körű alkalmazására a feladatmegoldásban és gyakorlati problémák megoldásában. A megszerzett geometriai ismereteinek alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.

Autonómia és felelősség:

Az elsajátított ismeretei felhasználásával képes önálló geometriai problémák megfogalmazására és azok elemzésére.

A kurzus tartalma, témakörei

Differenciálható görbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. A felület metrikus alapformája. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok. Geodetikus görbület. A geodetikusok minimalizáló tulajdonsága.

Affin és projektív síkok axiómái. Affin síkok (például az euklideszi sík) projektív bővítése. A dualitás elve. A projektív síkok vektortér-modellje, homogén koordináták. Perspektivitások (centrális vetítések) és projektivitások. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, a Papposz-Steiner tétel. Desargues és Papposz tételei. Teljes négyszög, teljes négyoldal, harmonikus pont- és sugárnégyesek. Kollineációk, a projektív geometria alaptétele.

A párhuzamossági axióma jelentősége, a hiperbolikus geometria felfedezése. A hiperbolikus síkgeometria Cayley-Klein modellje, a Poincaré-féle körmodell és félsíkmodell. Az egybevágósági transzformációk leírása a modellekben.

Gömbi geometria: távolságmérés a gömbön, gömbháromszögekkel kapcsolatos tételek. Elliptikus metrika.

Differentiable curves. Curvature, torsion. The fundamental theorem of curves. Surfaces in the Euclidean space. Fundamental form of surfaces. Normal curvature, principal curvatures, principal directions. Variational problem of arc-length. Geodesics. Geodesic curvature. Minimizing property of geodesics. Axioms of affine and projective planes. Projective completion of an affine plane. Duality. Vector space model of porjective planes, homogenous coordinates. Perspectivities (central projections) and projectivities. Cross ratio of four points or lines, Pappus-Steiner theorem. Desargues's theorem and Pappus's theorem. Complete quadrilateral, complete quadrangle, harmonic sets of points and lines. Collineations, fundamental theorem of projective geometry. The parallel postulate, the development of hyperbolic geometry. The Cayley-Klein model of hyperbolic geometry, Poincaré disk model and upper half-plane model. Description of congruences. Spherical geometry: measuring distance on the sphere, spherical triangles. Elliptic metric.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Mintafeladatok bemutatása frontális előadásban. Önálló hallgatói feladatmegoldás.

Értékelés

A félév során két zárthelyi dolgozat kerül megírásra. A gyakorlati jegy ezek összpontszáma alapján kerül megállapításra az alábbi módon: 50-59% - elégséges, 60-74% - közepes, 75-84% - jó, 85-100% - jeles.

Kötelező olvasmány:

-

Ajánlott szakirodalom:

Kozma László, Kovács Zoltán: Görbék és felületek elemi differenciálgeometriája, (jegyzet).

Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

Strohmajer János: Geometriai példatár IV., Tankönyvkiadó, 1968.

Csikós Balázs, Kiss György: Projektív geometria, Polygon, 2011.

Kurusa Árpád: Nemeuklideszi geometriák, Polygon, 2009.

Heti bontott tematika

1. hét	Reguláris sima görbe az euklideszi térben. A görbe átparaméterezése. Ívhossz. Természetes paraméterezés. Az egyszerű ív fogalma. TE: A hallgatók megismerik a görbék fogalmát példkon, feladatokon keresztül.
2. hét	A reguláris síkgörbe előjeles görbülete. Frenet-bázis. Zárt síkgörbe körülfordulási száma. Az egyszerű zárt síkgörbe körülfordulási számára vonatkozó tétel. A síkgörbék alaptétele. TE: A hallgatók megismerik a síkgörbéket meghatározó alapvető mennyiségeket és azok kiszámítását.
3. hét	Az R3–beli görbe kísérő Frenet-bázisa és Cartan-mátrixa. Görbület, torzió. Frenet-formulák. TE: A hallgatók megismerik a térgörbéket meghatározó alapvető mennyiségeket és kiszámításukat..
4. hét	Simulókör és simulósík egy adott pontban. A görbeelmélet alaptétele. TE: A hallgatók megismerik a görbeelmélet alaptételét, és alkalmazását..
5. hét	Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. Lineáris érintőtér egy felületi pontban. Normális egységvektormező. TE: A hallgatók megismerik a megfelelő fogalmakat és ezek kiszámítását.
6. hét	Mérés a felületen. Az elemi felület adott paraméterezéséhez tartozó első főmennyiségek, metrikus alapforma. A felületi görbe ívhossza, felületi görbék szöge. A kompakt felületdarab felszíne. TE: A hallgatók megismerkednek a megfelelő fogalmakkal és ezek kiszámításával.
7. hét	Affin és projektív síkok axiómái. Affin síkok (például az euklideszi sík) projektív bővítése. A dualitás elve.

	TE: A hallgatók megismerik az affin és projektív síkok fogalmát.
8. hét	A projektív síkok vektortér-modellje, homogén koordináták, számítási feladatok.. *TE: A hallgatók megismerik a projektív síkok egy modelljét.*
9. hét	Perspektivitások (centrális vetítések) és projektivitások. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, a Papposz-Steiner tétel. *TE: A hallgatók tisztában lesznek a középpontos vetítések legfontosabb tulajdonságaival.*
10. hét	Az abszolút geometria axiómáinak áttekintése. A párhuzamossági axióma jelentősége, a hiperbolikus geometria felfedezése. *TE: A hallgatók felismerik, hogy a párhuzamossági axióma független az abszolút geometria axiómarendszerétől.*
11. hét	Számítási és szerkesztési feladatok megoldása a Cayley-Klein modellben. *TE: A hallgatók képessé válnak a Cayley-Klein modellben alapvető számítások és szerkesztések elvégzésére.*
12. hét	Trigonometria a hiperbolikus síkon. *TE: A hallgatók tisztában lesznek a hiperbolikus sík trigonometriájával.*
13. hét	Szerkesztési feladatok megoldása a Poincaré-féle körmodellben és félsík-modellben. *TE: A hallgatók képessé válnak körgeometriai módszerek alkalmazásával hiperbolikus síkon történő szerkesztések elvégzésére.*
14. hét	Zárthelyi dolgozat a 8-13. hét témaköreiből. TE: -

A tantárgy neve:		magyarul:	**Modern differenciálgeometria**					Kódja:		**TTMMG0302**	
		angolul:	**Modern differential geometry**								
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:			**DE TTK Matematikai Intézet, Geometria tanszék**								
Kötelező előtanulmány neve:			-					Kódja:		-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató			neve:			**Dr. Tran Quoc Binh**		beosztása:	**tudományos főmunkatárs**		

A kurzus célja, hogy a hallgatók az előadás anyagát elmélyítsék konkrét példákon és gyakorló feladatokon keresztül.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a modern differenciálgeometria elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a modern differenciálgeometria és a modern analízis és algebra közötti kapcsolatokban. Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, az absztrakt sokaságelméleti fogalmak megalkotásában. Ismeri a mai differenciálgeometriai kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a modern differenciálgeometriában elsajátított módszerek és fogalmak magabiztos és alkotó módon történő alkalmazására. Képes a sokaságelmélet alapvető fogalmainak (topologikus sokaság, differenciálható sokaság, sokaságok közötti differenciálható leképezések, érintővektor, kovariáns deriválás, Riemann-sokaság) matematikailag precíz értelmezésére és alkotó jellegű integrálására a fizikában felmerülő problémák megoldásában. Képes a differenciálgeometriai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, szakmai kommunikációra.

Attitűd:

Törekszik a modern differenciálgeometria új eredményeinek megismerésére és azok minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a modern differenciálgeometria további összefüggéseinek meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű, tudományosan megalapozott értékelésére. Nyitott és fogékony a differenciálgeometriában elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken – például általánosabb geometriákban és fizikában – történő alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére. Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére. Tudatában van annak, hogy a differenciálgeometriai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a fizikai alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a megszerzett differenciálgeometriai tudásának mértékét. Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában és működik együtt akár a fizikai és műszaki tudományok képviselőivel. Magas szintű differenciálgeometriai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket és eljárásokat. Tisztában van a differenciálgeometriai fogalmak pontos megalkotásának fontosságával, véleményét ezek figyelembevételével alakítja ki. A differenciálgeometria absztrakt fogalmainak megalkotása és gondolkodási módszereiben való jártassága révén kialakított véleményét felelősen képviseli. Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb etikai normák figyelembevételével végezze.

A kurzus tartalma, témakörei

Topologikus sokaságok, alapvető példák és konstrukciók (gömbök, tóruszok, valós projektív sík, Klein-palack, Möbius-szalag). Sima sokaságok, sima leképezések és diffeomorfizmusok. Beágyazott részsokaságok az n-dimenziós valós vektortérben, Whitney tétele. Beágyazott részsokaság érintőtere, az érintővektorok és a derivációk azonosítása. Az érintővektorok absztrakt definíciója, sokaság érintőnyalábja, sima leképezések deriváltja. Vektormezők és közönséges differenciálegyenletek. A vektormezők Lie-algebrája, a Lie-zárójel geometriai jelentése, kommutáló vektormezők. Kovariáns deriválás sokaságokon, görbementi vektormezők kovariáns deriváltja, geodetikusok. A görbületi és a torzió tenzor, az algebrai és a differenciális Bianchi-azonosság. Riemann-sokaságok, a Riemann-geometria alaplemmája. Riemann-geodetikusok. A Riemann-féle görbületi tenzor, metszetgörbület, Schur tétele, térformák. Ricci-tenzor, Ricci-görbület, skalárgörbület. Hiperfelületek az (n+1)-dimenziós valós térben, a Gauss- és a

Codazzi-Mainardi-egyenletek. A Gauss-görbület.

Topological manifold, basic examples and construction (sphere, torus, real projective plane, Klein bottle, Moebius strip). Smooth manifold, smooth mapping and diffeomorphism. Embedded submanifolds of the real coordinate space, Whitney embedding theorem. The tangent space of an embedded manifold, derivations as tangent vectors. Abstract definition of tangent vectors, the tangent bundle of a manifold, the derivative of smooth mappings. Vector fields and ordinary differential equations. Lie algebra of vector fields, the geometric meaning of Lie bracket, commuting vector fields. Covariant derivative on manifolds, covariant derivative of a vector field along a curve, geodesics. Curvature and torsion tensor, tha algebraic and differential Bianchi identities. Riemannian manifolds, the fundamental theorem of Riemannian geometry. Riemannian geodesics. The Riemannian curvature tensor, sectional curvature, Schur theorem, space forms. Ricci tensor, Ricci curvature, scalar curvature. Hypersurfaces in the (n+1)-dimensional real space, Gauss equation and Codazzi-Mainardi equation. Gauss curvature.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Mintafeladatok bemutatása frontális előadásban. Önálló hallgatói feladatmegoldás. Kiadott anyag önálló feldolgozása.

Értékelés

2 db zárthelyi dolgozat.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

8. Szilasi József: Bevezetés a differenciálgeometriába, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.
9. Szenthe János: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe, ELTE Eötvös Kiadó, 2002.
10. Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.
11. John M. Lee: Introduction to Smooth Manifolds (2nd edition); Springer, 2013.

Heti bontott tematika

1. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Topológiai és analízisbeli előismeretek áttekintése. TE: *A hallgatók rutint szereznek a differenciálgeometria tárgyalásához szükséges analízisbeli eszközök alkalmazásában.*
2. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Differenciálható sokaságok definíciója, példák. Reguláris felületek, gömb, projektív terek. TE: *A hallgatók képessé válnak a differenciálható sokaság absztrakt definícióját megfogalmazni, és átlátni a korábbi tanulmányok során megismert példák differenciálható struktúráját.*
3. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Differenciálható függvények sokaságon, differenciálható leképezések sokaságok között. Az egységbontás tétele. TE *A hallgatók képesek lesznek sokaságok közötti leképezések differenciálhatóságát eldönteni.*
4. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Differenciálható részsokaságok. Reguláris leképezések. Differenciálható sokaságok nullmértékű részhalmazai. Whitney beágyazási tételei. TE: *A hallgatók képessé válnak a részsokaság fogalmának pontos megfogalmazására és alkalmazására.*
5. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Az érintővektorok és a derivációk azonosítása az n-dimenziós valós térben. Az érintővektorok absztrakt definíciója, sokaság érintőnyalábja,

	sima leképezések deriváltja. TE: *A hallgatók megismerik az érintővektorok absztrakt fogalmát.*
6. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Vektormezők és közönséges differenciálegyenletek. A vektormezők Lie-algebrája, a Lie-zárójel geometriai jelentése, kommutáló vektormezők. TE: *A hallgatók átlátják a vektormezők és a differenciálegyenletek kapcsolatát.*
7. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Kovariáns deriválás sokaságokon, görbementi vektormezők kovariáns deriváltja, geodetikusok. TE: *A hallgatók megismerik a kovariáns deriválás és a geodetikusok általános fogalmát.*
8. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: A görbületi és a torzió tenzor, az algebrai és a differenciális Bianchi-azonosság. TE: *A hallgatók képesek lesznek a görbület és torzió legfontosabb tulajdonságainak ellenőrzésére.*
9. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Riemann-sokaságok, a Riemann-geometria alaplemmája. TE: *A hallgatók megismerik a sokaságok fizikai alkalmazások szempontjából legfontosabb osztályát, a Riemann-sokaságokat.*
10. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Riemann-geodetikusok, normálkoordináták; a Gauss-lemma. TE: *A hallgatók megismerik a geodetikusok fogalmának Riemann-sokaságokra történő általánosítását..*
11. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: A Riemann-féle görbületi tenzor, metszetgörbület, Schur tétele. TE: *A hallgatók megismerik a Riemann-sokaságok legfontosabb görbületi adatait.*
12. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Konstans görbületű Riemann-sokaságok. TE: *A hallgatók számára világossá válik, hogy a Riemann-geometria a klasszikus geometriák közös általánosítása.*
13. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Ricci-tenzor, Ricci-görbület, skalárgörbület. A kontrahált Bianchi-azonosság. Einstein-sokaságok. TE: *A hallgatók megismerik a Ricci-tenzort és az Einstein-sokaságokat.*
14. hét	Feladatok a következő elméleti anyaghoz:: Hiperfelületek az (n+1)-dimenziós valós térben, a Gauss- és a Codazzi-Mainardi-egyenletek. A Gauss-görbület. TE: *A hallgatók képessé válnak a felületelmélet legfontosabb eredményeit a Riemann-geometria eszközeivel kezelni.*

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td colspan="2">magyarul:</td><td colspan="5">Véges geometriák és kódelmélet</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMMG0303</td></tr>
<tr><td colspan="2">angolul:</td><td colspan="5">Finite Geometries and Coding Theory</td></tr>
<tr><td colspan="10">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="3">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Típus</td><td colspan="5">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti 0</td><td>Heti</td><td>2</td><td>Heti</td><td>0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td></td><td>Féléves</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td colspan="2">neve:</td><td colspan="4">Dr. Szilasi Zoltán</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi adjunktus</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

ismerjék a kis elemszámú véges affin és projektív síkokat;
képesek legyenek számítási feladatok elvégzésére test feletti véges affin és projektív geometriákban;
átlássák a véges projektív síkokhoz kötődő kombinatorikus ponthalmazokat (ívek, oválisok, hiperoválisok);
tudjanak konstruálni alapvető blokkrendszereket: inverzív síkokat, Steiner-féle hármas- és négyesrendszereket;
alkalmazni tudják a véges geometriai struktúrákat kódok konstrukciójához.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a véges geometria elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a véges geometria és az algebrai struktúrák, a kombinatorika és a kódelmélet közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban. Jártas a véges geometriákkal kapcsolatos absztrakt gondolkodásban és fogalomalkotásban. Átfogó módon ismeri a véges geometriai bizonyítások algebrai és kombinatorikai alapelveit, módszereit. Ismeri a véges geometria és a kódelmélet problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a véges geometria területén elsajátított módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon használja a véges geometria fogalmait. Képes a véges geometria eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére, és megkülönbözteti a tudományosan megalapozott és kellően alá nem támasztott állításokat. Képes kódelméleti problémák véges geometriai modelljének megalkotására. Képes a véges geometriai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására kódelméleti és kriptográfiai problémák megoldásában.

Attitűd:

Törekszik a véges geometria új eredményeinek megismerésére és minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a modern geometria, absztrakt algebra és kódelmélet közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű értékelésére. Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a kriptográfiában és kódelméletben felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

Véges geometriai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes gyakorlati problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Test feletti véges affin és projektív síkok konstrukciója. Példák véges projektív síkokon kombinatorikusan definiált ponthalmazokra. További illeszkedési geometriák konstrukciója: blokkrendszerek, Steiner-rendszerek. Véges geometriákhoz kapcsolódó kódelméleti konstrukciók.

Finite incidence structures: projective and affine planes, Galois geometry. Combinatorial properties of finite projective planes. Arcs and ovals. Finite projective planes and algebraic structures. Finite projective and affine planes over a field. Examples of combinatorial point sets on finite projective plane. Further incidence structures: block design and Steiner-system. Applications of finite geometry in coding theory.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Mintafeladatok bemutatása frontális előadásban. Önálló hallgatói feladatmegoldás.

Értékelés

A félév során egy zárthelyi dolgozat kerül megírásra. A gyakorlati jegy az itt elért pontszám alapján kerül megállapításra az alábbi módon:

50-59% - elégséges, 60-74% - közepes, 75-84% - jó, 85-100% - jeles.

Az így megszerzett osztályzat egyetlen alkalommal javítható.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

D. R. Hughes, F. C. Piper: Projective Planes, Springer, 1973.

Kárteszi Ferenc: Bevezetés a véges geometriákba, Akadémiai kiadó, 1973.

Kiss György, Szőnyi Tamás: Véges geometriák, Polygon, 2001.

S. E. Payne: Topics in Finite Geometry, 2007, online elérhető:
http://math.ucdenver.edu/~spayne/classnotes/topics.pdf

Szilasi Zoltán: Bevezetés a véges geometriába, 2013, online elérhető:
http://riemann.math.unideb.hu/~szzoltan/veges.pdf

Heti bontott tematika

1. hét	Az affin síkok minimális modellje és a Fano-sík. Kis elemszámú véges testek feletti affin és projektív síkok konstrukciója, szemléltetése. TE: *A hallgatók képesek lesznek szemléltetni egyszerű véges geometriákat.*
2. hét	Számítási feladatok megoldása véges test feletti projektív síkokban. TE: *A hallgatók képesek a véges testekre vonatkozó ismereteik alkalmazásával véges geometriákban alapvető számítások elvégzésére.*
3. hét	Ciklikus síkok, differenciahalmazok konstrukciója. TE: *A hallgatók képesek a véges geometriai ismereteiket felhasználva differenciahalmazokat konstruálni.*
4. hét	Véges affin és projektív síkok alkalmazása kombinatorikai feladatok megoldására. TE: *A hallgatók képessé válnak véges geometriai ismereteiket kombinatorikai problémák megoldására alkalmazni.*
5. hét	Példák lefogó halmazokra és blokkoló halmazokra. TE: *A hallgatók megismernek példákat egyszerű, kombinatorikusan értelmezett ponthalmazokra.*
6. hét	Példák ívekre, oválisokra, hiperoválisokra. TE: *A hallgatók tisztában lesznek vele, hogy léteznek olyan oválisok, amelyek nem másodrendű görbék.*
7. hét	Ternér gyűrűk, kvázitestek néhány egyszerűbb tulajdonságának bizonyítása. TE: *A hallgatók képesek önállóan elvégezni absztrakt algebrai struktúrák tulajdonságainak ellenőrzését.*
8. hét	Példák kvázitestekre. TE: *A hallgatók tisztában lesznek vele, hogy léteznek olyan kvázitestek, amelyek nem ferdetestek.*
9. hét	Plücker-koordináták alkalmazása.

	TE: *A hallgatók képesek lesznek háromdimenziós véges projektív terek egyeneseivel kapcsolatos számítások elvégzésére.*
10. hét	Példák blokkrendszerekre, inverzív síkokra. TE: *A hallgatók átlátják, hogy a körök geometriájának absztrakciójából értelmes véges geometriai struktúrákat konstruálhatunk.*
11. hét	Steiner-féle hármasrendszerek konstrukciója. TE: *A hallgatók képesek lesznek kis elemszámú Steiner-hármasrendszereket konstruálni.*
12. hét	Steiner-féle négyesrendszerek konstrukciója. TE: *A hallgatók képesek lesznek kis elemszámú Steiner-négyesrendszereket konstruálni.*
13. hét	Véges kódok konstrukciója véges geometriák segítségével. TE: *A hallgatók képesek lesznek kódok véges geometriai modelljének megalkotására.*
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE: -

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Geometriai transzformáció csoportok</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMMG0305</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Geometric transformation groups</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="4">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td colspan="2" rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali | N</td><td>Heti | 0</td><td>Heti | 2</td><td colspan="2">Heti | 0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td colspan="2" rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező |</td><td>Féléves |</td><td>Féléves |</td><td colspan="2">Féléves |</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Figula Ágota</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

ismerjék a tranzitív csoport hatás konstrukcióját;
ismerjék a legfontosabb csoport hatásokat sokaságokon és a hozzájuk tartozó geometriákat;
ismerjék csoport hatások osztályozását alacsony dimenziós sokaságokon.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok elméleti eredményeit és módszereit. Jártas a transzformáció csoportok és az algebrai valamint differenciálgeometriai struktúrák közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban. Jártas a transzformáció csoportokkal kapcsolatos absztrakt gondolkodásban és fogalomalkotásban. Átfogó módon ismeri a transzformáció csoportokkal kapcsolatos bizonyítások algebrai és differenciálgeometriai alapelveit, módszereit. Ismeri a sokaságokon való csoporthatások problémamegoldó technikáit.

Képesség:

Képes a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén elsajátított módszerek alkalmazására. Magabiztosan és alkotó módon használja a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok fogalmait. Képes a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére, és megkülönbözteti a tudományosan megalapozott és kellően alá nem támasztott állításokat. Képes a tranzitív hatás csoport modelljének megalkotására és felhasználására. Képes a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén megszerzett ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a fizikában fellépő problémák megoldásában.

Attitűd:

Törekszik a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok témakör új eredményeinek megismerésére és minél szélesebb körű alkalmazására. Törekszik a sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén megszerzett ismeretei segítségével az algebra, a differenciálgeometria és az analízis közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggések szintézisére és azok magas szintű értékelésére. Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a fizikában felmerülő problémák megoldásában.

Autonómia és felelősség:

A sokaságokon való csoporthatások és a geometriai transzformáció csoportok területén szerzett ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Transzformációcsoportok. Csoporthatások sokaságokon. A hatások infinitézimális vizsgálata.
Tranzitív csoporthatás. Homogén terek. Effektív, primitív és imprimitív csoporthatás. Lokális és globális tranzitív csoporthatások osztályozása alacsony dimenzióban. Néhány globális csoporthatás a 2-dimenziós gömbfelületen, hengerfelületen, Möbiusz szalagon, Klein palackon és tóruszon. Nilpotens és felodható sokaságok. Kompakt Lie-csoportok hatásai.

Transformation groups. Group actions on manifolds. Infinitesimal behavior of actions. Transitive group actions. Homogenous spaces. Effective, primitive and imprimitive group actions. Classification of local and global transitive group actions in lower dimensions. Some global group actions on 2-dimensional sphere, on cylinder, on the Möbius strip, on the Klein bottle, and on torus. Nilmanifolds and solvmanifolds. Actions of compact Lie groups.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Frontális példa és feladat bemutatás. Házi feladatok önálló hallgatói megoldása.

Értékelés

A félév során egy zárthelyi dolgozat kerül megírásra. A gyakorlati jegy az itt elért pontszám alapján kerül megállapításra az alábbi módon:

50-59% - elégséges, 60-74% - közepes, 75-84% - jó, 85-100% - jeles.

Az így megszerzett osztályzat egyetlen alkalommal javítható.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

V.V. Gorbatsevich, A.L. Onishchik, E.B. Vinberg: Foundations of Lie Theory and Lie Transformation Groups, Springer, 1997.

J. Hilgert, K.H. Neeb: Structure and Geometry of Lie Groups, Section 10., Springer, 2012.

L. Eugene: Notes on Lie Groups, Sections: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 24. 2012. http://www.math.uiuc.edu/~lerman/519/s12/427notes.pdf

A.L. Onishchik, R. Sulanke: Projective and Cayley-Klein Geometries. Springer, 2006.

N.H. Ibragimov: Transformation Groups Applied to Mathematical Physics, D. Reidel Publishing Company, 1985.

Szenthe János: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe, Eötvös Kiadó, 2002.

F. W. Warner: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, Springer, 1983.

Heti bontott tematika

1. hét	Feladatok és példák transzformáció csoportokra. Feladatok klasszikus lineáris Lie-csoportok témakörben. TE: A hallgatók képessé válnak feladatok megoldására a transzformáció csoportok és a klasszikus lineáris Lie-csoportok témakörben.
2. hét	Effektív csoport hatások. Orbit és izotrópia csoport. Dimenzió formula. TE: A hallgatók képessé válnak konkrét csoporthatások orbit és izotrópia csoportjainak meghatározására.
3. hét	Egyparaméteres részcsoportok által indukált infinitézimális csoport hatások. TE: A hallgatók megismernek konkrét egyparaméteres részcsoportok által indukált infinitézimális csoport hatásokat és megismerik az infinitézimális csoport hatások leírását.
4. hét	Alacsony dimenziós Lie-algebrák és Lie-csoportok osztályozása. TE: A hallgatók megismerik az alacsony dimenziós Lie-algebrák és Lie-csoportok osztályozását.
5. hét	Tranzitív transzformáció csoportok konstrukciója és jellemzése. Az S^n gömbfelület, RP^n valós projektív tér, Stiefel és Grassmann sokaságok csoport modelljei. TE: A hallgatók megismerik az S^n gömbfelület, RP^n valós projektív tér, Stiefel és Grassmann sokaságok csoport modelljeit.
6. hét	A GL(2,R), SL(2,R), SO(3,R) Lie-csoportok összes Lie részcsoportjai konjugált osztályainak meghatározása. TE: A hallgatók képessé válnak a GL(2,R), SL(2,R), SO(3,R) Lie-csoportok összes Lie rész-

	csoportjai konjugált osztályainak meghatározására.
7. hét	Principális nyalábok. Fibrált nyalábok. TE: A hallgatók megismerik a principális és a fibrált nyalábokat.
8. hét	Tenzor nyalábok. Lie derivált. TE: A hallgatók megismerik tenzor mezők Lie deriválását.
9. hét	Riemann szimmetrikus terek csoport modellje. Euklideszi, hiperbolikus, szférikus és elliptikus geometriák. TE: A hallgatók tisztában lesznek a Riemann szimmetrikus terek csoport modelljével és a hozzájuk tartozó geometriákkal.
10. hét	Feltételei annak, hogy tranzitív hatások redukciója egy részcsoportra tranzitív legyen. Tranzitív hatások közötti inklúziók. Lie-csoportok és Lie-algebrák megfelelő felbontásai. TE: A hallgatók tisztában lesznek annak feltételeivel, hogy tranzitív hatások redukciója egy részcsoportra tranzitív legyen.
11. hét	Tranzitív transzformáció csoporthoz rendelt Lie-algebra pár. Az univerzális lefedő transzformáció csoport. Primitív és imprimitív csoport hatások. Tranzitív csoport hatások kompakt homogén tereken. TE: A hallgatók megismerik a primitív és imprimitív csoport hatásokat és néhány tranzitív csoport hatást kompakt homogén tereken.
12. hét	Példák nilsokaságokra, izometria-csoportjuk. Metrikák nilpotens Lie-algebrákon. Példák feloldható sokaságokra (Möbiusz szalag, Klein palack). TE: A hallgatók megismernek példákat nilsokaságokra, izometria-csoportjukra, feloldható sokaságokra.
13. hét	Tranzitív csoport hatások 1- és 2-dimenziós sokaságokon. Osztályozásuk. TE: A hallgatók megismernek tranzitív csoport hatásokat 1- és 2-dimenziós sokaságokon, tisztában lesznek az osztályozásukkal.
14. hét	Zárthelyi dolgozat. TE:-

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Differenciálgeometria számítógépes támogatással</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMMG0313</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Computer-aided differential geometry</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE TTK Matematikai Intézet, Geometria Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Típus</td><td colspan="5">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td colspan="2">Gyakorlat</td><td colspan="2">Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali | N</td><td>Heti | 0</td><td colspan="2">Heti | 2</td><td colspan="2">Heti | 0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező |</td><td>Féléves |</td><td colspan="2">Féléves |</td><td colspan="2">Féléves |</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="4">Dr. Nagy Ábris</td><td>beosztása:</td><td>egyetemi tanársegéd</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

képesek legyenek geometriai objektumok vizuális megjelenítésére valamely komputeralgebrai program segítségével. Megismerjék az implicit görbék és implicit felületek ábrázolásának módszereit, az ezekre vonatkozó interpolációs eljárásokat, valamint elsajátítsák a variációszámítási feladatok számítógépes megoldásának módszereit.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

A parametrizált és implicit görbe-, illetve felületmodellezés, valamint variációszámítás problémáin keresztül összefüggéseiben ismeri a lineáris algebra, a többváltozós függvények analízis és a geometria eredményeit. Jártas az absztrakt lineáris algebrai és differenciálgeometriai gondolkodásban és fogalomalkotásban.

Képesség:

Képes a lineáris algebra, a többváltozós függvények analízise és a geometria területén megszerzett tudásának alkalmazására az implicit görbék és felületek ábrázolásához és differenciálgeometriai tulajdonságaik megismerésére. Képes a számítástechnika eszközeinek alkalmazásával a természetben és a műszaki életben felmerülő variációszámítási, valamint görbe- és felület modellezési feladatok megoldására. Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modellezésére a modern görbe- és felületillesztés eredményeit felhasználva a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.

Attitűd:

Törekszik a modern variációszámítás, valamit görbe- és felületillesztés eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására. Tudatában van annak, hogy az implicit görbék és függvények, valamint a fraktálok ábrázolása során megszerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában. Nyitott és fogékony a variációszámítás, valamit görbe- és felületillesztés területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.

Autonómia és felelősség:

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az implicit görbék és felületek ábrázolása és a variációszámítás területén megszerzett tudásának mértékét. Magas szintű lineáris algebrai és differenciálgeometriai ismeretei birtokában önállóan választja meg a variációszámítási, valamit görbe- és felületillesztési problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.

A kurzus tartalma, témakörei

Geometriai objektumok vizualizációja valamely komputeralgebrai program segítségével, valamint a geometria néhány területével kapcsolatos szimbolikus és numerikus számítások végzése. Az érintett geometriai fejezetek: geometriai transzformációk, Moebius transzformációk és hiperbolikus geometria. Parametrizált görbék, implicit görbék a síkon. Parametrizált és implicit felületek. Interpolációs görbék és felületek, szplájnok. Poliéderek. A variációszámítás elemei. Fraktálok.

Visualization of geometric objects with the help of computer algebra system, symbolic and numeric computation. Geometric transformations, Moebius transformations, hyperbolic geometry. Parameterized curves and implicit curves in the plane. Parameterized and implicit surfaces. Interpolating curves and surfaces, splines. Polyhedra. Calculus of variations. Fractals.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Csoportos és önálló feladatmegoldás számítógéppel.

Értékelés

Házi feladatok és zárthelyi dolgozatok alapján ötfokozatú skálán.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

1. Rovenski, V. Modeling of Curves and Surfaces with Matlab(R). Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology, 2010.

2. S. Gray, E. Salamon: Abbena: Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, Chapman & Hall/CRC, 2006.

Heti bontott tematika	
1. hét	Geometriai transzformációk. TE: A hallgatók megismerik a különböző geometriai transzformációkat és azok számítógépes reprezentációinak lehetőségeit.
2. hét	Hiperbolikus geometria, Möbius transzformációk. TE: A hallgatók megismerik a hiperbolikus geometria transzformációit különös tekintettel a Möbius transzformációkra.
3. hét	Parametrizált görbék és felületek. TE: A hallgatók elsajátítják a parametrizált görbék és felületek számítógépes megjelenítésének módszereit.
4. hét	Görbület és torzió. TE: A hallgatók elsajátítják a görbület és torzió kiszámításának, illetve becslések készítésének hatékony módszereit számítógép segítségével.
5. hét	Implicit görbék a síkon és ábrázolásuk. TE: A hallgatók megismerik az implicit görbék ábrázolásának lehetőségeit és nehézségeit, valamint az alkalmazhatóság korlátait.
6. hét	Implicit felületek és ábrázolásuk. TE: A hallgatók megismerik az implicit felületek ábrázolásának lehetőségeit és nehézségeit, valamint az alkalmazhatóság korlátait.
7. hét	Nevezetes görbék: Multifokális ellipszisek. Lemniszkáták és Cassini-görbék. Láncgörbe. TE: A hallgatók megismerik a fizikai problémákhoz kötődő nevezetes görbéket és azok differenciálgeometriai tulajdonságait.
8. hét	Nevezetes felületek.

	TE: A hallgatók megismerik a fizikai problémákhoz kötődő nevezetes felületeket és azok differenciálgeometriai tulajdonságait.
9. hét	Konvex görbék közelítése multifokális ellipszisekkel. TE: A hallgatók megismerik a konvex görbék közelítésének egy speciális módszerét és annak korlátait.
10. hét	Interpolációs görbék és felületek. Szpáljnok. TE: A hallgatók elsajátítják a görbék és felületek közelítő megadásának módszereit.
11. hét	Poliéderek. TE: A hallgatók elsajátítják az általános (nem konvex) poliéderek ábrázolásához szükséges ismereteket.
12. hét	Fraktálok és tér kitöltő görbék. TE: A hallgatók megismerik a fraktálok és ezen belül a térkitöltő görbék ábrázolásának lehetőségeit és nehézségeit.
13. hét	Variációszámítás számítógéppel TE: A hallgatók elsajátítják a variációszámítási problémák pontos, illetve közelítő megoldásait szolgáltató számítógépes eljárásokat.
14. hét	Variációszámítással kapcsolatos fizikai problémák modellezése TE: A hallgatók megismerkednek néhány variációszámítással kapcsolatos fizikai problémával és azok matematikai modellezésével.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Valószínűségelmélet**				Kódja:	**TTMMG0401**	
		angolul:		**Probability theory**						
2017/2018/1										
Felelős oktatási egység:				**DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**						
Kötelező előtanulmány neve:				-				Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Fazekas István**		beosztása:	**egyetemi tanár**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

képesek legyenek a valószínűségszámítás feladatainak megoldására.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Ismeri a matematika alapvető módszereit a valószínűségszámítás területén.

Ismeri az elméleti matematika alapvető összefüggéseit a valószínűségszámítás területén.

Képesség:

Képes a mennyiségi adatokból minőségi következtetéseket levonni. Képes a valószínűségszámítás területen megszerzett ismereteinek alkalmazására. Képes az valószínűségszámítás területén új összefüggések átlátására, feltárására.

Attitűd:

Törekszik a matematikai ismereteinek minél szélesebb körű alkalmazására. A megszerzett matematikai ismeretei alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására. Nyitott a más szakterületek sajátos problémáinak felismerésére, az ott dolgozó szakemberekkel való szakmai együttműködésre, a szakterület-specifikus problémák matematikai átfogalmazására.

Autonómia és felelősség:

Felelősen értékeli a matematikai eredményeket, azok alkalmazhatóságát, alkalmazhatósági korlátait. Tisztában van a matematikai tudományos kijelentések értékével, azok alkalmazhatóságával, korlátaival. Képes a matematikai elemzések eredményeiből következő önálló döntések meghozatalára.

A kurzus tartalma, témakörei

Valószínűség, valószínűségi változók, eloszlások. A valószínűségszámítás aszimptotikus tételei.

Probability, random variables, probability distributions. Asymptotic theorems of probability theory.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Számolási gyakorlat, eloszlások számítógépes szemléltetése.

Értékelés

Zárthelyi dolgozat, gyakorlati jegy.

Kötelező olvasmány:

Fazekas István: Valószínűségszámítás. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.

Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Szegedi Egyetemi Kiadó, Polygon, 2010.

Ajánlott szakirodalom:

Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.

Ferenczy Miklós: Valószínűségszámítás és alkalmazása. Feladatgyűjtemény. Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.

Heti bontott tematika

1. hét	Statisztikai megfigyelések szemléltetése, diagramok, numerikus jellemzők. Események. TE: A hallgató képes lesz megfigyelések jellemzőit meghatározni.
2. hét	A valószínűség kombinatorikus és geometriai kiszámítása. Feltételes valószínűség, függetlenség. TE: A hallgatók képesek lesznek valószínűségek kiszámolására.
3. hét	Teljes valószínűség tétele és a Bayes-tétel alkalmazásai. Példák diszkrét valószínűségi változókra. TE: A hallgatók képesek lesznek egyszerű valószínűségszámítási tételek alkalmazására..
4. hét	Hipergeometrikus, binomiális és Poisson-eloszláshoz vezető példák. TE: A hallgatók képesek lesznek a diszkrét eloszlásokat alkalmazni.
5. hét	Eloszlásfüggvények és sűrűségfüggvények tulajdonságai, példák. TE: A hallgatók képesek lesznek az abszolút folytonos eloszlásokat alkalmazni.
6. hét	Várható érték, szórás, medián kiszámítása. Feladatok egyenletes, exponenciális és normális eloszlások körében. TE: A hallgatók képesek lesznek várható érték, szórás, medián kiszámítására.
7. hét	Példák együttes diszkrét eloszlásra, eloszlásfüggvényre, sűrűségfüggvényre. Függetlenség, korrelációs együttható. TE: A hallgatók képesek lesznek együttes eloszlásokat kezelni.
8. hét	Nevezetes többdimenziós eloszlások: egyenletes, multinomiális. TE: A hallgatók képesek lesznek többdimenziós eloszlásokat kezelni.
9. hét	A normális eloszlásból származó eloszlások. TE: A hallgatók képesek lesznek a statisztikában használatos eloszlásokat kezelni.
10. hét	Nagy számok törvénye alkalmazásai: Monte Carlo-módszerek. TE: A hallgatók képesek lesznek alkalmazni a nevezetes egyenlőtlenségeket és a nagy számok törvényeit.
11. hét	Karakterisztikus függvények kiszámolása és alkalmazásaik. TE: A hallgatók képesek lesznek karakterisztikus függvényeket meghatározni és alkalmazni.
12. hét	A konvergencia típusok szemléltetése. Konvergencia normális és Poisson-eloszláshoz. A véletlen bolyongás aszimptotikus viselkedése. TE: A hallgatók képesek lesznek határeloszlás-tételeket alkalmazni.
13. hét	Nevezetes eloszlások esetén a feltételes eloszlás és a feltételes várható érték kiszámolása. TE: A hallgatók képesek lesznek feltételes eloszlásokat alkalmazni.
14. hét	A nevezetes eloszlások összehasonlító elemzése és alkalmazásaik.

	TE: A hallgatók képesek lesznek eloszlásokat felismerni és alkalmazni.

A tantárgy neve:		magyarul:		**Sztochasztikus folyamatok**					Kódja:	**TTMMG0402**	
		angolul:		**Stochastic processes**							
2017/2018/1											
Felelős oktatási egység:				**DE IK, Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**							
Kötelező előtanulmány neve:				-					Kódja:	-	
Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve	
		Előadás		Gyakorlat		Labor					
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**	
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves					
Tantárgyfelelős oktató				neve:		**Dr. Barczy Mátyás**			beosztása:	**egyetemi docens**	

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék és elsajátítsák a sztochasztikus folyamatok bevezető elemeit, az előadáson elhangzott definíciók, tételek és bizonyítási módszerek példákon és alkalmazásokon keresztül történő elmélyítése útján.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

T1: Rendszerszinten ismeri a matematika tudományának módszereit a sztochasztikus folyamatok területén.
T2: Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit a sztochasztikus folyamatok területén.

Képesség:

K1: Képes a sztochasztikus folyamatok területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.
K2: Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza a sztochasztikus folyamatok fogalmait.
K3: Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére a sztochasztikus folyamatok segítségével.
K10: Képes a sztochasztikus folyamatok alkalmazására a természettudományokban felvetett problémákban.

Attitűd:

A1: Törekszik a sztochasztikus folyamatok új eredményeinek megismerésére.
A2: Törekszik a sztochasztikus folyamatok eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.
A6: Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.
A7: Tudatában van annak, hogy a sztochasztikus folyamatok tanulmányozása során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.

Autonómia és felelősség:

F1: Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a sztochasztikus folyamatok területén megszerzett tudásának mértékét.
F4: Tisztában van a matematikai gondolkodás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Feltételes várható érték általános fogalma, diszkrét és folytonos idejű Markov-láncok, diszkrét idejű martingálok, Wiener-folyamat, Wiener-folyamat szerinti sztochasztikus integrál (Itô-integrál), Itô-formula, sztochasztikus differenciálegyenletek, diffúziós folyamatok.

General notion of conditional expected value, discrete and continuous time Markov chains, discrete time martingals, Wiener processes, stochastic integration with the Wiener process (Itô integral), Itô’s formula, stochastic differential equations, diffusion processes.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Interaktív gyakorlati órák formájában, az elhangzottakat jegyzeteléssel rögzítve és zárthelyi dolgozat(ok) formájában számon kérve. A tanulást és számonkérést segédanyagok biztosításával és syllabus rendelkezésre bocsátásával segíti az oktató.

Értékelés

Zárthelyi dolgozat(ok), gyakorlati jegy formájában.

Kötelező olvasmány:

Nincsen.

Ajánlott szakirodalom:

Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Szegedi Egyetemi Kiadó, Polygon, 2010.
Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.
I. Karatzas, S. E. Shreve: Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer-Verlag, 1991.
N. Shiryayev: Probability, 2nd edition, Springer-Verlag, 1995.
S. M. Ross: Introduction to Probability Models, 10th edition, Academic Press, 2009.

Heti bontott tematika	
1. hét	Feltételes várható érték szigma-algebrára vonatkozó általános fogalma: feladatok a definíció, az alaptulajdonságok gyakorlására, illetve arra vonatkozóan, hogy egy valószínűségi változó által generált szigma-algebrára vonatkozó feltételes várható érték a feltétel alkalmas mérhető függvénye. TE: A hallgató képes a szigma-algebrára vonatkozó feltételes várható érték meghatározására az egyszerűbb esetekben.
2. hét	Példák sztochasztikus folyamatokra, feladatok a véges dimenziós eloszlás, független növekményűség, stacionárius növekményűség fogalmának gyakorlására, illetve a várható érték függvény és a kovariancia függvény számolására. TE: A hallgató képes ellenőrizni, hogy egy sztochasztikus folyamat független növekményű-e, stacionárius növekményű-e, illetve képes a várható érték függvény és a kovariancia függvény számolására.
3. hét	Diszkrét idejű Markov-láncok: példák és feladatok a definíció, a kezdeti eloszlás, az átmenet-valószínűségi mátrix, a Kolmogorov-Chapman egyenletek és az állapotok osztályozásának a gyakorlására, továbbá a Markov-láncok szimulálásának bemutatása az R programnyelvben. TE: A hallgató képes a diszkrét idejű Markov-tulajdonság ellenőrzésére, az átmenetvalószínűségi mátrix felírására egyszerűbb példákban, továbbá képes az állapotok osztályozását elkészíteni.
4. hét	Diszkrét idejű Markov-láncok: feladatok a visszatérőségi kritérium használatára, a stacionarius eloszlás meghatározására, az ergodicitás és az átmenetvalószínűségek konvergenciájának vizsgálatára. TE: A hallgató tudja használni a visszatérőségi kritériumot, képes eldönteni, hogy létezik-e stacionárius eloszlás, és ha igen, akkor azokat meg tudja határozni, képes az átmenetvaló-színűségek konvergenciájának vizsgálatára.
5. hét	Diszkrét idejű martingálok: feladatok a definíció, alaptulajdonságok és az opcionális megállási tétel gyakorlására. TE: A hallgató képes a martingáltulajdonság ellenőrzésére diszkrét esetben, képes az opcionális megállási tételt használni.
6. hét	Diszkrét idejű martingálok: feladatok aWald-azonosság, a martingálok és szubmartingálok konvergenciájának gyakorlására. TE: A hallgató képes a nevezetes martingáltételeket alkalmazni egyszerűbb, diszkrét idejű modellekben.
7. hét	Folytonos idejű Markov-láncok: feladatok az infinitézimális mátrixra, illetve a Kolmogorov-féle backward és forward differenciálegyenlet rendszerek használatára. TE: A hallgató képes a folytonos idejű Markov-tulajdonság ellenőrzésére, az infinitezimális mátrix interpretációjára és a Kolmogorov-féle backward és forward differenciálegyenlet rendszerek használatára.

8. hét	Folytonos idejű Markov-láncok: feladatok az állapotváltozás mechanizmusának, visszatérőségnek vizsgálatára, az átmenetvalószínűségek aszimptotikus viselkedésének leírására, az ergodikus és nullállapotok fogalmának és a stacionárius eloszlás meghatározására. TE: A hallgató képes a folytonos idejű Markov-láncok állapotváltozás mechanizmusának leírására egyszerűbb példákban, érti az átmenetvalószínűségi függvények aszimptotikus viselkedésének leírásának módszereit, képes a stacionárius eloszlás meghatározására.
9. hét	Feladatok Wiener-folyamatokra, példák Wiener-folyamatok olyan transzformáltjaira, melyek szintén Wiener-folyamatok. TE: A hallgató képes adott sztochasztikus folyamatok esetén ellenőrizni, hogy Wiener-folyamatról van-e szó.
10. hét	Példák és feladatok Gauss folyamatokra és a Wiener-folyamat esetén első elérési időkre. TE: A hallgató képes adott sztochasztikus folyamatok esetén ellenőrizni, hogy Gauss folyamatról van-e szó. Képes a Wiener-folyamat esetén az első elérési idő jellemzőinek számolására.
11. hét	Példák és feladatok a Wiener-folyamat szerinti sztochasztikus integrálra (Itô-integrálra). TE: A hallgató képes a Wiener-folyamat szerinti sztochasztikus integrál meghatározására egyszerűbb esetekben.
12. hét	Feladatok az Itô-formulára és alkalmazások sztochasztikus integrálok meghatározására. TE: A hallgató képes az Itô-formula használatára egyszerűbb esetekben.
13. hét	Példák és feladatok sztochasztikus differenciálegyenletekre, diffúziós folyamatokra elsősorban a pénzügyi matematika területéről. TE: A hallgató képes egyszerűbb diffúziós folyamatokkal kapcsolatos számolásokra (várható értékfüggvény, átmenetvalószínűségi sűrűségfüggvény).
14. hét	Számonkérés. TE: Egyéni felkészülés a számonkérésre.

<table>
<tr><td rowspan="2">A tantárgy neve:</td><td>magyarul:</td><td colspan="5">Opcióértékelés</td><td rowspan="2">Kódja:</td><td rowspan="2">TTMMG0404</td></tr>
<tr><td>angolul:</td><td colspan="5">Option pricing</td></tr>
<tr><td colspan="9">2017/2018/1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Felelős oktatási egység:</td><td colspan="7">DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kötelező előtanulmány neve:</td><td colspan="5">-</td><td>Kódja:</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2" colspan="2">Típus</td><td colspan="3">Heti óraszámok</td><td rowspan="2">Követelmény</td><td rowspan="2">Kredit</td><td rowspan="2" colspan="2">Oktatás nyelve</td></tr>
<tr><td>Előadás</td><td>Gyakorlat</td><td>Labor</td></tr>
<tr><td>Nappali</td><td>N</td><td>Heti 0</td><td>Heti 2</td><td>Heti 0</td><td rowspan="2">Gyakorlati jegy</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2" colspan="2">magyar</td></tr>
<tr><td>Levelező</td><td></td><td>Féléves</td><td>Féléves</td><td>Féléves</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tantárgyfelelős oktató</td><td>neve:</td><td colspan="3">Dr. Gáll József</td><td>beosztása:</td><td colspan="2">egyetemi docens</td></tr>
</table>

A kurzus célja, hogy a hallgatók

megismerjék elemi derivatívák árazását, a klasszikus eljárásokat és modelleket alkalmazzák, a modellek alkalmazásához kapcsolódó becslési, statisztika feladatokat megoldjanak, egyszerű közelítő eljárásokat alkalmazzanak az opcióár becslésére alkalmas matematikai-statisztikai programcsomag segítségével.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Felismeri és érti az egyszerű derivatív pozíciókat. Érti és alkalmazza az arbitrázsmentességen alapuló alapvető opcióárazási módszereket, ismeri azok korlátait.

Képesség:

Megold az opcióárazási alapmodellek alkalmazásához szükséges kapcsolódó statisztikai és numerikus feladatokat, illetve opcióárazási feladatokat.

Attitűd:

Nyitott a modern pénzügyi, kockázatkezelési szakmai innovációkra és hitelesen képviseli a pénzügyi szakma alapvető etikai normáit, elveit.

Autonómia és felelősség:

Feladatvégzéskor a pénzügyi szakmai döntések során figyelembe veszi azok tágabb következményeit a vállalkozás tevékenységére. Tisztában van a dervatívák alkalmazásának összetettségével, az egyes pozíciókhoz kapcsolódó kockázatokkal és modellek alkalmazási korlátaival.

A kurzus tartalma, témakörei

Derivatívák, derivatív piacok működésének alapjai, a derivatívák árazása, az arbitrázsmentesség, arbitrázs stratégiák, bináris modellek, Black-Scholes modell, folytonos modellek, MC szimuláció, opcióárt közelítőmódszerek, modellparaméterek becslése, modellek és feltételeik vizsgálata, tesztelése.

The students get to know about the fundamental derivatives and their roles, the fundamentals of the mechanism of derivatives markets, the principles of pricing derivatives, the principle of arbitrage-freeness and how to apply it, some classical models and problems and methods related to their fitting and applications.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Az alkalmazott módszereket gyakorlati példákon vizsgáljuk, teszteljük, kitérve szimulációs és közelítő opcióárazási módszerek használatára, melyhez statisztikai (pénzügyi) programcsomagokat (pl. R) használunk.

Értékelés

A kurzus írásbeli dolgozattal zárul, mely gyakorlati kérdéseket tartalmaz.

Kötelező olvasmány:

Hull, J. C.: Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek, Panem-Prentice Hall, 1999.

Ajánlott szakirodalom:

Gáll J. és Pap Gy. (2010): Bevezetés a pénzügyi matematikába, Polygon, Szeged.

Barczy M. és Gáll J. (2010): Pénzügyi matematika példatár II, Polygon, Szeged.

Heti bontott tematika	
1. hét	Derivatívák, csoportosításuk. TE: Ismerik a pénzügyi derivatívákat és szerepüket a kockázatkezelésben.
2. hét	Határidős ügyletek, egyszerű opciók. Kifizetési függvények, profit. Példák. TE: Ismeri elemi derivatívák kifizetését, a pozíció korlátait.
3. hét	Arbitrázs fogalma. Határidős ügyletek árazása. Határidős ár. TE: Meghatároz határidős árakat, határidős pozíciók értékét.
4. hét	Forward és futures szerződések árazása, speciális esetek. TE: Határidős árak és pozíciók értékének számolása egyes speciális formáit különböző alaptermékekre.
5. hét	Példák arbitrázsra. Opciós díjak tulajdonságai (alapfogalmak, tényezők, korlátok). TE: Alkalmazza az arbitrázsmentesség elvét derivatív pozíciók elemi tulajdonságainak megállapítására.
6. hét	Put-call paritás, korai lehívás. Elemei kereskedési stratégiák (részvény és egyszerű opci-ók kombinációi). TE: Érti az opciós pozíciók változását részvénypoziciós kombinációban, felírja azok ki-

	fizetési és profitfüggvényét, azonosítja a kapcsolódó kockázatokat.
7. hét	Kereskedési stratégiák opciókkal (különbözeti ügyletek, terpesz stratégiák variánsai). TE: Felírja az opciós kombinált pozíciók kifizetését, értelmezi az előnyeit, kockázatait.
8. hét	Opcióárazás bináris piacokon. Európai opciók árazása, fedezeti stratégia, arbitrázsmentesség. TE: Alkalmazza bináris piacokon az opcióárazási formulákat.
9. hét	Bináris, binomiális piacok. Árazás osztalék esetén, amerikai opciók árazása. TE: Képes alkalmazni bináris piacokon az opcióárazási formulákat, algoritmusokat.
10. hét	Bevezetés a folytonos idejű modellekbe. Piaci hatékonyság, volatilitás, a Black-Scholes piac alapjai. TE: Ismeri és képes tesztelni Black-Scholes piacok és hasonló folytonos idejű piacok esetén az alapfeltevéseket, teszteli a piaci hatékonyság gyenge formáját.
11. hét	A Black-Scholes formula használata, implikált volatilitás. TE: Tudja alkalmazni a BS formulát, implikált volatilitást számol, becsül.
12. hét	A Black-Scholes feltételek kritikai vizsgálata, tesztelése. Alternatív esetek. TE: Képes tesztelni az árfolyamok alaptulajdonságait, hozamok eloszlását vizsgálja. Opcióárat becsül, approximál.
13. hét	Görögök, delta fedezet. TE: Görögökre levezet a vizsgált modellekben formulákat. Delta fedezetet számít, elemez.
14. hét	Opciós árak becslési eljárásai, MC szimulációk, approximációk. TE: Alkalmazza az opciós díj elemi becslési módszereit.

A tantárgy neve:	magyarul:	**Többváltozós statisztika**	Kódja:	**TTMMG0403**
	angolul:	**Multivariate Analysis**		
2017/2018/1				
Felelős oktatási egység:		**DE IK Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék**		
Kötelező előtanulmány neve:		-	Kódja:	-

Típus		Heti óraszámok						Követelmény	Kredit	Oktatás nyelve
		Előadás		Gyakorlat		Labor				
Nappali	**N**	Heti	**0**	Heti	**2**	Heti	**0**	**Gyakorlati jegy**	**2**	**magyar**
Levelező		Féléves		Féléves		Féléves				

Tantárgyfelelős oktató	neve:	**Dr. Baran Sándor**	beosztása:	**egyetemi docens**

A kurzus célja, hogy a hallgatók

egy statisztikai szoftver (az R programnyelv) segítségével a gyakorlatban tudják alkalmazni a többváltozós statisztika alapvető módszereit.

Tanulás eredmények, kompetenciák: a hallgató

Tudás:

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit az algoritmuselmélet, az alkalmazott analízis, a diszkrét matematika, az operációkutatás, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika területén.

Összefüggéseiben ismeri az alkalmazott matematika eredményeit az algoritmuselmélet, az alkalmazott analízis, a diszkrét matematika, az operációkutatás, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika területén.

Ismeri az alkalmazott matematikai modellek megalkotásához és szimulálásához szükséges informatikai, számítástechnikai ismeretanyagot.

Ismeri a legfontosabb matematikai és statisztikai szoftverek használatát és azok matematikai hátterét, alkalmazhatóságuk korlátait.

Képesség:

Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modelljeinek megalkotására, a modern matematika eredményeinek felhasználására a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.

Képes a számítástechnika eszközeinek felhasználásával a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére.

Attitűd:

Nyitott és fogékony az alkalmazott matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új alkalmazási területeken való felhasználására, új eredmények elérésére.

Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

Autonómia és felelősség:

Magas szintű alkalmazott matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes alkalmazási problémák megoldása során használható módszereket, eljárásokat.

Tisztában van egyfelől a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, másfelől a matematika alkalmazása során adódó modellek korlátaival, így véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.

A kurzus tartalma, témakörei

Többdimenziós minta és jellemzői; főkomponens analízis; faktoranalízis; kanonikus korreláció analízis; osztályozási módszerek; klaszteranalízis; többdimenziós skálázás.

Multivariate sample and its properties, principal component analysis, factor analysis, canonical correlation analyis, methods of statistical classification, cluster analysis, multidimensional scaling.

Tervezett tanulási tevékenységek, tanítási módszerek

Programcsomag használata, szemléltetés.

Értékelés

Önállóan megoldandó feladatok, zárthelyi.

Kötelező olvasmány:

Ajánlott szakirodalom:

15. **A. J. Izenman: Modern Multivariate Statistical Techniques. Regression, Classification and Manifold Learning, Springer, 2008.**
16. **B. Everitt, T. Hothorn: An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R, Springer, 2011.**

Heti bontott tematika

1. hét	Szoftverismertetés, az R programnyelv alapjai, utasítások, adatstruktúrák. TE:
2. hét	R függvények használata, csomagkezelés. TE:
3. hét	Többdimenziós minta, leíró statisztikák. TE:
4. hét	Adatvizualizáció. TE:
5. hét	Főkomponens analízis az R segítségével. Esettanulmányok. TE:
6. hét	Faktoranalízis az R segítségével. Esettanulmányok. TE:
7. hét	Kanonikus korreláció analízis. Esettanulmányok. TE:
8. hét	Osztályozási módszerek: lineáris és kvadratikus diszkriminálás. Esettanulmányok. TE:
9. hét	Logisztikus regresszió. Esettanulmányok. TE:
10. hét	Klaszteranalízis: hierarchikus eljárások. Dendrogram, jégcsap ábra. Esettanulmányok. TE:
11. hét	K-közép eljárás. Esettanulmányok. TE:
12. hét	Többdimenziós skálázás. Klasszikus megoldás. Esettanulmányok. TE:
13. hét	Nem metrikus skálázás, a Shepard-Kruskal algoritmus. Esettanulmányok. TE:
14. hét	Support vector machines. Esettanulmányok. TE:

I.3. A képzési folyamat jellemzői

Az adott képzésben alkalmazni tervezett **oktatási-tanulási, tanulás-támogatási eszköztár, módszertan**, eljárások **bemutatása**

A képzés eszköztár és módszer terén a klasszikus alapokon nyugszik (tantermi előadások és kis létszámú gyakorlatok). Az alapozó tárgyak mindegyikéhez bőséges segédanyag áll rendelkezésre az Intézet könyvtárában vagy megbízható internetes oldalakon. Számos esetben ezeket az előadást követő jegyzeteket vagy példatárakat kollégáink írták. Minden oktató heti két alkalommal egy óra időtartamban fogadóórát tart, melyeken a hallgatók egyéni igény szerint újabb vagy további magyarázatot kaphatnak a elhangzottakhoz. A hallgatók kérésére az évközi írásbeli számonkérések előtt külön konzultációt tartunk. Egyre jelentősebb szerepet vállal az eredményes felkészülés biztosításában öntevékeny csoportunk, a Thalész-kör. Ennek vezetői doktoranduszok, köztársasági ösztöndíjasok és demonstrátorok, akik a legtöbb esetben maguk is vezetnek gyakorlatot. Készséggel vállalják hallgatótársaik folyamatos és megbízható szakmai felkészítését. Nagyban segíti a számonkérés és felkészülés eredményességét az oktatók személyes honlapján közzétett tantárgyi tájékoztatók. Ezek ugyanis, az adott előadás vagy gyakorlat alapadatai, számonkérésének feltételei és dátummal adott időpontjai mellett tartalmazzák a segédanyagok pontos könyvtári adatait illetve internetes elérhetőségeit, a tételsort, valamint a mintafeladatsorokat.

Az **értékelés és ellenőrzés** általános és sajátos módszerei, eljárásai és szabályai *(átfogó áttekintés)*
A **záróvizsga** szerkezete, tartalma, tematikája – az általános jellemzőkön túli esetleges sajátosságok, adaptálás, alkalmassá tétel az adott szakon előírt kompetenciák elsajátításának megfelelő ellenőrzésére

A számonkérési módszerek túlnyomó részben a szokásosak, azaz szóbeli vagy írásbeli vizsgáztatás, zárthelyi dolgozatok íratása és beadandó dolgozatok. A gyakorlatokon írásbeli számonkérés történik, amelyek időpontjait a félév elején ismertetjük. A gyakorlatokat általában 60% teljesítéséhez kötjük, ám ehhez hozzájárulhat az órai munka értékelése. A szorgalmi időszak végén lehetőséget biztosítunk a gyakorlati jegy javítására, még az elégtelentől különböző érdemjegyek esetén is. Indokolt esetben az oktató és az oktatási felelős külön engedélyével igénybe vehető még egy javítási alkalom. Ezen az alkalmon egy, az egész félév anyagát felölelő dolgozat megírására kerül sor, melynek értékelési szempontjait az oktató határozza meg. Minden gyakorlatnak állandó eleme az előző gyakorlaton kiadott, önálló munkát igénylő feladatok ellenőrzése. E feladatok nagyrészt rutinpéldák, amelyek a megírandó dolgozatok anyagát hivatottak elsajátíttatni. Azonban kisebb részben, különösen az úgynevezett kiemelt csoportok esetében, komolyabb felkészülést feltételező, kiselőadás formájában elhangzó ismeretanyag. A vizsgák történhetnek szóban vagy írásban. Mivel a legtöbb gyakorlat saját érdemjeggyel zárul, ezért a vizsga értékelésekor azt nem vesszük figyelembe. Az aláírással záruló gyakorlatok esetében kiemelkedő szakmai teljesítmény esetén az oktató vizsgajegyet ajánlhat meg. A vizsgáztatásokon ügyelünk arra, hogy a tényanyag tudása mellett fölmérjük a hallgatók önálló gondolkodási készségét. Amennyiben a teljesítés szükséges feltételét bizonyos tételek és definíciók ismeretéhez kötjük, úgy e tételeket és definíciókat a tételsorban másképpen szedjük. Ritkábban alkalmazzuk azt a módszert is, hogy korábbi előadás anyagát kiselőadás formájában összefoglalhatja az erre vállalkozó hallgató. A kiselőadást az oktató értékeli és beszámítja a vizsgajegybe.

A záróvizsga szóbeli vizsga, melyet a Matematikai Intézet igazgatója által kijelölt, a Természettudományi és Technológiai Kar vezetése által jóváhagyott záróvizsga bizottság előtt kell letenni. A záróvizsga tételei a szakmai törzsanyag és a speciális modulok tárgyainak anyagát ölelik fel. A vizsgázó a törzsanyag tételeiből egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután egy másik törzsanyagos tételből és egy további, a hallgató főmoduljaiból (amiből legalább 10 kreditet teljesített) választott tételből ad a bizottság egy-egy kisebb fejezetet úgy, hogy a három tétel lényegesen különböző tárgykörű legyen, melyekből külön felkészülési időt követően. A bizottság a záróvizsga feleletet egy jeggyel értékeli.

A szak hallgatóinak felkészülési lehetőségei **továbblépésre** a **doktori képzésbe**
A **tehetséggondozás** kialakult intézményi/kari gyakorlata, módjai,
(esetleg) az adott képzésben **tervezett további sajátosságok**

Intézetünk adja a szakmai és tudományos hátterét a Matematikai és Számítástudományi Doktori Iskolának, mely 70 oktatóval, 20 témakiíróval, 17 témavezetővel és 8 törzstaggal rendelkezik. Mindhárom diszciplináris szak olyan ismeretanyagot nyújt, amely megfelelő szakmai alapot szolgáltat az esetleges doktori tanulmányok folytatásához is. Ehhez nagyban hozzájárult a 2017-től bevezetni kívánt, valamennyi diszciplináris szakunkat érintő átfogó tantervi reform.

A doktori képzést leginkább a matematikus mesterszak alapozza meg. Ennek egyik legfontosabb oka természetesen maga az ismeretanyag, amelybe igyekeztünk a jól képzett matematikus tudásához nélkülözhetetlen klasszikus tudás mellé a korszerű vívmányokat is beleágyazni. A másik fontos ok, hogy számos tárgy esetén nyitott problémákat, kutatási lehetőségeket is bemutatunk. Ezzel próbáljuk hallgatóinkat önálló gondolkodásra nevelni, problémafölvető és problémamegoldó képességekkel fölruházni. Az alkalmazott matematikus szakot nem tekintjük a doktori iskola elsődleges beiskolázási forrásának. Azonban számukra is nyitott a doktori tanulmányok folytatása, hiszen a megfelelő szakmai alapokkal és képességekkel ekkorra már rendelkeznek. E képességek birtokában pedig a későbbi kutatásokhoz szükséges ismeretanyagot könnyen meg tudják szerezni. További segítséget nyújt az esetleges doktori tanulmányokhoz a tehetséggondozás számos módja is.

Intézetünk rendszeres és kiterjedt tehetséggondozást végez nemcsak a már beiskolázott hallgatók körében, hanem a középiskolások számára is. A tehetséggondozás részben önerőből, részben pedig a Kar illetve a Debreceni Egyetem által e célt szolgáló szervezetei és rendezvényei segítségével történik az alábbiak szerint.

Tehetséggondozás középiskolás diákoknak:

1. Előadások középiskolásoknak. Fontosnak tartjuk mind a matematika, mind pedig az Intézet és a Kar népszerűsítését a középiskolások körében. E célt részben a nekik szánt előadásokkal valósítjuk meg. Az előadások címe és rövid leírása megtalálható a honlapunkon. Az igényeket jól mutatja, hogy rendszeres felkéréseket kapunk debreceni és vidéki középiskolákból.

2. Regionális szakkörök. Intézetünk két versenyt koordinál: a Református Iskolák Országos Versenyét és a Hajdú-Bihar Megyei Matematika Versenyt. Ezekre és egyéb országos versenyekre biztosít felkészítést az ősszel induló, 12 foglalkozást felölelő sorozat. Két alkalmanként egy-egy témakör kerül feldolgozásra környékbeli középiskolai tanárok bevonásával. Ezért a szakkör nemcsak a diákokkal, hanem a tanárokkal és középiskolákkal való élő kapcsolattartás eszköze.

3. Emelt szintű érettségi előkészítők. A foglalkozások télen indulnak, és teljesen hasonlóan szerveződnek, mint a szakkörök. Célkitűzéseiben is ugyanazokat az elveket próbáljuk megvalósítani.

4. Egyetemi és kari rendezvények. Kutatók Éjszakája, TTK Nyári Táborok.

Tehetséggondozás saját hallgatóinknak:

1. Kiemelt csoportok. Az elsőéves hallgatók a félév elején szintfelmérő dolgozatot írnak, amelyről előzetesen tájékoztatást kapnak. A dolgozat eredménye alapján a legjobbakat külön csoportba soroljuk. A számonkérések mindenütt egyformák és kiszámíthatók (mintafeladatsorokat teszünk közzé). Azonban a kiemelt csoport tagjai olyan ismereteket is elsajátítanak az adott tárgyakból, amelyek a később akár kutatási téma alapjául szolgálhatnak.

2. Maróthi György Emlékverseny. Az első és másodéves hallgatók 2012 óta vehetnek részt intézeti háziversenyen. A verseny feladatai csupán középiskolás tudást igényelnek, a legjobbak pénzdíjazást kapnak. Az ünnepélyes eredményhirdetésen lehetőséget biztosítunk arra, hogy a megoldásokat a megoldók ismertessék.

3. Matematikus Tudományos Diákkör. A kutatómunkát végző hallgatóink rendszeres résztvevői a Kari Tudományos Diákköri Konferenciáknak. Eredményeiket itt rendszeresen ismertetik, és a legjobbak az Országos Tudományos Diákköri Konferenciákon is előadnak.

4. Kari és egyetemi ösztöndíjak, szerveződések. A legkiválóbb hallgatóink személyes témavezetés mellett a DETEP keretében végzik kutatómunkájukat, részt vehetnek az ERASMUS program keretében külföldi tanulmányutakon. Lehetőségük van kiemelt szakmai ösztöndíj keretében a Tanszékek oktató-kutató munkáját segíteni. Számos díj (Dékáni Dicséret, TTK Emlékérem) formájában külön elismerést kaphatnak tanulmányaik végeztével.

5. Személyes témavezetés. Nem csupán szakdolgozat és diplomamunka elkészítését segíti a rendszeres és személyes konzultáció, hanem a DETEP, TDK során is (lásd föntebb).

6. Tanszékek támogatása. A tehetséges hallgatók többnyire valamelyik Tanszékhez csatlakoznak kutatómunkájuk során. Munkájukat tanszéki szemináriumok keretében bemutathatják, a legkiválóbbak részt vehetnek hazai vagy nemzetközi tudományos konferencián is. E konferenciák jellemzően az egyes Tanszékek tudományos kapcsolatrendszerének köszönhetők.

7. Faragó Tibor Díj. A névadó családja által gondozott, legkiválóbb tanárszakos hallgatóinknak adományozható

díjunk. Az elismerő oklevelet és az ezzel járó jelképes ajándékot a család jelenlétében, ünnepélyes keretek között veheti át a jelölt.

8. Thalész kör. A nemrég újraszerveződött Thalész-kör részben a tehetséges hallgatók felkarolását is szolgálja. Ezt részben meghívott előadókkal, részben pedig a kutatómunkát végző hallgatóink fölkérésével kívánják megvalósítani.

Az előírt kimeneti **szakmai kompetenciák** és a megszerzésüket biztosító **ismeretkörök, tantárgyak egymáshoz rendelése, áttekintő összegzése**

kialakítandó szakmai kompetenciák *(KKK 8. pont, tudás, képesség ….)*	**ismeretkörök/ tantárgyak**
Tudás	
Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit az analízis, algebra, számelmélet, geometria, diszkrét matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (matematikai statisztika) területén.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok. Játékelmélet Konvex optimalizálás
Összefüggéseiben ismeri az elméleti matematika eredményeit az analízis, algebra, számelmélet, geometria, diszkrét matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (matematikai statisztika) területén.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok. Játékelmélet Konvex optimalizálás
Jártas a matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokban.	Algebrai számelmélet Funkcionálanalízis Véges geom. és kódelmélet Algebrai geometria Topologikus fixponttételek Iteratív fixponttételek Absztrakt harmonikus anal. Geometriai transzf.csop. Algebrai topológia Variációszámítás Differenciáltopológia Lie-csoportok és Lie-alg.
Jártas az absztrakt matematikai gondolkodásban, a matematikai fogalomalkotásban.	Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok. Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok

	Köz. diff.egyenletek alk. Ortogonális polinomok Topologikus fixponttételek Banach-algebrák Disztribúciók és integráltr. Absztrakt harmonikus anal. Approximációelmélet Differenciaszámítás Geometriai szerkeszt. elm. Geometriai transzf.csop. Algebrai topológia Felületelmélet Differenciáltopológia Játékelmélet Konvex optimalizálás Többváltozós statisztika Idősorok elemzése Biztosítási matematika Információelmélet Statiszt. tanuló algoritm. Opcióértékelés
Alkotó módon ismeri a matematikai bizonyítás alapelveit, módszereit.	Fejezetek az algebrából Algor. diofantikus egy. mo. Diofantikus egyenletek Prímszámelmélet Kombinatorika és alkalm. Fejezetek a funkcionálanal. Függvényegyenletek Függvényegyenlőtlenségek Fourier-sorok Többvált. Fourier-sorok Differenciaszámítás Algebrai topológia Bev. a Finsler-geometriába Konvex geometria alkalm. Extrémum problémák Optimális folyamatok
Ismeri az új matematikai eredmények eléréséhez vezető kutatások speciális módszereit, problémamegoldó technikáit	Véges testek és alkalm. Algebrai kódelmélet Kommutatív algebra Véges csoportok és reprez. Modellelmélet Fejezetek az algebrából Algebrai geometria Algor. diofantikus egy. mo. Diofantikus egyenletek Effektív módsz. diof. egy. Elliptikus görbék Prímszámelmélet Kombinatorika és alkalm. Iteratív fixponttételek Fejezetek a funkcionálanal. Függvényegyenletek Függvényegyenlőtlenségek Nemsima analízis Fourier-sorok Többvált. Fourier-sorok Riemann-geometria Bev. a Finsler-geometriába Variációszámítás Vektoranal. sokaságokon Differenciálrsz. geom. elm. Diff.geom. számítóg. tám.

	Konvex geometria alkalm. Robotmodell. és kontrollel. Lie-csoportok és Lie-alg. Extrémum problémák Optimális folyamatok
Képesség	
Képes az analízis, algebra, számelmélet, geometria, diszkrét matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (matematikai statisztika) területén elsajátított matematikai módszerek alkalmazására.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok. Játékelmélet Konvex optimalizálás
Magabiztosan és alkotó módon alkalmazza az absztrakt matematikai fogalmakat.	Véges testek és alkalm. Algebrai kódelmélet Kommutatív algebra Véges csoportok és reprez. Modellelmélet Fejezetek az algebrából Algebrai geometria Algor. diofantikus egy. mo. Diofantikus egyenletek Effektív módsz. diof. egy. Elliptikus görbék Prímszámelmélet Kombinatorika és alkalm. Iteratív fixponttételek Fejezetek a funkcionálanal. Függvényegyenletek Függvényegyenlőtlenségek Nemsima analízis Fourier-sorok Többvált. Fourier-sorok Riemann-geometria Bev. a Finsler-geometriába Variációszámítás Vektoranal. sokaságokon Differenciálrsz. geom. elm. Diff.geom. számítóg. tám. Konvex geometria alkalm. Robotmodell. és kontrollel. Lie-csoportok és Lie-alg. Extrémum problémák Optimális folyamatok
Képes a matematika modern eredményeinek, összefüggéseinek szintézisére és magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.	Algebrai számelmélet Funkcionálanalízis Véges geom. és kódelmélet Algebrai geometria Topologikus fixponttételek Iteratív fixponttételek Absztrakt harmonikus anal. Geometriai transzf.csop. Algebrai topológia Variációszámítás Differenciáltopológia

	Lie-csoportok és Lie-alg.
Képes a szakterületén megkülönböztetni a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok.
Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modelljei megalkotására, a modern matematika eredményeinek felhasználására a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.	Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Kombinatorika és alkalm. Köz. diff.egyenletek alk. Játékelmélet Konvex optimalizálás Idősorok elemzése Opcióértékelés Biztosítási matematika Információelmélet Diszkrét optimalizálás
Képes a gyakorlati életben megfigyelhető összefüggések absztrakt szinten történő megragadására.	Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Kombinatorika és alkalm. Köz. diff.egyenletek alk. Játékelmélet Konvex optimalizálás Idősorok elemzése Opcióértékelés Biztosítási matematika Információelmélet Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok
Képes a matematikai szakterület problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok.
Képes a gyakorlati életben adódó döntéshelyzetek mögött esetlegesen rejlő optimalizációs problémák megfogalmazására, az azokból levonható következtetések nem-szakemberek számára való kommunikációjára.	Játékelmélet Konvex optimalizálás Extrémum problémák Optimális folyamatok Diszkrét optimalizálás
Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom.

	Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok.
Képes a matematikai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában.	Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Kombinatorika és alkalm. Köz. diff.egyenletek alk. Játékelmélet Konvex optimalizálás Idősorok elemzése Opcióértékelés Biztosítási matematika Információelmélet Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok
Képes a műszaki és a gazdasági életben működő bonyolult rendszerek áttekintésére, matematikai elemzésére és modellezésére, döntési folyamatok előkészítésére.	Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok Modellelmélet Játékelmélet Konvex optimalizálás Extrémum problémák Optimális folyamatok Többváltozós statisztika Idősorok elemzése Opcióértékelés
Képes a számítástechnika eszközeinek alkalmazásával a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére.	Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok Információelmélet Statiszt. tanuló algoritm.
Attitűd	
Törekszik a modern matematika új eredményeinek megismerésére.	Véges testek és alkalm. Algebrai kódelmélet Kommutatív algebra Véges csoportok és reprez. Modellelmélet Fejezetek az algebrából Algebrai geometria Algor. diofantikus egy. mo. Diofantikus egyenletek Effektív módsz. diof. egy. Elliptikus görbék Prímszámelmélet Kombinatorika és alkalm. Iteratív fixponttételek Fejezetek a funkcionálanal. Függvényegyenletek Függvényegyenlőtlenségek Nemsima analízis Fourier-sorok Többvált. Fourier-sorok Riemann-geometria Bev. a Finsler-geometriába Variációszámítás Vektoranal. sokaságokon Differenciálrsz. geom. elm. Diff.geom. számítóg. tám. Konvex geometria alkalm. Robotmodell. és kontrollel. Lie-csoportok és Lie-alg. Extrémum problémák Optimális folyamatok
Törekszik a modern matematika eredményeinek minél	Véges geom. és kódelmélet

szélesebb körű alkalmazására.	Gráfelmélet és alkalm. Kombinatorika és alkalm. Köz. diff.egyenletek alk. Játékelmélet Konvex optimalizálás Idősorok elemzése Opcióértékelés Biztosítási matematika Információelmélet Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok
Törekszik arra, hogy a megszerzett matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok.
Törekszik a matematika modern eredményei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.	Algebrai számelmélet Funkcionálanalízis Véges geom. és kódelmélet Algebrai geometria Topologikus fixponttételek Iteratív fixponttételek Absztrakt harmonikus anal. Geometriai transzf.csop. Algebrai topológia Variációszámítás Differenciáltopológia Lie-csoportok és Lie-alg.
Nyitott és fogékony a matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új kutatási területeken való alkalmazására, új tudományos eredmények elérésére.	Véges testek és alkalm. Algebrai kódelmélet Kommutatív algebra Véges csoportok és reprez. Modellelmélet Fejezetek az algebrából Algebrai geometria Algor. diofantikus egy. mo. Diofantikus egyenletek Effektív módsz. diof. egy. Elliptikus görbék Prímszámelmélet Kombinatorika és alkalm. Iteratív fixponttételek Fejezetek a funkcionálanal. Függvényegyenletek Függvényegyenlőtlenségek Nemsima analízis Fourier-sorok Többvált. Fourier-sorok Riemann-geometria Bev. a Finsler-geometriába Variációszámítás Vektoranal. sokaságokon Differenciálrsz. geom. elm. Diff.geom. számítóg. tám. Konvex geometria alkalm. Robotmodell. és kontrollel.

	Lie-csoportok és Lie-alg. Extrémum problémák Optimális folyamatok
Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.	Véges testek és alkalm. Algebrai kódelmélet Kommutatív algebra Véges csoportok és reprez. Modellelmélet Fejezetek az algebrából Algebrai geometria Algor. diofantikus egy. mo. Diofantikus egyenletek Effektív módsz. diof. egy. Elliptikus görbék Prímszámelmélet Kombinatorika és alkalm. Iteratív fixponttételek Fejezetek a funkcionálanal. Függvényegyenletek Függvényegyenlőtlenségek Nemsima analízis Fourier-sorok Többvált. Fourier-sorok Riemann-geometria Bev. a Finsler-geometriába Variációszámítás Vektoranal. sokaságokon Differenciálrsz. geom. elm. Diff.geom. számítóg. tám. Konvex geometria alkalm. Robotmodell. és kontrollel. Lie-csoportok és Lie-alg. Extrémum problémák Optimális folyamatok
Tudatában van annak, hogy a matematikai tanulmányai során szerzett speciális látásmódja segítheti a más tudományterületeken, alkalmazásokban felmerülő problémák innovatív megoldásában.	Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Kombinatorika és alkalm. Köz. diff.egyenletek alk. Játékelmélet Konvex optimalizálás Idősorok elemzése Opcióértékelés Biztosítási matematika Információelmélet Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok
Autonómia és felelősség	
Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg a matematika területén megszerzett tudásának mértékét.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok.
Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.	Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Kombinatorika és alkalm.

	Köz. diff.egyenletek alk. Játékelmélet Konvex optimalizálás Idősorok elemzése Opcióértékelés Biztosítási matematika Információelmélet Diszkrét optimalizálás Matematikai algoritmusok
Magas szintű matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes problémák megoldása során alkalmazandó módszereket, eljárásokat.	Véges testek és alkalm. Algebrai kódelmélet Kommutatív algebra Véges csoportok és reprez. Modellelmélet Fejezetek az algebrából Algebrai geometria Algor. diofantikus egy. mo. Diofantikus egyenletek Effektív módsz. diof. egy. Elliptikus görbék Prímszámelmélet Kombinatorika és alkalm. Iteratív fixponttételek Fejezetek a funkcionálanal. Függvényegyenletek Függvényegyenlőtlenségek Nemsima analízis Fourier-sorok Többvált. Fourier-sorok Riemann-geometria Bev. a Finsler-geometriába Variációszámítás Vektoranal. sokaságokon Differenciálrsz. geom. elm. Diff.geom. számítóg. tám. Konvex geometria alkalm. Robotmodell. és kontrollel. Lie-csoportok és Lie-alg. Extrémum problémák Optimális folyamatok
Tisztában van a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok.
Az absztrakt fogalomalkotásban, az elvont gondolkodásban való jártassága segítségével kialakított véleményét felelősen képviseli.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm.

	Sztochaszt. folyamatok.
Tudományos kutatásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb az etikai normák figyelembe vételével végezze.	Bev. a modern algebrába Bev. a modern analízisbe Fejezetek a geometriából Valószínűségelmélet Algebrai számelmélet Modern algebra Funkcionálanalízis Parciális diff.egyenletek Modern differenciálgeom. Véges geom. és kódelmélet Gráfelmélet és alkalm. Sztochaszt. folyamatok.

Hallgatói tájékoztatás: a kidolgozott **intézményi tájékoztató** kiadvány internetes elérhetősége (**link**): http://mat.unideb.hu/oktatas/nappali-tagozatos-kepzes/informaciok.html

A nemzetközi hallgatói mobilitásra felhasználható időszak, mobilitási ablak betervezése, a tantervhez illesztése

I.4. Idegen nyelven (is) tervezett képzés esetén kitöltendő (csatolandó):

- a *tantervi táblázat* (**I.1**) és a *tantárgyak leírása* (**I.2**) az előzőek szerint az **adott idegen nyelven**
- esetleges *eltérések* a magyar nyelvű képzéstől, ezek indokolása.

II. A KÉPZÉS SZEMÉLYI FELTÉTELEI

II. 1. A szakfelelős és a szakirány / specializáció felelősök

Felelősök neve és a felelősségi típus **szf**: *szakfelelős*, ***szif:*** *szakirányfelelős a szakiránya megadásával*, ***spec.f****: specializáció felelőse*[23], *a specializációja megadásával*		tud. fokozat /cím **(PhD/DLA/ CSc/ DSc/akad.)**	munkakör **(e/f tan/ e/f doc.)**	FOI-hez tartozás és munkaviszony típusa ***(AT,*** spec.f. lehet ***AR*)**	más vállalt szakfelelősség *(pl.**B, tM**)* /szakirány-felelősség (szif esetében pl. ***B/M*)**	**az ismeretanyag** *(ismeretkör(ök) / tantárgy(ak))* **összkreditértéke** amelyeknek **felelőse** a *szakon* / összesen az *intézményben*
Dr. Páles Zsolt	szf	PhD	e. docens	***AT***		14/25

II.2. Az oktatói kör: Tantárgylista – tantárgyak felelősei, oktatói

a képzés tanterv szerinti ISMERETKÖREI / TANTÁRGYAI	a képzés oktatói – felelősök és további bevont oktatók						
	Oktató neve (több oktató esetén, valamennyi oktató feltüntetése mellett a tantárgy blokkjában a **tantárgy felelőse** legyen **az első helyen**	**tud. fok.** /cím (PhD/ DLA/ CSc/ DSc/ akad.)	**munkakör** (ts. / adj./ mo./ e/f doc./ e/f tan./ tud. mts./ egyéb)	**FOI-hez tartozás** és munka-viszony típusa ***(AT/AR/ AE/V)***	**részvétel** (részben vagy egészben) elméleti **I/N** — **ismeret átadásában**	**részvétel** gyak.-i **I/N**	**az ismeretanyag** *(ismeretkör(ök) / tantárgy(ak))* **összkreditértéke** amelyeknek **felelőse** a *szakon* /összesen az *intézményben*
az alapozó ismeretek tantárgyai - oktatói							
Bevezetés a modern algebrába	Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	9/19
	Dr. Pongrácz András	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	15/25
Bev. a modern analízisbe	Dr. Gát György	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/24
Fejezetek a geometriából	Dr. Kozma László	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/26
	Dr. Figula Ágota	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/23
Valószínűségelmélet	Dr. Fazekas István	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	9/25
	Dr. Baran Ágnes	Phd	e. adjunktus	***AT***	I	I	0/18
a törzsanyag tantárgyai - oktatói							
Algebrai számelmélet	Dr. Bérczes Attila	DSc	e. docens	***AT***	I	I	15/25
	Dr. Hajdu Lajos	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	3/33
Modern algebra	Dr. Pongrácz András	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	15/25
	Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	9/24
Funkcionálanalízis	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25
	Dr. Gát György	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/24
Parciális differenciálegyenletek	Dr. Fazekas Borbála	PhD	e. tanársegéd	***AT***	I	I	8/17
	Dr. Novák-Gselmann Eszter	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	11/20
Modern differenciálgeometria	Dr. Tran Quoc Binh	PhD	tud. főmunkatárs	***AT***	I	I	13/13
	Dr. Muzsnay Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	3/30
Véges geometriák és kódelmélet	Dr. Szilasi Zoltán	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	8/15
	Dr. Figula Ágota	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/23

Gráfelmélet és alkalmazásai	Dr. Nyul Gábor	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	15/10
Sztochasztikus folyamatok	Dr. Barczy Mátyás	PhD	e. docens	***AT***	I	I	12/23

a speciális modulok tantárgyai - oktatói

Algebra modul							
Véges testek és alkalmazásai	Dr. Bérczes Attila	DSc	e. docens	***AT***	I	I	15/25
	Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	9/19
Algebrai kódelmélet	Dr. Pink István	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	10/23
Kommutatív algebra	Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	9/19
	Dr. Pongrácz András	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	15/25
Véges csoportok és reprez.	Dr. Pongrácz András	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	15/25
	Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	9/19
Modellelmélet	Dr. Pongrácz András	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	15/25
	Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	9/19
Fejezetek az algebrából	Dr. Pongrácz András	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	15/25
	Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	9/19
Számelmélet modul							
Algebrai geometria	Dr. Tengely Szabolcs	PhD	e. docens	***AT***	I	I	7/24
	Dr. Hajdu Lajos	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	3/33
Algor. diofantikus egy. mo.	Dr. Gaál István	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	4/19
Diofantikus egyenletek	Dr. Pintér Ákos	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	8/29
	Dr. Bérczes Attila	DSc	e. docens	***AT***	I	I	15/25
Effektív módsz. diof. egy.	Dr. Pink István	PhD	e. adjunktus	***AT***	I	I	10/23
Elliptikus görbék	Dr. Tengely Szabolcs	PhD	e. docens	***AT***	I	I	7/24
	Dr. Bérczes Attila	DSc	e. docens	***AT***	I	I	15/25
Prímszámelmélet	Dr. Hajdu Lajos	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	3/37
	Dr. Tengely Szabolcs	PhD	e. docens	***AT***	I	I	7/24
Diszkrét matematika modul							
Kombinatorika és alkalmazásai	Dr. Nyul Gábor	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	15/21

Diszkrét optimalizálás	Dr. Nyul Gábor	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	15/21
Matematikai algoritmusok	Dr. Bérczes Attila	DSc	e. docens	***AT***	I	I	15/25
	Dr. Bazsó András	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	0/15
Analízis modul							
Köz. diff. egyenletek alk.	Dr. Novák-Gselmann Eszter	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	11/20
	Dr. Lovas Rezső	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	6/11
Ortogonális polinomok	Dr. Boros Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/18
	Dr. Lovas Rezső	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	6/11
Topologikus fixponttételek	Dr. Bessenyei Mihály	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/30
	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25
Iteratív fixponttételek	Dr. Bessenyei Mihály	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/30
	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25
Banach-algebrák	Dr. Nagy Gergő	PhD	e. tanársegéd	***AT***	I	I	3/10
Fejezetek a funkcionálanal.	Dr. Novák-Gselmann Eszter	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	11/20
	Dr. Nagy Gergő	PhD	e. tanársegéd	***AT***	I	I	3/10
Függvényegyenletek	Dr. Mészáros Fruzsina	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	3/23
	Dr. Boros Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/18
Függvényegyenlőtlenségek	Dr. Boros Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/18
	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25
Disztribúciók és integráltr.	Dr. Fazekas Borbála	PhD	e. tanársegéd	***AT***	I	I	8/17
	Dr. Gát György	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/24
Absztrakt harmonikus anal.	Dr. Gát György	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/24
Nemsima analízis	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25
Approximációelmélet	Dr. Gát György	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/24
	Dr. Novák-Gselmann Eszter	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	11/20
Fourier-sorok	Dr. Gát György	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/24
Többvált. Fourier-sorok	Dr. Gát György	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/24
Differenciaszámítás	Dr. Novák-Gselmann Eszter	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	11/20
	Dr. Nagy Gergő	PhD	e. tanársegéd	***AT***	I	I	3/10

Geometria modul

Geometriai szerkeszt. elm.	Dr. Szilasi Zoltán	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	8/15
	Dr. Figula Ágota	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/23
Geometriai transzf. csop.	Dr. Figula Ágota	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/23
	Dr. Szilasi Zoltán	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	8/15
Riemann-geometria	Dr. Tran Quoc Binh	PhD	tud. főmunkatárs	***AT***	I	I	13/13
	Dr. Vincze Csaba	PhD	e. docens	***AT***	I	I	6/29
Algebrai topológia	Dr. Kozma László	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/26
	Dr. Muzsnay Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	3/30
Bev. a Finsler-geometriába	Dr. Lovas Rezső	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	6/11
	Dr. Vincze Csaba	PhD	e. docens	***AT***	I	I	6/29
Variációszámítás	Dr. Lovas Rezső	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	6/11
	Dr. Muzsnay Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	3/30
Vektoranal. sokaságokon	Dr. Vincze Csaba	PhD	e. docens	***AT***	I	I	6/29
	Dr. Lovas Rezső	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	6/11
Differenciálrsz. geom. elm.	Dr. Muzsnay Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	3/30
Felületelmélet	Dr. Tran Quoc Binh	PhD	tud. főmunkatárs	***AT***	I	I	13/13
	Dr. Kovács Zoltán	PhD	e. docens	***AR***	I	I	0/0
Diff.geom. számítóg. tám.	Dr. Nagy Ábris	PhD	e. tanársegéd	***AT***	I	I	5/16
	Dr. Kovács Zoltán	PhD	e. docens	***AR***	I	I	0/0
Konvex geometria alkalm.	Dr. Vincze Csaba	PhD	e. docens	***AT***	I	I	6/29
	Dr. Kovács Zoltán	PhD	e. docens	***AR***	I	I	0/0
Differenciáltopológia	Dr. Kozma László	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/26
	Dr. Muzsnay Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	3/30
Robotmodell. és kontrollel.	Dr. Figula Ágota	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/23
Lie-csoportok és Lie-alg.	Dr. Figula Ágota	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/23

Operációkutatás modul

Játékelmélet	Dr. Boros Zoltán	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/18
Konvex optimalizálás	Dr. Bessenyei Mihály	PhD	e. docens	***AT***	I	I	11/30
	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25
Extrémum problémák	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25

Optimális folyamatok	Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tan.	***AT***	I	I	14/25
Sztochasztika modul							
Többváltozós statisztika	Dr. Baran Sándor	PhD	e. docens	***AT***	I	I	5/18
	Dr. Barczy Mátyás	PhD	e. docens	***AT***	I	I	12/23
Idősorok elemzése	Dr. Barczy Mátyás	PhD	e. docens	***AT***	I	I	12/23
	Dr. Terdik György	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	0/0
Opcióértékelés	Dr. Gáll József	PhD	e. docens	***AT***	I	I	5/18
Biztosítási matematika	Dr. Barczy Mátyás	PhD	e. docens	***AT***	I	I	12/23
	Dr. Gáll József	PhD	e. docens	***AT***	I	I	5/18
Információelmélet	Dr. Pintér Ákos	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	8/29
	Dr. Bazsó András	PhD	e. adj.	***AT***	I	I	0/15
Statiszt. tanuló algoritm.	Dr. Fazekas István	DSc	e. tanár	***AT***	I	I	9/25

II.3. Összesítés az oktatói körről

a képzés **tantárgyainak száma** *(a szabadon választhatók nélkül!)* **felkínált** *(= köt.+köt. vál.)* / **felveendő**	az **intézményben folyó** képzésben résztvevő **összes oktató** száma	az összes oktatóból **tantárgy-felelős**	oktatók **minősítettsége**		**FOI-hez tartozás és munkaviszony típusa**				**munkaköri beosztás**					
			PhD/ CSc DLA	**DSc**	***AT***	***AR***	***AE***	***V***	**ts. / adj.**	**docens f.**	**docens e.**	**tanár f.**	**tanár e.**	**egyéb**
66/20	**33**	**29**	**25**	**8**	**31**	**1**			**12**		**13**		**7**	**1**

II.4. Az oktató személyi-szakmai adatai

Név: Dr. Páles Zsolt	**születési év: 1956**
felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve	
Okleveles matematikus, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1980; Okleveles angol-magyar (matematikus) szakfordító, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1986.	
jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!	
Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, tanszékvezető egyetemi tanár; Debreceni Egyetem, Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola vezetője 2008-tól.	
tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** (*„*dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)	
Egyetemi doktor (matematika, 1982); CSc (matematika, 1987); PhD. (matematika, 1997); DSc (matematika, 2001); dr. habil. cím (matematika, 2001); MTA levelező tagja (2016).	
az **eddigi oktatói tevékenység**	
Demonstrátorként 1977-től, oktatóként 1980-tól folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: alapozó analízis; differenciál- és integrálszámítás; közönséges differenciálegyenletek; iteratív és topologikus fixponttételek; konvex és nemsima analízis; ortogonális sorok és Fourier-sorok; mérték és integrálelmélet; funkcionálanalízis, nemlineáris funkcionálanalízis.	
az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata	

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- ***M. Bessenyei and Zs. Páles, Characterizations of higher-order monotonicity via integral inequalities,*** Proc. Royal Soc. Edinburgh Sect. A, 140 (2010), 723–736.
- J. Brzdęk, J. Chudziak and Zs. Páles, *A fixed point approach to stability of functional equations*, Nonlinear Anal., Theory, Methods, Appl. 74(17) (2011), 6728–6732.
- T. Kiss and Zs. Páles, *Implications between convexity properties of real functions*, J. Math. Anal. Appl. 434(2) (2016), 193–210.
- J. Makó and Zs. Páles, *On approximately convex Takagi type functions*, Proc. Amer. Math. Soc. 141 (2013), 2069–2080.
- Zs. Páles and P. Pasteczka, *Characterization of the Hardy property of means and the best Hardy constants*, Math. Inequal. Appl. 19(4) (2016), 1141–1158.

II. további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 216 megjelent, 2 elfogadott referált nemzetközi tudományos folyóiratcikk;
- 1750 független idézet (MTMT szerint);
- 275 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
- 32 tudománynépszerűsítő előadás;
- részvétel 11 kutatási pályázatban (ebből 5 alkalommal témavezetőként);
- kb. 30 nemzetközi tudományos konferencia szervezése;

- 2003-tól az Alkalmazott Matematikai Lapok és 2008-tól az Aequationes Mathematicae nemzetközi folyóirat főszerkesztője;
- 9 további nemzetközi tudományos folyóirat szerkesztőbizottságának a tagja;
- 4 nemzetközi konferenciasorozat (DKWS, CIA, ISFE, ICFEI) tudományos tanácsának a tagja;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- referálói munka (Mathematical Rewievs, 1987-től; Zentralblatt, 1992-től);
- Az MTA Doktori Tanácsának tagja 2017-től;
- A Debreceni Akadémiai Bizottság alelnöke 2014-től;
- A Debreceni Egyetem Professzori Klubjának alelnöke 2014-től;
- Az OTKA Műszaki és Természettudományi Kollégiumának tagja 2016-tól;
- A Bolyai János Kutatási ösztöndíj Kuratórium Szakértői Kollégiumának tagja 2016-tól;
- 50 BSc, MSc szakdolgozat és diplomamunka témavezetése;
- 9 PhD hallgató témavezetése (7 sikeresen védett doktorandusz);
- megyei szintű matematikai versenyek szervezése, feladatsorok összeállítás;
- Hajdú–Bihar Megyei Matematika Szakkör vezetése (1999–2002).

III. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- *1980: Rényi Kató-emlékdíj (Bolyai János Matematikai Társulat);*
- *1981: XV. OTDK Nívódíj;*
- *1983: Grünwald Géza-emlékérem (Bolyai János Matematikai Társulat);*
- *1988: Miniszteri Dicséret (Oktatási Miniszter);*
- *1992: Alexits György-díj (MTA Matematikai Tudományok Osztálya);*
- *1992-1993: Humboldt-ösztöndíj (Alexander von Humboldt Stiftung);*
- *1997-2000: Széchenyi Professzori Ösztöndíj**;***
- ***1998: A lengyelországi Marek Kuczma-verseny 1. díja;***
- ***2000: Bolyai Farkas-díj (Arany János Közalapítvány);***
- ***2001-2003: Széchenyi István-ösztöndíj;***
- ***2002: Címzetes főiskolai tanár (Nyíregyházi Bessenyei György Tanárképző Főiskola);***
- ***2004: Akadémiai Díj (MTA Elnöksége);***
- ***2009: Szent-Györgyi Albert-díj (Oktatási Miniszter);***
- ***2011: Szele Tibor-emlékérem (Bolyai János Matematikai Társulat);***
- ***2013-2014: Szentágothai János-ösztöndíj (Nemzeti Kiválósági Program);***
- *2014:* ***Széchenyi-díj;***

Név: Dr. Baran Sándor	**születési év: 1973**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, KLTE, 1995; Okleveles matematika tanár, angol-magyar szakfordító, KLTE, 1996.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök**), több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

DE Informatikai Kar, Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék – egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) *(friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)***,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (Matematika és számítástudományok) 2001; dr. habil, 2006.

az_eddigi oktatói tevékenység

22 év oktatói gyakorlat magyar nyelven és 15 év angol nyelven

Magyar nyelven oktatott tárgyak
PhD képzés: Fejezetek a sztochasztikus folyamatok elméletéből, Többváltozós statisztikai módszerek, Sztochasztikus algoritmusok.
Mesterképzés: Alkalmazott statisztika, Haladó információ- és kódelmélet, Rendszerelmélet, Többváltozós statisztika.
Alapképzés: Diszkrét matematika, Információelmélet, Komputerstatisztika, Statisztika, Statisztika számítógéppel, Valószínűségszámítás.

Angol nyelven oktatott tárgyak:

Mesterképzés: Applied Mathematics, Applied Statistics, Stochastic Processes (JKU, Linz), Stochastic Algorithms (Heidelberg University).

Alapképzés: Information Theory, Probability Theory and Statistics.

2013. március 1. és augusztus 31.: vendégprofesszor a Heidelbergi Egyetem Alkalmazott Matematikai Inézetében.

az **oktató szakmai/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. 5 jellemző publikáció!), kutatási-fejlesztési, alkotói, művészeti eredmények:

    - Baran, S., K-optimal designs for parameters of shifted Ornstein-Uhlenbeck processes and sheets. *J. Stat. Plan. Inference* **186** (2017), 28-41. (IF: 0.858; Statistics and Probability: Q2)
    - Baran, S., Lerch, S., Log-normal distribution based EMOS models for probabilistic wind speed forecasting. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **141** (2015), 2289–2299. (IF: 3.669; Atmospheric Science: D1)
    - Baran, S., Probabilistic wind speed forecasting using Bayesian model averaging with truncated normal components. *Comput. Stat. Data. Anal.* **75** (2014), 227–238. (IF: 1.400; Statistics and Probability: Q1)
    - Baran, S., Pap, G., Parameter estimation in a spatial unit root autoregressive model. *J. Multivariate Anal.* **107** (2012), 282–305. (IF: 1.063; Statistics and Probability: Q1)
    - Norberg, T., Rosén, L., Baran, Á. and Baran, S., On modelling discrete geological structures as Markov random fields. *Math. Geol.* **34** (2002), no. 1, 63–77. (IF: 0.527; Earth and Planetary Sciences: Q1)

42 referált folyóiratban, valamint 6 konferencia kiadványban megjelent dolgozat, társszerzője egy egyetemi jegyzetnek, szerzője egy elektronikusan publikált példatárnak. 45 előadás (2 kiemelt plenáris és 6 meghívott) és két poszter nemzetközi konferencián. 169 független hivatkozás. Kumulatív impakt faktor: 28.205

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség:

Elismerések:

- MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, 2015-2018;
- MTA, Gyires Béla Díj, 2012
- Debreceni Egyetem, Az Informatikai Kar Díja, 2006;
- MTA Bolyai Emléklap, 2005;
- MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, 2002-2004;
- Bolyai János Matematikai Társulat, Farkas Gyula Díj, 2004;
- Bolyai János Matematikai Társulat, Grünwald Géza Emlékdíj, 1999.

Név: Dr. Baran Ágnes	születési év: 1972

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

okl.matematikus , KLTE, 1995

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

DE Informatikai Kar

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) *(friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)***,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika és számítástud.) 2007

az eddigi oktatói tevékenység

Numerikus módszerek/Numerikus matematika (PTI, GI hallgatóknak) (labor 1998-tól, ea 2007-től)

Numerikus analízis (matematikus hallgatóknak) (gyakorlat 1996-tól, előadás 2001-től)

Disztkét matematika (gyak. 2007-től)

Lineáris programozás

Játékelmélet (ea+gyak 2016-ban)

Neurális hálózatok (labor 2016-ban)

Statisztikus tanuló algoritmusok (labor, 2017-ben)

Valószínűségszámítás gyak. (1995-1998)

Matematika 2., 3. gyak.

az **oktató szakmai/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. 5 jellemző publikáció!), kutatási-fejlesztési, alkotói, művészeti eredmények:

G. Stoyan, A. Baran, *Elementary Numerical Mathematics for Programmers and Engineers,* Birkhäuser, 2016

Baran Á., Stoyan, G., *Gauss-Legendre elements: a stable higher order non-conforming finite element family*, Computing, **79.** , no. 1, 1-21, 2007.

Stoyan, G., Baran Á., *Crouzeix-Velte decompositions for higher order finite elements.* Comput. Math. Appl. **51.** , 967-986. , 2006

Stoyan, G., Strauber, G., Baran, Á., *Generalizations to discrete and analytical Crouzeix-Velte decompositions.* Numer. Linear Algebra Appl. **11.** no. 5-6, 565-590., 2004.

Salamon, P., Baran, A., Vertse T., Distributions of the S-matrix poles in Woods-Saxon and cut-off Woods-Saxon potentials, Nuclear Physics A, 952, 1-17, 2016

II. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség:
Több, mint 20 év oktatói gyakorlat a numerikus matematika terén.

Egy angol nyelvű Numerikus matematika tankönyv a Birkhäuser kiadásában.

Egy hónapos kutatói ösztöndíj Göteborgban (Chalmers University of Technology, statisztikai modellezés, programfejlesztés, valós adatokra épülő optimalizációs feladat megoldása szimulált hűtéssel)

Név: **Dr. Barczy Mátyás**	**születési év: 1977**
felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve	
Okleveles matematikus, Debreceni Egyetem, 2001.	
jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén <u>aláhúzás</u> jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***<u>A</u>***) adott!	
Debreceni Egyetem, Informatikai Kar, Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék, egyetemi docens	
tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)	
PhD (matematika és számítástudományok, Debreceni Egyetem) 2006 dr. habil. cím (matematika és számítástudományok, Debreceni Egyetem) 2016	
az **eddigi oktatói tevékenység**	
Demonstrátorként 1999-től, doktoranduszként 2001-tól, oktatóként 2004-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában előadások és gyakorlatok formájában: valószínűségelmélet, sztochasztikus folyamatok, matematikai statisztika, pénzügyi matematika, biztosítási matematika és információelmélet. Valószínűségelmélet, sztochasztikus folyamatok és pénzügyi matematika témakörökben több tananyagokat is készítettem.	
az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata	

a (szűkebb) <u>szakterülethez kötődő</u> publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- **M. Barczy and G. Pap: *<u>Asymptotic properties of maximum likelihood estimators for Heston models based on continuous time observations</u>*, Statistics 50 (2) (2016), 389-417.**
- **M. Barczy, K. Körmendi and G. Pap: *<u>Statistical inference for 2-type doubly symmetric critical irreducible continuous state and continuous time branching processes with immigration,</u>* Journal of Multivariate Analysis 139 (2015), 92-123.**
- **M. Barczy, L. Doering, Z. Li and G. Pap: *<u>Stationarity and ergodicity for an affine two factor model,</u>* Advances in Applied Probability 46 (3) (2014), 878-898.**
- **M. Barczy, M. Ispány and G. Pap: *<u>Asymptotic behavior of CLS estimators for unstable INAR(2) models,</u>* Scandinavian Journal of Statistics 41 (4) (2014), 866-892.**
- **M. Barczy and P. Kern: *<u>Representations of multidimensional linear process bridges,</u>* Random Operators and Stochastic Equations 21 (2) (2013), 159-189.**

további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 39 publikáció referált folyóiratokban, 2 elfogadott cikk, 4 benyújtott cikk, 2 egyetemi tankönyv (magyarul);
- 154 független idézet (MTMT szerint);
- 27 előadás és 6 poszter;
- 3 három hónapnál hosszabb külföldi tanulmányút (Franciaország, Párizs és Kína, Peking);
- 3 BSc szakdolgozat és 1 MSc diplomamunka témavezetője, 1 OTDK dolgozat társtémavezetője;

- társszerzője 4 PhD és 1 MSc hallgatónak összesen 5 közös publikációban;
- 2007-től a Zentralblatt referáló folyóirat referálója;
- referáló több nemzetközi szakfolyóiratnál.

az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- 2016. szeptember-2017. január: 75141 számú Magyar Állami Eötvös Ösztöndíj 2016, Párizs, Franciaország.
- 2014-2015: 55757 számú DAAD-MÖB kutatócsere pályázat résztvevője.
- 2013. szeptember-2014. december: A2-MZPD-12-0168 számú Magyary Zoltán Posztdoktori Ösztöndíj, Szeged.
- 2012: Informatikai Kar Díja, Debreceni Egyetem, Informatikai Kar.
- 2011-2014: 10-1-2011-0079 számú Magyar-Kínai Kormányközi TéT együttműködés résztvevője.
- 2010. szeptember-2011. augusztus: OMFB-00610/2010 számú NKTH-OTKA-EU 7KP (Marie Curie akciók) által közösen finanszírozott 'MOBILITÁS' ösztöndíj.
- 2008-2009: PT-07/2007 számú Magyar-Portugál Kormányközi TéT együttműködés résztvevője.
- 2007: Bolyai János Matematikai Társulat Grünwald Géza díja.
- 2005. július 18-23: EU Grant for The Young Statisticians Training Camp (STATCAMP), Oslo, Norvégia.
- 2003. augusztus: ,,Research in Pairs" program az Oberwolfachi Matematikai Kutatóintézetben (Németország).
- 2001: Bolyai János Matematikai Társulat Rényi Kató emlékdíjának I. fokozata.
- 2001: OTDK I. Díj, XXV. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Fizika, Földtudományok és Matematika szekció, Kombinatorika, gráfelmélet és valószínűségelmélet tagozat.
- 2001: OTDK I. Díj, XXV. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Fizika, Földtudományok és Matematika szekció, Analízis, geometria és topológia tagozat.

Név: Dr. Bazsó András	**születési év: 1983**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus (MSc), Debreceni Egyetem, 2006
Matematika tanár (MSc), Debreceni Egyetem, 2008

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi adjunktus

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** (*„*dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika és számítástudományok, 2010)

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 2005-től, doktoranduszként 2006-tól, oktatóként 2009-től folyamatosan részt veszek az Algebra és Számelmélet Tanszéken folyó oktatási munkában és saját tárgyaim tananyag fejlesztésében. Oktatott tárgyak: Algebra, Kombinatorika és gráfelmélet, Számelmélet, Számelmélet II., Diszkrét matematika, Lineáris algebra, Gazdasági matematika és Kalkulus gyakorlatok, valamint Alkalmazott matematika, Biometria előadás és gyakorlat, továbbá Informatika alapjai és Matematikai és statisztikai programcsomagok laborgyakorlatok. Angol nyelvű tárgyak: Discrete Mathematics, College Discrete Mathematics, College Analysis és College Algebra.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

  - **A. Bazsó, A. Bérczes, K. Győry and Á. Pintér, On the resolution of equations of the form Ax^n-By^n=C in integers x, y and n≥3, II, Publicationes Mathematicae Debrecen 76 (2010), 227-250.**
  - **A. Bazsó, Á. Pintér and H. M. Srivastava, A refinement of Faulhaber's theorem concerning sums of powers of natural numbers, Applied Mathematics Letters 25 (2012), 486-489.**
  - **A. Bazsó, D. Kreso, F. Luca and Á. Pintér, On equal values of power sums of arithmetic progressions, Glasnik Matematicki 47 (2012), 253-263.**
  - **A. Bazsó, On alternating power sums of arithmetic progressions, Integral Transforms and Special Functions, 24 (2013), 945-949**.
  - **A. Bazsó and I. Mező, On the coefficients of power sums of arithmetic progressions, Journal of Number Theory 153 (2015) 117-123.**

- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

  - 9 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
  - 26 független idézet (MTMT szerint);
  - 21 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
  - részvétel 2 kutatási pályázatban;

- BSc témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratokban;
- referálói munka (Mathematical Reviews, Zentralblatt für Mathematik);
- részvétel konferenciaszervezésben (29th Journées Arithmétique (JA 2015)).

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- TTK Emlékérem, Debreceni Egyetem TTK Tanácsa és Dékánja (2006)
- „Az Év Hallgatói Tudományos Publikációja” Aranyérem, Debreceni Egyetem Tudományegyetemi Karok Tanácsa (2008)
- Patai László Alapítvány Díja, Bolyai János Matematikai Társulat (2015)
- Universitas Alapítvány Díja, Debreceni Egyetem (2016)
- A TTK Kiváló Fiatal Oktatója, Debreceni Egyetem TTK Tanácsa és Dékánja (2017)

Név: Dr. Bérczes Attila	**születési év: 1972**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, matematika tanár, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1996

Okleveles angol-magyar szakfordító, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1999

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika, 2001);

dr. habil. cím (matematika, 2009);

MTA doktora cím (matematika, 2017).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 1994-től, doktoranduszként 1996-tól, oktatóként 1999-től folyamatosan részt veszek az oktatásában és tananyag fejlesztésben.

Előadást tartottam a Diszkrét matematika I, II, Kriptográfia, Számelmélet, Komputeralgebra, Fejezetek az elemi számelméletből, Magma, Algoritmusok, Biomatematika, Algebrai számelmélet című tárgyakból.

Gyakorlatokat vezettem a Bevezetés az algebrába és számelméletbe, Számelmélet, Kombinatorika és gráfelmélet, Algebra I, II, Lineáris algebra I, II, Diszkrét matematika I, II, Kalkulus I, II, Matematika I, II, Kriptográfia, Valószínűségszámítás, Algebrai alapismeretek, Algoritmusok, Algebrai számelmélet című tárgyakból.

Oktatóként részt veszek a Debreceni Egyetem Matematika és Számítástudományok Doktori Iskola munkájában is.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

  1. Bérczes A, Evertse J-H, Győry K, C. Pontreau. Effective results for points on certain subvarieties of tori, Math. Proc. Cambridge Phil. Soc., 2009, 147: 69-94.
  2. Bérczes A, Hajdu L, Pethő A. Arithmetic progressions in the solution sets of norm form equations, Rocky Mountain Math. J., 2010; 40: 383-396.
  3. Bérczes A, Evertse J-H, Győry K. Multiply monogenic orders, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze, 2013; 12: 467-497.
  4. Bérczes A, Effective results for unit points on curves over finitely generated domains, Math. Proc. Cambridge Phil. Soc., 2015; 158: 331–353.
  5. Bérczes A. Effective results for division points on curves in G_m^2, J. Théor. Nombres Bordeaux, 2015; 27: 405-437.

további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 43 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;

- 173 független idézet (MTMT szerint);
- 56 angol nyelvű előadás nemzetközi konferencián vagy külföldi egyetem szemináriumán;
- részvétel 9 OTKA pályázatban, 6 nemzetközi kutatási pályázatban, valamint 4 további hazai kutatási projektben;
- 6 egyéni kutatási ösztöndíj;
- Bsc, Msc, PhD témavezetés;
- szerkesztői tevékenység (Communications in Mathematics, Ostrava)
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- referálói munka (Mathematical Rewievs, Zentralblatt);
- versenyszervezés, feladatsor összeállítás;

az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- Rényi Kató Díj, Bolyai János Matematikai Társulat, Budapest, 1996
- TTK emlékérem, Kossuth Lajos Tudományegyetem, Debrecen, 1996
- Rektori Dícséret, Kossuth Lajos Tudományegyetem, Debrecen, 1996
- Grünwald Géza Emlékérem, Bolyai János Matematikai Társulat, Budapest, 2001
- Öveges József Program ösztöndíja, NKTH, 2006-2007
- Magyar Állami Eötvös Ösztöndíj, Leideni kutatások támogatására, 2007
- Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, Magyar Tudományos Akadémia, 2007-2010
- Debreceni Egyetem Belső Kutatóegyetemi pályázata, Debreceni Egyetem, 2013-2016
- Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, Magyar Tudományos Akadémia, 2014-2017
- A DE rektorának elismerő oklevele, Debreceni Egyetem, 2014
- Akadémiai díj, Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 2017

Név: Dr. Bessenyei Mihály	**születési év: 1975**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Debreceni Egyetem, 2000.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 évén belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2006); dr. habil. cím (2012).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 1997-től, doktoranduszként 2003-tól, oktatóként 2004-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: alapozó analízis; differenciál- és integrálszámítás; közönséges differenciálegyenletek elmélete; iteratív és topologikus fixponttételek; konvex analízis; ortogonális sorok; diszkrét matematika; elemi matematika; versenyfeladatok.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- ***M. Bessenyei and Zs. Páles,*** **A contraction principle in semimetric spaces,** J. Nonlinear Convex Anal., 18 (2017), 515–524.
- ***M. Bessenyei, Nonlinear quasicontractions in complete metric spaces,*** Expo. Math., 33 (2015), 517–525.
- ***M. Bessenyei and P. Szokol,*** **Separation by convex interpolation families,** J. Convex Anal., 20 (2013), 937–946.
- ***M. Bessenyei and Zs. Páles, Characterizations of higher-order monotonicity via integral inequalities,*** Proc. Royal Soc. Edinburgh Sect. A, 140 (2010), 723–736.
- ***M. Bessenyei, The Hermite–Hadamard inequality in Beckenbach's setting,*** J. Math. Anal. Appl. 364 (2010), 366–383.

további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 26 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
- 132 független idézet (MTMT szerint);
- 70 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
- 33 tudománynépszerűsítő előadás;
- részvétel 7 kutatási pályázatban;
- Bsc, Msc, PhD témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- referálói munka (Mathematical Rewievs, 2010-től, Zentralblatt 2008-tól);
- helyi, regionális és országos versenyszervezés, feladatsor összeállítás;

- Hajdú–Bihar Megyei Matematika Szakkör vezetése (2008–2011).

az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- *2000: TTK Emlékérem, Kossuth Lajos Tudományegyetem TTK;*
- *2003: ISFE-medál, ISFE Tudományos Bizottsága;*
- 2005: *Grünvald Géza Emlékérem, Bolyai János Matematikai Társaság*;
- 2006: *Posztdoktori ösztöndíj az Oktatási Minisztériumtól (1 év)*;
- 2010: *Év Tudományos Publikációja Aranyérem, Debreceni Egyetem TTK*;
- 2013: ***Alexits György díj, MTA Matematikai Tudományok Osztálya;***
- ***2013: Magyary Zoltán Posztdoktori Ösztöndíj a Magyar Államtól (1 év);***
- 2014: ***Dékáni Dicséret a DE TTK Dékánjától.***

Név: Dr. Tran Quoc Binh	**születési év: 1959**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Debreceni Egyetem, 1983.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, tudományos főmunkatárs

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!), ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

A Matematikai Tudományok Kandidátusa (PhD), 1987.

az **eddigi oktatói tevékenység**

Oktatási tevékenységet 1988-tól kezdtem. A következő tantárgyak oktatásában vettem részt az évek során: lineáris algebra, topológia, differenciál topológia, differenciál geometria, felület elmélet, modern differenciálgeometria. Jelenleg a felület elmélet és a modern differenciálgeometria tantárgyak tantárgyfelelőse vagyok.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai hátterekéntelvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

–

- Tran Quoc Binh and Avic De, On contact CR-warped product submanifolds of a quasi-Sasakian manifold, Publ. Math. Debrecen 84/1-2 (2014), 123-137.
- **T. Q. Binh and L. Tamássy, Galloway's compactness theorem on Sasakian manoifolds, Aequationes Math. 58 (1999), 118-124**.
- **L. Tamássy and T. Q. Binh, On weakly symmetric of Einstein and Sasakian manifolds, Tensor 53 (1993), 140-148**.
- **T. Q. Binh, L. Oernea and L. Tamássy, Intersection of Riemannian submanifolds. Variation on a theme by T. J. Frankel, Rendiconti di Math. 19 (1999), 107-121.**
- **E. Boeck, T. Q. Binh and L. Vanhecke, Invariant and anti-invariant unit vectorfields, Topics in almost Hermitian geometry and related fields, World Scientific 2005, 50-59.**

további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 34 megjelent nemzetközileg referált folyóiratcikk + 2 cikk jelent meg az arxiv.org.-ban;
- Több mint 100 független idézet;
- Rendszeresen veszek részt nemzetközi szakmai konferencián (legalább 50) és tartok előadást angol nyelven.
- Bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;

Név: Dr. Boros Zoltán Gábor	**születési év: 1966**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus és angol–magyar szakfordító, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1991.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar, Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 1997); dr. habil. cím (matematika, 2004).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 1988-tól, oktatóként 1991-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: alapozó analízis; differenciál- és integrálszámítás; közönséges és parciális differenciálegyenletek elmélete; valós függvénytan; komplex függvénytan; modern analízis; disztribúciók és integráltranszformációk; numerikus analízis; játékelmélet; gazdasági matematika; kalkulus (utóbbit angol nyelven is).

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- Z. Boros and W. Fechner, *An alternative equation for polynomial functions*, Aequationes Math. 89/1 (2015), 17–22.
- Z. Boros and N. Nagy, *Generalized Rolewicz theorem for convexity of higher order*, Math. Inequal. Appl. 18/4 (2015), 1275–1281.
- Z. Boros, *An inequality for the Takagi function*, Math. Ineq. Appl. 11/4 (2008), 757–765.
- Z. Boros and Zs. Páles, *Q-subdfferential of Jensen-convex functions*, J. Math. Anal. Appl. 321 (2006), 99–113.
- Z. Boros, *Strongly Q-dfferentiable functions*, Real Anal. Exchange 27/1 (2001/02), 17–25.

további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 30 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
- 30 független idézet;
- 85 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
- 4 tudománynépszerűsítő előadás;
- részvétel 7 kutatási pályázatban;
- Bsc, Msc, PhD témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratokban;
- referálói munka (Mathematical Rewievs, 2003-tól, Zentralblatt 1997-től);
- versenyszervezés, feladatsor összeállítás;
- KLTE (2000-től DE) TTK matematikus TDK vezetése (1991–2001, majd 2010-től);

- nemzetközi konferenciák illetve OTDK Fizika, Földtudományok és Matematika Szekció szervezése tudományos titkárként, szervezőbizottsági tagként, a szervező bizottság társ-elnökeként illetve ügyvezető titkárként;
- az OTDT Fizika, Földtudományok és Matematika Szakmai Bizottság tagja (2008-tól).

az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- 1991: Rényi Kató Emlékdíj, Bolyai János Matematikai Társaság;
- 1994: kitüntetéses egyetemi doktori cím, köztársasági elnök;
- 2000: ISFE-medál, ISFE Tudományos Bizottsága;
- 2001: Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, MTA (3 év);
- **2013:** Szentágothai János Ösztöndíj Tapasztalt Kutatóknak a Konvergencia Régiókban **(1 év);**
- 2017: **Dékáni Dicséret a DE TTK Dékánjától.**

Név: Dr. Fazekas Borbála Andrea	**születési év: 1978**
felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve	
Matematikus, Debreceni Egyetem, 2002. Matematika tanár, Debreceni Egyetem, 2003 Földrajz – informatika tanár, Debreceni Egyetem, 2004	
jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!	
Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar, Matematikai Intézet, egyetemi tanársegéd	
tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!**)**, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek	
PhD. (matematika, 2012);	
az **eddigi oktatói tevékenység**	
Demonstrátorként 2000-2002, doktoranduszként 2003-2004, oktatóként 2004-től folyamatosan részt veszek az alábbi tantárgyak oktatásában: Előadások: Parciális differenciálegyenletek, Fixponttételek, Gazdasági matematika, Függvényegyenletek a közgazdaságtanban, Gyakorlatok: Bevezetés az analízisbe, Differenciál- és integrálszámítás, Többváltozós differenciál- és integrálszámítás, Közönséges differenciálegyenletek, Elemi matematika, Analízis számítógéppel, Kalkulus 1-2, Analízis 1-2, Komplex függvénytan 2, Variációszámítás, Parciális differenciálegyenletek, Perem- és sajátértékfeladatok	
az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata	
a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció) *A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.* • B. Fazekas, M. Plum, C. Wieners, D: Enclosure for the Biharmonic Equation, DROPS (Dagstuhl Research Online Publication Server), Seminar 05391, http://drops.dagstuhl.de/protals/05391, 2006 • B. Fazekas: Decision functions and characterization of their properties, Math. Inequal. Appl. 10, 29-43, 2007 • B. Fazekas: Computer-assisted enclosures for fourth order elliptic equations, Südwestdeutscher Verlag für Hochschulschriften, Saarbrücken, 2012 • S. Nagy, B. Fazekas, L. Juhasz, K. Sailer: Critical exponents in quantum Einstein gravity, Phys.Rev. D88 (2013) no.11, 116010, 2013 • J. Kovacs, B. Fazekas, S. Nagy, K. Sailer: Quantum-classical transition in the Caldeira-Leggett model, arXiv:1603.07495, 2016 további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények • 6 független idézet (MTMT szerint); • 8 szakmai nemzetközi konferencia előadás; • versenyszervezés	

Név: Dr. Fazekas István	**születési év: 1954**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

okleveles matematikus, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1978

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Informatikai Kar, Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék, egyetemi tanár, tanszékvezető

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) *(friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)***,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

CSc (matematika) 1986, dr. habil 2004, MTA doktora (matematika) 2010

az eddigi oktatói tevékenység

Oktatott tárgyak: Diszkrét matematika, Valószínűségszámítás, Statisztika, Valószínűségszámítás és statisztika, Sztochasztikus folyamatok, Numerikus analízis, Gazdasági matematika. Valószínűségszámítás alkalmazásai, Neurális hálók. Oktatásban töltött idő: 38 év. Oktatás idegen nyelven: Discrete mathematics, Probability and statistics.

az **oktató szakmai/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a) a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. 5 jellemző publikáció!), kutatási-fejlesztési, alkotói, művészeti eredmények:
Fazekas, I., Porvázsnyik, B. *Limit theorems for the weights and the degrees in an N-interactions random graph model.* Open Mathematics 14, no. 1, 414-424, 2016.
Fazekas, I.; Chuprunov, A. *An almost sure functional limit theorem for the domain of geometric partial attraction of semistable laws*. J. Theoret. Probab. 20, no. 2, pp. 339-353, 2007.
Antal, P., Bátfai, N., Fazekas, I., Jeszenszky, P. *The mobiDIAK educational portal,* J. Universal Computer Science 12, no. 9, pp. 1118-1127, 2006.
Fazekas, I., Klesov, O. I. *A general approach to the strong laws of large numbers*. Teor. Veroyat-nost. i Primenen. 45, no. 3, pp. 568-583, 2000.
Fazekas I., Kukush A.G. *Asymptotic properties of an estimator in nonlinear functional errors-in-variables models with dependent error terms,* Computers and Mathematics with Applications, 34, no. 10, pp. 23-39, 1997.

b) az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség: 4 egyetemi jegyzet:
Fazekas I. (szerkesztő és társszerző) Bevezetés a matematikai statisztikába. Egyetemi jegyzet, 523 oldal, Kossuth Egyetem, Debrecen, 1997.
Fazekas, I. Valószínűségszámítás. Egyetemi jegyzet, 298 oldal, Debreceni Egyetem, Debrecen, 2000.
Fazekas I. Valószínűségszámítás és statisztika. 169 oldal, Debrecen, 2010.
Fazekas I. Neurális hálózatok. 204 oldal, Debrecen, 2014.

Név: Dr. Figula Ágota	**születési év: 1976**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematika-fizika szakos tanár, Debreceni Egyetem, 1999.
Okleveles matematikus, Friedrich-Alexander University, Erlangen, Germany, 1999.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**, ill. tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2005); dr. habil. cím (2008).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 1997-től, 2000-től Németországban az Erlangeni Egyetemen német nyelven, 2003-tól oktatóként a Debreceni Egyetemen folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: halmazelmélet és matematikai logika, Lie csoportok és Lie algebrák elmélete, geometriai szerkesztések elmélete, véges geometriák elmélete, geometriai transzformáció csoportok elmélete, lineáris algebra és analitikus geometria, lineáris algebra és csoportelmélet, loopok és hálózatok, differenciálgeometria, Matematika 1, 2, 3 tárgyak fizikus, villamosmérnök hallgatóknak, Matematika I, II, tárgyak vegyészmérnök, biomérnök hallgatóknak, diszkrét matematika angol képzésben. 2004.01.01.-től 2005.12.31.-ig az Erlangeni Egyetemen oktattam német nyelven.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- **Á. Figula and K. Strambach, *Loops as sections in compact Lie groups*,** Abh. Math. Sem. Univ. Hamb., 87 (2017), 61–68.
- **G. Falcone and Á. Figula, *The action of a compact Lie group on nilpotent Lie algebras of type {n,2}*,** Forum Math., 28 (2016), 795–806.
- **Á. Figula, *Three-dimensional topological loops with solvable multiplication groups*,** Communications in Algebra, 42 (2014), 444-468.
- **Á. Figula and K. Strambach, *Subloop incompatible Bol loops*,** Manuscripta Math. 130 (2009), 183–199.
- Á. Figula, *The multiplication group of 2-dimensional topological loops*, J. Group Theory 12 (2009), 419-429.

további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 28 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált publikáció;
- 35 független idézet (MTMT szerint);
- 65 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
- 3 tudománynépszerűsítő előadás;

- **2009-2012: Témavezetője a PD 77392 OTKA Posztdoktori kutatási pályázatnak;**
- részvétel 6 kutatási pályázatban (DAAD, TET, European Union's Seventh Framework Programme);
- Bsc, Msc témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- referálói munka (Mathematical Rewievs, 2009-től, Zentralblatt 2007-tól);
- versenyfeladatsorok összeállítása;
- Titkára voltam a Schweitzer Miklós Matematikai Emlékverseny Szervezőbizottságának;
- PhD fokozat 2003 Friedrich-Alexander University, Erlangen, Germany;
- Habilitáció 2007 Friedrich-Alexander University, Erlangen, Germany.

az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- 1998-99: Köztársasági Ösztöndíj;
- 2006: Grünwald Géza Emlékérem, Bolyai János Matematikai Társulat;
- 2006: Posztdoktori ösztöndíj az Oktatási Minisztériumtól (1 év);
- 2009-2010: Magyary Zoltán Posztdoktori Ösztöndíj (1 év);
- 2011-2014: Bolyai János Kutatási Ösztöndíj;
- 2005-től Bajorország Emmy-Noether Tudományos és Kutatócentrumának tagja, 2008-tól OTDK FiFöMa szakbizottság tagja, 2015-től a Bolyai János Matematikai Társulat Választmányi Tagja.

Név: Dr. Gaál István	**születési év: 1960**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1984

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Matematikai Intézet, egyetemi tanár

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** (*„*dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

egyetemi doktor (1987), kandidátus (1990), PhD (1995), habilitáció (1998), MTA doktora (2003)

az **eddigi oktatói tevékenység**

Végzésem (1984) óta az Algebra és Számelmélet Tanszéken dolgozom, algebrai és számelméleti előadásokat tartottam, elsősorban Lineáris algebrából; kutatási területemhez kapcsolódó speciálkollégiumokat tartottam, minden évben 2-4 szakdolgozatot/diplomamunkát vezetek; eddig 3 hallgatóm szerzett PhD címet témavezetésemmel, a negyedik fokozatszerzés folyamatban van.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

  1) Gaál István: Calculating "small" solutions of relative Thue equations, EXPERIMENTAL MATHEMATICS 24(2014), 142-149.
  2) Gaál István, Petrányi Gábor: Calculating all elements of minimal index in the infinite parametric family of simplest quartic fields, CZECHOSLOVAK MATHEMATICAL JOURNAL 64 (2013), 465-475.
  3) Gaál István : Diophantine Equations and Power Integral Bases, Boston; Basel; Berlin: Birkhauser Boston (2002).
  4) Michael Pohst, Gaál István, Pethő Attila, Simultaneous representation of integers by a pair of ternary quadratic forms, JOURNAL OF NUMBER THEORY 57 (1995), 90-104.
  5) Gaál István, Nicole Schulte, Computing all power integral bases of cubic fields, MATHEMATICS OF COMPUTATION 53(1989), 689-696.

- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények
  - eddig megjelent 75 cikkemre és 1 monográfiámra (multiplicitással számolva) 280 hivatkozást kaptam.
  - Eredményeimről konferenciákon és meghívásra 83 alkalommal tartottam előadást (melyek közül számos nemcsak 15-30 perces ismertetés, hanem 60 perces előadás volt.)
  - 1991 november és 1993 április között az Alexander von Humboldt Alapítvány ösztöndíjasa

voltam Düsseldorfban, M.Pohst professzor mellett.

- Szerkesztő bizottság tagja vagyok az alábbi folyóiratoknál: Publicationes Mathematicae, JP Journal of Algebra and Number Theory, Acta Mat. Acad. Paed. Nyiregyhasiensis
- 1997 óta szerkesztőként vezetem a Zentralblatt für Mathematik referáló folyóirat debreceni (magyar) egységét
- 1984: Rényi Kató Díjat kaptam
- 1988: Grünwald Géza Emlékdíjban részesültem
- 1992: Akadémiai Díjat kaptam (megosztva)
- 1998-2001: Széchenyi Professzori Ösztöndíjban részesültem
- 2012: Közgazdaság- és Gazdaságtudományi Kar Díszérmét nyertem el

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség
  - 1993-98 között a Matematikai és Informatikai Intézetben a Matematikai Szakbizottság elnöke ill. igazgatóhelyettes voltam.
  - 1998-2004 között a TTK oktatási dékánhelyettese voltam.
  - 2004-2010 között a TEK oktatási és tanárképzési elnökhelyettese voltam.
  - 2010-2014-ig a Tudományegyetem Karok elnöke és rektorhelyettes voltam
  - 2014-2015-ig rektorhelyettes voltam
  - 2005-2016 között az Algebra és Számelmélet Tanszék vezetője voltam
  - 2003 és 2006 között vezettem azt az országos konzorciális szakmai bizottságot, melynek feladata a matematika alapképzési szak, a matematikus és alkalmazott matematikus mesterképzési szak intézményközi konszenzussal történő kialakítása és megalapítása, valamint a tanári mesterképzési szak matematika szakmai moduljának kidolgozása volt.
  - Ügyvezető elnöke voltam a 2007. április 2-4 között Debrecenben megrendezett XXVIII. OTDK Tantárgypedagógiai és Oktatástechnológia Szekciójának.
  - 2008-2011-ig tagja voltam a Magyar Rektori Konferencia Pedagógusképzési Bizottsága elnökségének, egy évig társelnök is voltam.

Név: Dr. Gáll József	**születési év: 1972**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

matematikus, matematika tanár, angol-magyar szakfordító, KLTE, 1997,
közgazdász, DE KTK, 2000

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

DE, IK, Alkalmazott matematika és Valószínűségszámítás tsz. - egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) *(friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)***,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika- és számítástudományok) 2008

az eddigi oktatói tevékenység

oktatott tárgyak, oktatásban töltött idő, oktatás idegen nyelven, külföldi intézményben stb.

magyar nyelven: statisztika, vállalati pénzügyek, pénzügyi matematika, biztosítási matematika, opcióárazás, valósuínűségszámítás, 1997-től, 20 év tapasztalat,

angol nyelven: statistics, corporate finance, financial mathematics, credit risk, portfolio management, interest rate theory, 11 év tapasztalat, egyetemek: Radboud University, Nijmegen, the Netherlands; University of Ljubljana, Slovenia; Debreceni Egyetem

az **oktató szakmai/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a) a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. 5 jellemző publikáció!), kutatási-fejlesztési, alkotói, művészeti eredmények:

Peter Foldvari, Bas van Leeuwen, Daan Marks, Jozsef Gall: Indonesian regional welfare development, 1900–1990: New anthropometric evidence, ECONOMICS AND HUMAN BIOLOGY 11: (1) pp. 78-89., 2013

Holb IJ, Balla B, Vamos A, Gall JM: Influence of preharvest calcium applications, fruit injury, and storage atmospheres on postharvest brown rot of apple, POSTHARVEST BIOLOGY AND TECHNOLOGY 67: pp. 29-36., 2012

Baran S, Gáll J, Ispány M, Pap Gy: Forecasting Hungarian mortality rates using the Lee-Carter method, ACTA OECONOMICA 57: (1) pp. 21-34., 2007

Gáll J, Pap Gy, van Zuijlen M: Forward interest rate curves in discrete time settings driven by random fields, COMPUTERS AND MATHEMATICS WITH APPLICATIONS 51: (3-4) pp. 387-396., 2006

Gáll J, Pap Gy, van Zuijlen M: Maximum likelihood estimator of the volatility of forward rates driven by geometric spatial AR sheet, JOURNAL OF APPLIED MATHEMATICS 2004: (4) pp. 293-309., 2004

b) az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség:

Név: Dr. Gát György	**születési év: 1961**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Eötvös Loránd Tudományegyetem, 1985.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök**), több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi tanár

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!), ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

DSc. (matematika, 2009); dr. habil. cím (2001); CSc, (matematika, 1993); dr. univ, (matematika, 1987).

az **eddigi oktatói tevékenység**

1985 és 2015 között a Nyíregyházi Egyetemen dolgozója. 1985 és 1989 között főiskolai tanársegédként, 1989 és 1992 között adjunktusként, 1992 és 1994 között docensként, 1994 és 2010 között főiskolai tanárként, 2010 és 2015 között egyetemi tanárként.

1997 és 2005 között további foglalkozású egyetemi docensként dolgozott a Debreceni Egyetem Matematikai Intézetében.

2015 óta a Debreceni Egyetem Matematikai Intézetének egyetemi tanára.

Eddigi oktatói feladatai: az analízis bevezető területei (analízis I, II, III) (NyE), valószínűségszámítás (NyE), komputeralgebra (NyE), ortogonális sorok (NyE), modern analízis (I, II, III) (DE), funkcionálanalízis (DE), trigonometrikus sorok (DE), disztribúcióelmélet (DE).

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- ***G. Gát and G. Karagulyan, On convergence properties of tensor products of some operator sequences, J. of Geometric Analysis 26 (4) (2016), 3066-3089.***
- ***G. Gát, On almost everywhere convergence and divergence of Marcinkiewicz-like means of integrable functions with respect to the two-dimensional Walsh system, J. of Approx. Theory 164 (1) (2012), 145-161.***
- ***G. Gát, Convergence of sequences of two-dimensional Fejér means of trigonometric Fourier series of integrable functions, J. of Math. Anal. and Appl. 390 (2012), 573-581.***
- ***G. Gát, On the pointwise convergence of Cesaro means of two-variable functions with respect to unbounded Vilenkin systems, J. of Approx.Theory 128 (1) (2004), 69-99.***
- ***G. Gát, On the divergence of the (C;1) means of double Walsh-Fourier series, Proc. Amer. Math. Soc. 128 (2000), 1711-1720.***

II. további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 104 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
- 571 független idézet (MTMT szerint);
- 46 szakmai, angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás, esetenként meghívott előadóként;
- 2015-től törzstagja a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolájának;

- A következő szakmai lapok szerkesztője:
  Journal of Classical Analysis,
  Journal of Mathematics and Computer Science,
  Publicationes Mathematicae Debrecen,
  Acta Mathematica Academiae Paedagogica Nyiregyhaziensis;
- részvétel 7 kutatási pályázatban;
- Msc, PhD témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- referálói munka (Mathematical Rewievs, Zentralblatt);

III. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- 1998: *Alexits György díj, MTA Matematikai Tudományok Osztálya;*
- 1999-2001: Bolyai János kutatói ösztöndíj;
- *2003-2005 Széchenyi István ösztöndíj;*
- 2001-2004 Magyar Akkreditációs Bizottság Matematika es Számitástudomanyi Bizottság tagja;
- 2005-2015 A Nyíregyházi Egyetem Matematika es Informatika Intézetének igazgatója;
- 2009- Magyar Felsőoktatási Akkreditációs Bizottság (MAB) szakértő;
- 2010-2012 tagja a MAB plénumának, tagja a MAB Egyetemi Tanári es a MAB Doktori Bizottságainak;
- 2010-től 2012-ig elnöke a MAB Természettudományi Bizottságának;
- 2011-2012 tudományos és innovációs rektorhelyettese a Nyíregyházi Egyetemnek;
- 2012-től tagja a MAB Természettudományi Bizottságának

Név: Dr. Novák-Gselmann Eszter	**születési év: 1984**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Debreceni Egyetem, 2007.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2011)

az **eddigi oktatói tevékenység**

2005-től demonstrátorként, 2007-től PhD hallgatóként, 2009-től egyetemi tanársegédként, illetve 2013-tól egyetemi adjunktusként az alábbi tárgyakat tartottam:

Kalkulus 1. előadás és gyakorlat (Programtervező informatikus BSc)

Kalkulus 2. előadás és gyakorlat (Programtervező informatikus BSc)

Bevezetés az analízisbe gyakorlat (Matematika BSc)

Differenciaszámítás előadás (Matematika BSc)

Modern analízis 1. előadás és gyakorlat(Fizikus MSc)

Modern analízis 2. előadás és gyakorlat (Fizikus MSc)

Modern analízis 3. előadás és gyakorlat (Fizikus MSc)

Applied Mathematics előadás (Computer Science and Information Technology MSc)

Közönséges differenciálegyenletek alkalmazásai (Matematikus MSc)

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- E. Gselmann, *Notes on the characterization of derivations*, Acta Sci. Math. (Szeged), 78 no.1–2 (2012), 137–145.
- ***E. Gselmann, Gy. Maksa,* Some functional equations related to the characterizations of information measures and their stability, *Handbook in Functional Equations: Stability Theory, Springer Optimization and Its Applications, Vol. 96, edited by Th. M. Rassias, 199-243, Springer Verlag, 2014.***
- ***E. Gselmann,* Stability and information functions, *Scholars' Press, Saarbrücken, 2013.***
- ***E. Gselmann,* On the discrete version of the wave equation, *Aequationes Mathematicae, 89 (2015), no. 1 63-70.***
- ***E. Gselmann, Zs. Páles,* Additive solvability and linear independence of the solutions of a system of functional equations, *Acta Sci. Math. Szeged 82 (2016), no. 1-2, 101-110.***

II. további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- Referált cikkek száma nemzetközi folyóiratban: 24
- Referált cikkek száma konferenciakiadványban: 1
- Referált idegennyelvű könyvfejezet: 1
- Referált idegennyelvű könyv: 1
- Független hivatkozások száma: 54
- Idegennyelvű konferencia előadások száma: 6
- Magyar nyelvű konferencia előadások száma: 5
- BSc témavezetés: 1
- DETEP témavezetés: 1
- Egyetemi jegyzet: 8
- Egyetemi példatár: 3
- Folyóiratnál referáló: 11 folyóirat
- Referáló folyóiratnál referáló: 2 referáló folyóirat
- Hazai társszerzők száma: 5 (közös dolgozatok száma: 9)
- Külföldi társszerzők száma: 3 (közös dolgozatok száma: 2)

III. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- *2007. TTK Emlékérem (adományozó: Debreceni Egyetem Természettudományi Karának Tanácsa)*
- *2009. Universitas Alapítvány Díja (alapította a Kereskedelmi Bank Rt.)*
- *2010. ISFE medál (adományozó: A 48. ISFE Tudományos Bizottsága)*
- *2010. Patai László Alapítvány Díja (adományozó: Bolyai János Matematikai Társulat)*
- *2011. Grünwald Géza Emlékérem (adományozó: Bolyai János Matematikai Társulat)*
- *2015. TTK Kiváló Fiatal Oktatója (adományozó: Debreceni Egyetem Természettudományi és Technológiai Karának Tanácsa)*
- *Jelentősebb tudományos pályázatok:*
- *Függvényegyenletek és -egyenlőtlenségek OTKA kutatócsoport, tag,*
  - *pályázati azonosító: K 111651, témavezető: Prof. Dr. Páles Zsolt*
- *Magyary Zoltán Posztdoktori Ösztöndíj*
- *Függvényegyenletek és -egyenlőtlenségek OTKA kutatócsoport, tag,*
  - *pályázati azonosító: NK 81402, témavezető: Prof. Dr. Páles Zsolt*
- *Biological and Mathematical Basis of Interaction Computing (BIOMICS), tag,*
  - *projektvezető: Dr. Paolo Dini, kutatócsoport vezető: Dr. Horváth Gábor, pályázati azonosító: 318202*
- *Szuperszámítógép, a nemzeti virtuális laboratórium, tag,*
  - *pályázati azonosító: TÁMOP 4.2.2C-11/1/KONV-2012-0010, kutatócsoport vezető: Prof. Dr. Gaál István*
- *Számok, Függvények, Egyenletek kutatócsoport, tag, pályázati azonosító: TÁMOP 4.2.1./B-09/1/KONV-2010-0007, témavezető: Prof. Dr. Páles Zsolt*
- *Tagságok:*
- *DE TTK Kari Tanács, tag*
- *DE TTK, Kari Tanulmányi Bizottság, tag*
- *Debreceni Akadémiai Bizottság, Matematikai Szakbizottság, titkár*

Név: Dr. Hajdu Lajos	**születési év: 1968**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, matematika tanár, angol-magyar szakfordító, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1992.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi tanár

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)*,* ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** (*„*dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika, 1998); dr. habil. cím (2003); MTA doktora (2011)

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 1991-től, doktoranduszként 1993-tól, oktatóként 1996-tól folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: bevezetés az algebrába és a számelméletbe, számelmélet és alkalmazásai, kombinatorika és gráfelmélet, matematikai alapok.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.
  - **Hajdu L., Tijdeman R: Algebraic aspects of discrete tomography, J. reine Angew. Math. 534 (2001), 119-128.**
  - **M. Bennett, N. Bruin, Győry K. and Hajdu L., Powers from products of consecutive terms in arithmetic progression, Proc. London Math. Soc. 92 (2006), 273-306.**
  - **Győry K., Hajdu L. and Pintér Á, Perfect powers from products of consecutive terms in arithmetic progression, Compositio Math. 145 (2009), 845-864.**
  - **K. Győry, L. Hajdu, R. Tijdeman, Representation of finite graphs as difference graphs of S-units, I, J. Combin. Th. Series A 127 (2014), 314-335.**
  - **L. Hajdu, On a conjecture of Schaffer concerning the equation 1^k+...+x^k=y^n, J. Number Theory 155 (2015), 129-138.**
- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények
  - 104 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
  - 571 független idézet (MTMT szerint);
  - 80 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás, ebből 40 meghívott előadás;
  - 5 kutatási pályázat vezetője, 15 további kutatási pályázat résztvevője;
  - Bsc, Msc témavezetés;
  - egy „summa cum laude” PhD fokozatot szerzett és négy jelenlegi PhD hallgató témavezetője;
  - 8 OTDK-n díjazott TDK-dolgozat témavezetője
  - bírálói tevékenység számos nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
  - referálói munka (Mathematical Rewievs, Zentralblatt);

- a Publicationes Mathematicae Debrecen és a Periodica Mathematica Hungarica szerkesztője
- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- a Bolyai János Matematikai Társulat tagja (1992-),
- az American Mathematical Society tagja (1996-),
- az MTA köztestületének tagja (2000-),
- a DE TTK Tanácsának tagja (2005-2011, 2013-),
- a DE IK Tudományos és Habilitációs Bizottságának tagja (2006-),
- a Tudományegyetemi Karok Tanácsának tagja (2008-2011),
- a DE TTK Habilitációs Bizottságának tagja (2010-),
- az MTA Matematikai Tudományok Osztálya Matematikai Bizottságának tagja (2011-2014),
- a Bolyai János Matematikai Társulat választmányi tagja (2009-),
- az OTKA Matematika–Számítástudomány zsűrijének tagja (2014-),
- a Szegedi Tudományegyetem Egyetemi Doktori Tanácsának tagja (2016-)
- a Tehetséges Debreceni Fiatalokért Közalapítvány Alkotói Ösztöndíja (1997),
- a Netherlands Organization for Scientific Research (NWO) posztdoktori ösztöndíja (témavezető: Dr. Robert Tijdeman, Leiden University, Hollandia), (1999/2000),
- a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatási Ösztöndíja (1999-2002, 2004-2007),
- az NKTH Öveges József Programjának ösztöndíja (2007),
- a Hajdúsági Agráripari Rt. Magyar Vidékért Alapítványának Díja (1991, 1996, 1997, 2002),
- a Bolyai János Matematikai Társulat Rényi Kató Díja (1992),
- a Bolyai János Matematikai Társulat Patai László Díja (1994),
- a Kereskedelmi Bank Rt. Universitas Alapítványának Díja (1995, 1996, 1998, 2001, 2002),
- a József Attila Tudományegyetem Kalmár László Díja (1997),
- a Bolyai János Matematikai Társulat Grünwald Géza Díja (1997),
- a Magyar Tudományos Akadémia Ifjúsági Díja (2001),
- a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj Kuratóriumának Emléklapja (2003),
- az MTA Matematikai Tudományok Osztályának Turán Pál Díja (2008),
- az MTA megosztott Akadémiai Díja (2017)

Név: Dr. Horváth Gábor	**születési év: 1981**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

matematikus, ELTE, 2004.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*),* ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (computer science 2008, matematika és számítástudományok 2010); dr. habil. cím (2013).

az **eddigi oktatói tevékenység**

2001-2006 között az ELTE-n, 2010-től a Debreceni Egyetemen algebra, algoritmuselmélet, alapozó valószínűségszámítás és statisztika témájú különféle tárgyakat angol és magyar nyelven oktatok. 4 algebra, 1 diszkrét matematika, 1 statisztika jegyzet szerzője vagyok. Témavezetője vagyok 1,5 PhD, 4 OTDK (1 db I. díj, 1 db különdíj, 2 részvétel), 4 MSc, 9 BSc dolgozatnak.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

  - ***G. Horváth, The complexity of the equivalence and equation solvability problems over meta-Abelian groups****, J. Algebra*, 433 (2015), 208–230.
  - ***G. Horváth and C. L. Nehaniv, Length of polynomials over finite groups*, J. Comput. System Sci.**, 81 (2015), 1614–1622.
  - ***G. Grasegger, G. Horváth and K. A. Kearnes, Polynomial equivalence of finite rings,*** *J. Aust. Math. Soc.*, 96 (2014), 244–257.
  - ***G. Horváth, The complexity of the equivalence problem over finite rings, Glasg. Math. Journal***, 54 (2012), 193–199.
  - ***G. Horváth, J. Lawrence, L. Mérai, Cs. Szabó, The complexity of the equivalence problem for non-solvable groups, Bull. London Math. Soc***. 39 (2007), 433–438.

- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

  - 28 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
  - 118 független idézet (MTMT szerint);
  - 50 tudományos előadás, ebből 17 meghívott előadóként, 25 nemzetközi konferencián;
  - FP7-es EU-s pályázat debreceni egységének vezetője
  - OTKA K109185 kutatási pályázat témavezetője
  - részvétel további 11 kutatási pályázatban;
  - bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratokban;
  - referálói munka (Mathematical Rewievs, 2012-től, Zentralblatt 2012-től);
  - 1,5 PhD, 4 OTDK (1 db I. díj, 1 db különdíj, 2 részvétel), 4 MSc, 9 BSc dolgozat témavezetője

- 5 db külföldi tanulmányút/vendégkutató pozíció
- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- *2016 TTK Kiváló Fiatal Oktatója Kitüntetés*
- *2015 DE Publikációs Díj*
- *2012-2015 MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíj*
- *2006-2009 Computer Science PhD Ösztöndíj (University of Hertfordshire, Hatfield, United Kingdom)*
- *2004-2008 Doktori Ösztöndíj (Eötvös Loránd Tudományegyetem)*
- *2004-2005 Köztársasági Ösztöndíj*
- *2003-2004 Köztársasági Ösztöndíj*
- *2003 Csereösztöndíj a párizsi École Normale Supérieure és a Br. Eötvös József Collegium között*

Név: Dr. Kozma László	**születési év: 1960**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus és angol-magyar szakfordító, KLTE, TTK, 1984

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, TTK, Matematikai Intézet, Geometria Tanszék – egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) *(friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

Egyetemi doktori fokozat, matematika, 1987

Kandidátus, CSc, PhD, matematika,1991

Habilitáció, matematika, 2004

az **eddigi oktatói tevékenység**

35 éve, 1982 óta. Magyar nyelvű kurzusok: Lineáris, algebra, Geometria, Geometriák és modelljeik, Differenciálgeometria, Finsler geometria, Algebrai és Differenciáltopológia, Matematika 1 és 2 közgazdász hallgatók számára (1994-2001), villamosmérnök hallgatók számára (2005 óta). Angol nyelven 5 éve: College Geometry, College Discrete Mathematics, Introduction to Business Mathematics.

az **oktató szakmai/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a) a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. 5 jellemző publikáció!), kutatási-fejlesztési, alkotói, művészeti eredmények:

1. Intersection theorems for Finsler manifolds, Publ.Math. Debrecen, 57, 2000, 193-201. (coauthor: Radu Peter)
2. On holonomy structures of Finsler manifolds, in: Handbook of Finsler Geometry, ed. by P.L. Antonelli, Kluwer Academic Publishers, 2003, 445--488.
3. Metric characterization of Berwald spaces of non-positive flag curvature. Journal of Geometry and Physics, {56, 2006, 1257-1270. (coauthor: Alexandru Kristály)
4. Weinstein's theorem for Finsler manifolds, (coauthor: Ioan Radu Peter), J. Math. Kyoto Univ., 46 2006, 377-382.
5. T. Aikou and L. Kozma: Global Aspects of Finsler Geometry, in: Handbook of Global Analysis, (eds. D. Krupka and D. Saunders), Elsevier, 2007, 1--39.
6.

b) az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség:

vezetői gyakorlat: intézetigazgatóhelyettes (1999-2001), dékánhelyettes (204-2008), angol nyelv képzések koordinátora 2007 óta; kutatási projektek vezetője: OTKA, bilaterális együttműködések, FP7 Marie-Curie kutatási projekt vezetése (2013-2016)
32 megjelent angol nyelvű publikáció, 135 hivatkozás, 6 jegyzet, 48 konferencialelőadás, lektorlás 5 folyóirat számára, Math Reviews referálója, a Publicationes Mathematicae Debecen technikai szerkesztője (1996 – 2016).

Név: Dr. Lovas Rezső László	**születési év: 1978**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles fizikus és angol—magyar szakfordító, Debreceni Egyetem, 2001.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök**), több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar, Matematikai Intézet, egyetemi adjunktus

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika, 2006).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Doktoranduszként 2001-től, oktatóként 2005-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyagfejlesztésében: elemi geometria, differenciálgeometria, alapozó analízis, differenciaszámítás, matematika villamosmérnököknek, közönséges differenciálegyenletek elmélete, kalkulus, ortogonális polinomok.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.
  - **R. L. Lovas, *On the Killing vector fields of generalized metrics*, SUT Journal of Mathematics 40 (2) (2004), 133–156.**
  - **R. L. Lovas, *A note on Finsler–Minkowski norms*, Houston Journal of Mathematics 33 (3) (2007), 701–707.**
  - **R. L. Lovas and J. Szilasi, *Homotheties of Finsler manifolds*, SUT Journal of Mathematics 46 (1) (2010), 23–34.**
  - **J. Szilasi, R. L. Lovas and D. Cs. Kertész, *Connections, sprays and Finsler structures*, World Scientific (2014).**
  - R. L. Lovas and I. Mező, *Some observations on the Furstenberg topological space*, Elemente der Mathematik 70 (2015), 103–116.
- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények
  - 12 megjelent nemzetközileg referált folyóiratcikk;
  - 1 szakkönyv;
  - 105 független idézet (MTMT szerint);
  - 18 szakmai, többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia-előadás;
  - részvétel 5 kutatási pályázatban;
  - BSc témavezetés;
  - bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratokban;
  - versenyszervezés, feladatsor-összeállítás.

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség
  - OTDK II. helyezés, XXV. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Fizika, Földtudományok és Matematika szekció, Atommag- és részecskefizika tagozat (2001);
  - Patai László Alapítvány díja (2003);
  - Bolyai János Matematikai Társulat Grünwald Géza emlékérme (2008).

Név: **Dr. Mészáros Fruzsina**	**születési év: 1981**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus és angol-magyar szakfordító, Debreceni Egyetem, 2005.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi adjunktus

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** (*„*dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2010).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 2002-től, doktoranduszként 2005-től, oktatóként 2008-tól folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában: alapozó analízis; differenciál- és integrálszámítás; közönséges differenciálegyenletek elmélete; függvényegyenletek és egyenlőtlenségek, illetve ezek alkalmazásai, gazdasági matematika; numerikus matematika, kalkulus.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

  - **K. Lajkó, F. Mészáros, Special cases of the generalized Hosszú equation on interval, Aequationes Math., 89, (2015), 71-81.**
  - **K. Lajkó, F. Mészáros, Multiplicative type functional equations arising from characterization problems, Aequationes Math., 83, (2012), 199-208.**
  - **F. Mészáros, K. Lajkó, Functional equations and characterization problems, VDM Verlag, 2011.**
  - **F. Mészáros, A functional equation and its application to the characterization of gamma distributions, Aequationes Math., 79, (2010), 53-59.**
  - **K. Lajkó, Gy. Maksa and F. Mészáros, On a generalized Hosszú functional equation, Publ. Math. Debrecen, 74, (2009), 101-106.**

- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

  - 16 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
  - 16 független idézet (MTMT szerint);
  - több mint 30 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
  - részvétel 4 kutatási pályázatban;
  - Bsc témavezetés;
  - bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban, referálói munka (Mathematical Rewievs, 2012-től);
  - 2008 óta a Teaching Mathematics and Computer Science folyóirat tördelőszerkesztői feladatait is ellátom

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

  - 2005: TTK Emlékérem, Debreceni Egyetem TTK;

- 2010: Grünvald Géza Emlékérem, Bolyai János Matematikai Társaság;
- 2010: Universitas Alapítvány kiemelkedő tudományos munkáért járó díja.

Név: Dr. Muzsnay Zoltán | **születési év: 1968**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

matematika és kémia szakos tanár, Kossuth Lajos Tudományegyetem, Debrecen. 1992
matematikus, Paul Sabatier University, Toulouse, Franciaország, 1993,

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!), ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 1997); dr. habil. cím (2006).

eddigi oktatói tevékenység

Demonstrátorként 1990-től, doktoranduszként 1992-től, oktatóként 1997-től folyamatosan részt veszek az alábbi tárgyak oktatásában: kalkulus, analízis sokaságokon, Lie csoportok, általános topológia, differenciálgeometria, lineáris algebra és analitikus geometria (Debreceni Egyetem)

Francia nyelven: Analyse, Équations différentielles (Université Paul Sabatier, Toulouse, Franciaország), L'intégrabilité formelle des équations aux dérivées partielles, (Université Libanaise, Beirut, Libanon),

Angol nyelven: College Discrete Mathematics, Mathematics I, II. (Debreceni Egyetem),

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- ***J.Grifone, Z. Muzsnay: Variational Principles for Second-order Differential Equations, World Scientific, Singapore, 2000.***
- Finsler 2-manifolds with maximal holonomy group of infinite dimension Differential Geometry and its Applications, Vol. 39, 2015, Pages 1–9,
- Projective Metrizability and Formal Integrability, Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications (SIGMA), 7, paper 114. p. 22, 2011,
- Z. Muzsnay, P.T. Nagy: Finsler manifolds with non-Riemannian holonomy, Houston Journal of Mathematics, 38 no. 1, (2012) pp. 77-92.,
- I. Bucataru, Z. Muzsnay: Sprays metrizable by Finsler functions of constant flag curvature Differential Geom. Appl. 31 (2013), no. 3, 405-415.

II. további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 25 megjelent nemzetközileg referált folyóiratcikk;
- 179 független idézet (MTMT);
- 51 szakmai, döntő többségében angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
- 4 tudományos projekt vezetője
- részvétel 5 kutatási pályázatban;
- Bsc, Msc, PhD témavezetés;

- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- nemzetközi konferencia szervezése

III. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- *Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, 2002-2005.*
- *Francia állami ösztöndíj, PhD, 1993-1997.*
- *Francia állami ösztöndíj, DEA, 1992-1993.*
- *MTA TMB ösztöndíj, 1992-1993.*
- *Természettudományi Kar Emlékérme, KLTE, 1992.*
- *Tempus ösztöndíj, 1990-1991.*
- *Rényi Kató-emlékdíj, 1990.*
- *OTDK első díj, 1990.*

Név: **Dr. Nagy Gergő**	**születési év: 1983**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles alkalmazott matematikus, Debreceni Egyetem, 2008.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar, Matematikai Intézet, egyetemi tanársegéd
Magyar Tudományos Akadémia, Támogatott Kutatócsoportok Irodája, tudományos segédmunkatárs

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2013); az értekezés címe: Preserver problems on structures of positive operators

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 2007-től, doktoranduszként 2008-tól, tudományos segédmunkatársként 2012-től, egyetemi tanársegédként pedig 2015-től részt veszek/vettem a következő témakörök oktatásában: bevezető analízis; differenciál- és integrálszámítás; komplex függvénytan; mértékelmélet; differenciaszámítás; ortogonális sorok; parciális differenciálegyenletek. Továbbá oktatási segédanyagot készítettem Mérték- és integrálelméletből.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.
  - G. Nagy, Determinant preserving maps: an infinite dimensional version of a theorem of Frobenius, Linear Multilinear Algebra 65 (2017), 351-360.
  - G. Nagy, Isometries of the spaces of self-adjoint traceless operators, Linear Algebra Appl. 484 (2015), 1–12.
  - Gy. P. Gehér and G. Nagy, Maps on classes of Hilbert space operators preserving measure of commutativity, Linear Algebra Appl. 463 (2014), 205-227.
  - L. Molnár, G. Nagy and P. Szokol, Maps on density operators preserving quantum f-divergences, Quantum Inf. Process. 12 (2013), 2309-2323.
  - G. Nagy, Commutativity preserving maps on quantum states, Rep. Math. Phys. 63 (2009), 447–464.

- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények
  - 13 megjelent nemzetközileg referált folyóiratcikk;
  - 21 független idézet (MTMT szerint);
  - 29 szakmai, túlnyomórészt angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
  - részvétel 6 kutatási pályázatban;
  - bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratokban;
  - referálói munka (Mathematical Rewievs, 2013-tól).

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség
  - 2010: Best Paper Award, International Quantum Structures Association;
  - 2012: ISFE-medál, ISFE Tudományos Bizottsága;
  - 2013: Jedlik Ányos Doktorjelölti Ösztöndíj, **Magyar Állam (1 év).**

Név: Dr. Nagy Ábris	**születési év: 1985**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Debreceni Egyetem, 2011.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök**), több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar, Matematikai Intézet, egyetemi tanársegéd

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2016), Általánosított kúpszeletek és alkalmazásaik

az **eddigi oktatói tevékenység**

Doktoranduszként 2011-től, oktatóként 2014-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában: alapozó matematika mérnök hallgatók számára, trigonometria és koordináta geometria, az euklideszi geometria.

2013 óta folyamatosan részt veszek az angol nyelvű oktatásban: bevezető geometria és alapozó matematika mérnök hallgatók számára

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- ***C. Vincze, Á. Nagy,*** **Generalized conic functions of hv-convex planar sets: continuity properties and relations to X-rays,** ***Aequ***. Math. 89 (4), 1015-1030, 2015.
- ***C. Vincze, Á. Nagy, An algorithm for the reconstruction of hv-convex planar bodies by finitely many and noisy measurements, Fundam***. Inform. 141 (2-3), 169-189, 2015.
- ***Á. Nagy, C. Vincze,*** **Reconstruction of hv-convex sets by their coordinate X-ray functions,** J. Math. Imaging Vis. 49 (3), 569-582, 2014.
- ***C. Vincze, Á. Nagy, On the theory of generalized conics with applications in geometric tomography, J. Approx. Theory.*** 164 (3), 371–390, 2012.
- ***C. Vincze, Á. Nagy, An introduction to the theory generalized conics and their applications,*** J. Geom. Phys. 61 (4), 815-828, 2011.

II. további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 6 megjelent nemzetközileg referált folyóiratcikk;
- 7 független idézet (MTMT szerint);
- 8 szakmai, angol nyelvű nemzetközi konferencia előadás;
- részvétel az „Egyenletek, függvények görbék" MTA TKI kutatócsoportban (2012-től folyamatosan);
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;

III. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- 2011: TTK Emlékérem, Debreceni Egyetem TTK;

- 2011: Rényi Kató Emlékérem (1. fokozat), Bolyai János Matematikai Társaság;
- 2013: Apáczai Csere János Doktoranduszi Ösztöndíj (1 év);

Név: Dr. Nyul Gábor	**születési év: 1980**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

okleveles matematikus, Debreceni Egyetem, 2003

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar, Matematikai Intézet, egyetemi adjunktus

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika- és számítástudományok), 2007

az **eddigi oktatói tevékenység**

2001 óta veszek részt az Algebra és Számelmélet Tanszék oktatómunkájában, először demonstrátorként, majd PhD-hallgatóként és főállású egyetemi oktatóként. Az általam oktatott előadások és gyakorlatok elsősorban a kombinatorika, a gráfelmélet, a diszkrét optimalizálás és a lineáris algebra témaköréből kerülnek ki, de tartottam algebra és számelmélet, kriptográfia, diszkrét matematika, biomatematika tantárgyakat is.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.
  - G. Nyul, *Power integral bases in totally complex biquadratic number fields*, Acta Academie Paedagogicae Agriensis, Sectio Mathematicae 28 (2001), 79–86.
  - I. Gaál and G. Nyul, *Index form equations in biquadratic fields: the p-adic case*, Publicationes Mathematicae Debrecen 68 (2006), 225–242.
  - Zs. Kereskényi-Balogh and G. Nyul, *Stirling numbers of the second kind and Bell numbers for graphs*, Australasian Journal of Combinatorics 58 (2014), 264–274.
  - G. Nyul and B. Rauf, *On the existence of van der Waerden type numbers for linear recurrence sequences with constant coefficients*, Fibonacci Quarterly 53 (2015), 53–60.
  - G. Nyul and G. Rácz, *The r-Lah numbers*, Discrete Mathematics 338 (2015), 1660–1666.
- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények
  - 15 megjelent, 2 elfogadott és 2 benyújtott publikáció nemzetközi referált folyóiratban
  - 25 tudományos előadás nemzetközi és hazai szakmai konferenciákon
  - 8 tudománynépszerűsítő előadás
  - részvétel 8 kutatási projektben (OTKA, MTA-DFG, TÁMOP, MTA TKI)
  - 12 BSc szakdolgozat, 5 MSc diplomamunka, 2 OTDK-dolgozat és 2 PhD-hallgató témavezetője
  - bírálói tevékenység nemzetközi referált szakfolyóiratokban
  - referálói tevékenység (Mathematical Reviews, Zentralblatt für Mathematik)
  - részvétel a Zentralblatt für Mathematik referáló folyóirat magyarországi szerkesztőbizottsági egységének munkájában

- közreműködés konferenciák szervezésben segítőként illetve szervezőbizottsági tagként

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- Rényi Kató-emlékdíj II. fokozat (Bolyai János Matematikai Társulat), 2001
- TTK Emlékérem (Debreceni Egyetem Természettudományi Kar), 2003
- Rényi Kató-emlékdíj I. fokozat (Bolyai János Matematikai Társulat), 2003
- Promotio sub auspiciis praesidentis Rei Publicae (Magyar Köztársaság Elnöke), 2007
- DAB-díj (MTA Debreceni Területi Bizottsága), 2008
- Grünwald Géza-emlékérem (Bolyai János Matematikai Társulat), 2009
- Debreceni Egyetem Rektorának Elismerő Oklevele (Debreceni Egyetem), 2016
- Matematikai Intézet oktatási felelőse, 2011–2013
- Matematikai Intézet Tanulmányi Bizottság tagja (2013 óta), TTK Kari Tanács tagja (2011–2014, 2015–2016), TTK Tanulmányi Bizottság tagja (2009–2011), TTK Oktatási és Minőségbiztosítási Bizottság tagja (2010–2013), TTK Kreditátviteli Albizottság tagja (2011 óta)

Név: Dr. Pink István	**születési év: 1973**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, matematika szakos középiskolai tanár, KLTE, 1998.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi adjunktus

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 évén belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!*)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2006); dr. habil. cím (2017).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 1996-től, doktoranduszként 1998-tól, oktatóként 2002-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: diszkrét matematika; matematikai alapok; biomatematika; gazdasági matematika; informatika alapjai; kriptográfia; számelmélet (elemi, algebrai, klasszikus); szuperelliptikus egyenletek; válogatott matematikai érdekességek.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

1. Bérczes A., Pink I. On the Diophantine equation $x^2+p^{2k}=y^n$. Arch. Math. 91 (2008), no. 6, 505-517.
2. Bennett M. A., Pink I., Rábai Zs. On the number of solutions of binomial Thue inequalities. Publ. Math. Debrecen 83 (2013), no. 1-2, 241-256.
3. Hajdu L., Pink I. On the Diophantine equation $1+2^a+x^b=y^n$. J. Number Theory 143 (2014), 1-13.
4. Bérczes A., Luca F., Pink I., Ziegler V. Finiteness results for Diophantine triples with repdigit values. Acta Arith. 172/2, (2016), 133-148.
5. Bérczes A., Hajdu L., Miyazaki T., Pink I. On the equation $1^k + 2^k + \cdots + x^k = y^n$ for fixed x. Journal of Number Theory 163, (2016), 43-60.

további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 21 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
- 91 független idézet (MTMT szerint);
- 22 szakmai, döntő többségében angol nyelvű menzetközi konferencia előadás;
- 10 tudománynépszerűsítő előadás;
- részvétel 5 kutatási pályázatban;
- Bsc, Msc, PhD témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- referálói munka (Zentralblatt 2010-től);

az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- 1998: TTK Emlékérem, Kossuth Lajos Tudományegyetem TTK;
- 2015: Posztdoktori ösztöndíj , Austrian Science Fund (FWF) pályázat, Salzburg, (19 hónap);

Név: Pintér Ákos	**születési év: 1967**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

okleveles matematikus, Kossuth Lajos Tudományegyetem, 1991

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, egyetemi tanár

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!), **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dá megjelölésével), egyéb címek)

MTA doktora (DSc), matematika, 2011

az **eddigi oktatói tevékenység**

oktatott tárgyak: alkalmazott matematika vegyészeknek, biológusoknak, bevezetés az algebrába és számelméletbe, algebra, számelmélet, diofantikus egyenletek

oktatási tapasztalat: 28 év

>5 év angol nyelvű oktatási tapasztalat a Debreceni Egyetem külföldi hallgatóinak

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a) a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

Bennett MA, Pinter A, Intersections of recurrence sequences, PROCEEDINGS OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY 143: pp. 2347-2353. (2015).
Hajdu L, Pinter A, Tengely Sz, Varga N, Equal values of figurate numbers, JOURNAL OF NUMBER THEORY 137: pp. 130-141. (2014).
Bilu Yu F, Fuchs C, Luca F, Pinter A, Combinatorial Diophantine equations and a refinement of a theorem on separated variables equations, PUBLICATIONES MATHEMATICAE-DEBRECEN 82:(1) pp. 219-254. (2013).

Grenczer M, Zsuga J, Majoros L, Pinter A, Kemeny-Beke A, Juhasz B, Tosaki A, Gesztelyi R
Effect of asymmetry of concentration-response curves on the results obtained by the receptorial responsiveness method (RRM): an in silico study
CANADIAN JOURNAL OF PHYSIOLOGY AND PHARMACOLOGY 88:(11) pp. 1074-1083. (2010)

Grenczer M, Pinter A, Zsuga J, Kemeny-Beke A, Juhasz B, Szodoray P, Tosaki A, Gesztelyi R
The influence of affinity, efficacy, and slope factor on the estimates obtained by the receptorial responsiveness method (RRM): a computer simulation study
CANADIAN JOURNAL OF PHYSIOLOGY AND PHARMACOLOGY 88:(11) pp. 1061-1073. (2010)

b) további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

Témavezetőként elnyert projektek:

- Kutatási projekt a felsőoktatásban, 2001-2003, No. 66
- OTKA, 2001-2004, F34981
- OTKA, 2005-2008, T48791

- OTKA, 2009-2012, K75566
- Osztrák-Magyar Akció Alapítvány, 2009-2010, 75öu1
- Osztrák-Magyar Akció Alapítvány, 2010-2011, 80öu6
- TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0098, 2011-2013
- kutatócsoport-vezető, 2012-2017, MTA-DE Egyenletek, függvények, görbék Kutatócsoport
- kutatócsoport-vezető, 2017-2022, MTA-DE Egyenletek, függvények, görbék Kutatócsoport

c) az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

megosztott Akadémiai Díj, 2017, Magyar Tudományos Akadémia

Név: Dr. Pongrácz András	**születési év: 1986.**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Eötvös Loránd Tudományegyetem, 2009.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör**(**ök**), több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi adjunktus

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!), ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD (matematika, 2012.) Az értekezés címe: Reducts of homogeneous relational structures.

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 2007-től, doktoranduszként 2009-től 2012-ig, majd oktatóként 2015-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: lineáris algebra; bevezető analízis, valószínűségszámítás illetve operációkutatás; diszkrét matematika; elemi matematika; számelmélet, algebra, univerzális algebra és matematikai logika, csoportelmélet, gyűrű- és testelmélet, modulusok és véges testek elmélete.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- ***M. Bodirsky, M. Pinsker és A. Pongrácz, Reconstructing the topology of clones***, Transactions of the American Mathematical Society 369 (2017) 3707–3740.
- ***A. Pongrácz, Reducts of the Henson graphs with a constant***, Annals of Pure and Applied Logic (2014) 32 pp, elfogadva.
- ***M. Bodirsky, M. Pinsker és A. Pongrácz, The 42 reducts of the random ordered graph***, Proceedings of the London Mathematical Society 111:3 (2015) 591–632.
- ***P. P. Pach, M. Pinsker, G. Pluhár, A. Pongrácz és Cs. Szabó, Reducts of the random partial order***, Advances in Mathematics 267 (2014) 94–120.
- ***G. Horváth, P. Mayr és A. Pongrácz, Characterizing translations on groups by cosets of their subgroups***, Communications in Algebra 40:9 (2012) 3141–3168.

II. további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 15 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk és 2 konferenciaközlemény számítástudományi konferencián, és 1 magyar nyelvű összefoglaló cikk;
- 25 független idézet (MTMT szerint);
- 20 szakmai angol nyelvű menzetközi konferencia előadás;
- 19 tudománynépszerűsítő előadás;
- részvétel 4 kutatási pályázatban (2 OTKA, 1 ERC, 1 EPSRC);
- Bsc, Msc témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált matematikai szakfolyóiratokban és

számítástudományi konferenciákon;
- referálói munka (Mathematical Rewievs);
- meghívott kutató Linzben, Norwichban, Yorkban, Lyonban, illetve egy teljes hónapra meghívott résztvevő a Hausdorff Trimester Programban (Universality and Homogeneity, Bonn)
- versenyszervezés, feladatsor összeállítás;
- tudománynépszerűsítő táborok szervezése.

III. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- *2008: International Mathematics Competition (Bulgária), 1. díj;*
- *2009: Kar Kiváló Hallgatója (Eötvös Loránd Tudományegyetem);*
- *2012: Award for Advanced Doctoral Students (Central European University);*
- ***2014: Grünwald Géza Emlékérem (Bolyai Társulat).***

Név: Dr. Szilasi Zoltán	**születési év: 1983**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematika – ábrázoló geometria szakos tanár, Debreceni Egyetem, 2007.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági” (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi adjunktus

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)**,** ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** (*„*dr. habil” cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2010).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 2003-tól, doktoranduszként 2007-től, oktatóként 2010-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: projektív geometria, elemi geometria, hiperbolikus geometria, véges geometriák, ábrázoló geometria, mérnöki matematika (analízis, lineáris algebra és valószínűségszámítás alapjai).

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)
  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.
  - Z. Szilasi**,** *Moufang planes with the Newton property***,** Note di Matematica, 33 (2014), 1-10.
  - S. Bácsó, Z. Szilasi, *On the projective theory of sprays*, Acta Mathematica Academiae Paedagogicae Nyíregyháziensis 26, (2010), 171-207.
  - Z. Szilasi, *Classical theorems on hyperbolic triangles from a projective point of view*, Teaching Mathematics and Computer Science 10, (2012), 175-181.
  - Z. Szilasi, *Two applications of the theorem of Carnot*, Annales Mathematicae et Informaticae 40, (2012), 135-144.
  - Z. Szilasi, *Notes on the Cevian nest property and the Newton property of projective planes*, Elemente der Mathematik 66, (2011), 137-145.
- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények
  - 10 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
  - 16 független idézet;
  - 5 tudományos előadás;
  - 2 tudománynépszerűsítő előadás;
  - BSc, MSc témavezetés;
  - bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratokban.
- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség
  - **2011: Patai László Alapítvány díja.**

Név: Dr. Tengely Szabolcs	**születési év: 1976**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Okleveles matematikus, Debreceni Egyetem, 2000.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök**), több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Tehnológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!), ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2005); dr. habil. cím (2011).

az **eddigi oktatói tevékenység**

Demonstrátorként 1997-től, doktoranduszként 2001-től, oktatóként 2005-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyag fejlesztésében: algebrai algoritmusok, diszkrét matematika, elliptikus görbék, gráfelmélet I-II, informatika alapjai, számelméleti algoritmusok, www és hálózatok matematikája.

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

I. a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

- ***Sz Tengely, M Ulas:*** On certain Diophantine equations of the form $z^2=f(x)^2\pm g(y)^2$, JOURNAL OF NUMBER THEORY 174: pp. 239-257. (2017)
- ***Sz Tengely, M Ulas:*** On products of disjoint blocks of arithmetic progressions and related equations, JOURNAL OF NUMBER THEORY 165: pp. 67-83. (2016)
- ***M A Alekseyev, Sz Tengely:*** On integral points on biquadratic curves and near multiples of squares in Lucas sequences, JOURNAL OF INTEGER SEQUENCES 17: Paper 14.6.6. (2014)
- ***F S Abu Muriefah, F Luca, S Siksek, Sz Tengely:*** On the Diophantine Equation $x^2+C=2y^n$, INTERNATIONAL JOURNAL OF NUMBER THEORY 5:(6) pp. 1117-1128. (2009)
- ***Y Bugeaud, M Mignotte, S Siksek, M Stoll, Sz Tengely Sz:*** Integral Points on Hyperelliptic Curves, ALGEBRA AND NUMBER THEORY 2:(8) pp. 859-885. (2008)

II. további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

- 32 megjelent vagy elfogadott nemzetközileg referált folyóiratcikk;
- 176 független idézet (MTMT szerint);
- 39 szakmai, döntő többségében angol nyelvű menzetközi konferencia előadás;
- 3 tudománynépszerűsítő előadás;
- részvétel 11 kutatási pályázatban;
- Bsc, Msc, PhD képzésben részvétel, témavezetés;
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratban;
- referálói munka (Mathematical Rewievs, Zentralblatt);

- konferencia szervezésben való részvétel (több alkalommal).

III. az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség

- *1998: Kereskedelmi Bank RT Universitas Alapítvány díja;*
- *1998-1999: Köztársasági Ösztöndíj;*
- *1999: Rényi Kató-emlékdíj;*
- *1999: OTDK Különdíj;*
- *1999: TTK Emlékérem;*
- ***2001-2005: PhD Ösztöndíj, Leideni Egyetem, Hollandia;***
- ***2006: Patai Alapítvány díja;***
- ***2006-2007: Magyary Zoltán Posztdoktori Ösztöndíj;***
- ***2009-2012: OTKA Posztdoktori kutatási támogatás;***
- ***2009-2012: Bolyai János Kutatási Ösztöndíj;***
- ***2012: Meghívott előadó a 6. Európai Matematikai Kongresszuson, Aritmetikai Geometria szekció, Krakkó, Lengyelország.***
- ***2009: Akadémiai Ifjúsági Díj;***
- ***2013-2014: Nemzeti Kiválóság Program Magyary Zoltán Posztdoktori Ösztöndíj;***
- ***2013: Turán Pál-díj;***
- ***2015: Nemzeti Kiválóság Díj.***

Név: Dr. Terdik György	**születési év: 1949**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

matematikus, KLTE, 1973.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

DE, IK, Információtechnológia tsz. - egyetemi tanár

tudományos fokozat (PhD, DSc,) *(friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!)*, ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** *(*„dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

CSc (matematika.) 1980, PhD (matematika) 1982) DSc (matematika tudományok) 2006)

az eddigi oktatói tevékenység

Valség, statisztika , 44 év, angolul, 5 tanév.

az **oktató szakmai/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

a) a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. 5 jellemző publikáció!), kutatási-fejlesztési, alkotói, művészeti eredmények:

1. Gy. Terdik, T. Gyires, Lévy Flights and Fractal Modeling of Internet Traffic, IEEE/ACM Transactions on Networking, VOL. 17, NO. 1, 120—129, February 2009.
2. György Terdik, Bilinear Stochastic Models and Related Problems of Nonlinear Time Series Analysis, Lecture Notes in Statistics, Springer Verlag, No142 (1999), New York, xx+260 pp. ISBN 0-387-98872-6.
3. Subba Rao, Tata, and Gyorgy Terdik. "On the Frequency Variogram and on Frequency Domain Methods for the Analysis of Spatio-Temporal Data." Journal of Time Series Analysis (2017).Volume 38, Issue 2, 308-325
4. Terdik, Gy, Angular Spectra for non-Gaussian Isotropic Fields, Brazilian Journal of Probability and Statistics Brazilian Journal of Probability and Statistics 29 (4), 833-865
5. Gy. Terdik, W. A. Woyczynski, A. Piryatinska, (2006) Fractional- and integer-order moments, and multiscaling for smoothly truncated Lévy flights, Physics Letters A 348 94–109,az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség:

Név: Dr. Vincze Csaba	**születési év: 1971**

felsőfokú végzettsége és szakképzettsége, az oklevél kiállítója, éve

Matematika-Filozófia szakos tanár, Kossuth Lajos Tudományegyetem (Debreceni Egyetem), 1996.

jelenlegi **munkahely(ek),** a kinevezésben feltüntetett **munkakör(ök)**, több munkahely esetén aláhúzás jelölje azt az intézményt, amelynek „kizárólagossági" (akkreditációs) nyilatkozatot (***A***) adott!

Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar Matematikai Intézet, egyetemi docens

tudományos fokozat (PhD, CSc, DLA) (friss, 5 éven belül megszerzett PhD/DLA esetén az értekezés címe is!), ill. **tudományos/művészeti akadémiai cím/tagság** („dr. habil" cím, MTA doktora cím (DSc); a tudományág és a dátum megjelölésével), egyéb címek)

PhD. (matematika, 2001); dr. habil. cím (2010).

az **eddigi oktatói tevékenység**

A Debreceni Egyetem oktatójaként 2000-től folyamatosan részt veszek az alábbi témakörök oktatásában és tananyagának fejlesztésében: Trigonometria és Koordinátageometria, Geometria I, Konvex geometria, Differenciálgeometria és Vektoranalízis. Átoktatási tevékenységként: Matematika III villamosmérnök hallgatóknak (komplex függvénytan, Fourier sorok, Integráltranszformációk). Angol nyelvű képzésben: Mathematics III (electric engineering), College Geometry (Foundation Year).

az **oktató szakmai/tudományos/kutatási tevékenysége** és az **oktatandó tárgy/tárgyak** kapcsolata

- a (szűkebb) szakterülethez kötődő publikációk (max. **5** jellemző publikáció)

  A felsorolt publikációk közül aláhúzással emelje ki azokat, amelyeket a mesterképzés tudományos szakmai háttereként elvárt országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek)hez való érdemi hozzájárulásnak tekint.

  - Cs. Vincze, On a special type of generalized Berwald manifolds: semi-symmetric linear connections preserving the Finslerian length of tangent vectors, EUROPEAN J. OF MATH. DOI 10.1007/s40879-017-0153-5
  - Cs Vincze, On Asanov's Finsleroid-Finsler metrics as the solutions of a conformal rigidity problem, J. OF DIFFERENTIAL GEOM. AND ITS APPL.,Volume 53, August 2017, pp. 148–168
  - **Cs. Vincze: On Randers manifolds with semi-symmetric compatible linear connections, INDAGATIONES MATHEMATICAE-NEW SERIES 26:(2) pp. 363-379. (2015**
  - **Cs. Vincze: Average methods and their applications in differential geometry I, J. OF GEOMETRY AND PHYSICS 92: pp. 194-209. (2015)**.
  - Cs. Vincze: On a scale function for testing the conformality of a Finsler manifold to a Berwald manifold, J. OF GEOMETRY AND PHYSICS 54: (4), pp. 454-475 (2005).

- további tudományos kutatói, fejlesztői, alkotói, művészeti eredmények

  - 9 benyújtott, illetve közlésre elfogadott tudományos közlemény
  - 42 tudományos közlemény (MTMT)
  - 82 független hivatkozás (MTMT);
  - 36 nemzetközi konferencia előadás;
  - 11 egyéb (tudománynépszerűsítő, szemináriumi) előadás;
  - vezető kutató 2 kutatási pályázatban;
  - résztvevő kutató 4 kutatási pályázatban;
  - résztvevő kutató 2 tananyagfejlesztési pályázatban;

- 3 felsőoktatási tankönyv (1 magyar 2 angol nyelven)
- Bsc, Msc, PhD témavezető (PhD fokozatot szerzett hallgató: 1, 2017);
- OTDK témavezető (2005, 2009, 2011, 2017);
- bírálói tevékenység nemzetközileg referált szakfolyóiratokban;
- DAB Matematikai Munkabizottság titkára (2011-2013);
- DAB Matematikai Munkabizottság elnöke (2013-tól);
- Tudományos rendezvény- és konferenciaszervezés

- az eddig megszerzett szakmai jártasság, gyakorlottság, igazolható elismertség
  - A TTK Dékánjának elismerő oklevele (DE TTK, 2015)
  - A Dr. Rapcsák Tamás Alapítvány Díja (Dr. Rapcsák Tamás Alapítvány, 2014)
  - Az Év Publikációja Díj (Debreceni Egyetem, 2012)
  - Elismerő oklevél témavezetői tevékenységért, XXVII OTDK 2005, XXIX OTDK 2009, XXX OTDK 2011
  - Fiatal Kutatói Ösztöndíj (DAB, 2004)
  - Bolyai János Kutatási Ösztöndíj (MTA, 2002 - 2005)
  - Grünwald Géza Emlékérem (BJMT, 1999)
  - Fiatal Kutatói Ösztöndíj (DAB, 1999)

***II.5. Idegen nyelven** (is) folytatandó képzés* bemutatásához a képzésben résztvevő oktatók aktuális személyi-szakmai adatait *(ld. II.4.)* elegendő egyszer, magyar nyelven megadni, ha az egyidejűleg benyújtásra kerülő magyar nyelvű képzés beadványában már benne vannak.

Az oktatók idegennyelv-tudását, idegen nyelvi előadó-képességét és oktatási gyakorlatának bemutatását azonban külön kérjük az alábbiak szerinti bizonyító információkkal: (*nyelvvizsga szint, külföldi, adott nyelvterületi oktatási gyakorlat, hosszabb idejű, aktív, igazolt hallgatói tapasztalat; az adott idegen nyelven tartott konferencia előadások stb.*):

az idegen nyelvű képzésben résztvevő **oktató** neve	**tud. fok. /cím** (PhD/DLA /CSc/ DSc/ akad.)	**munkakör** (ts./ adj./mo. e/f doc./ e/f tan./ tud. mts./ egyéb**)**	**részvétel** (részben vagy egészben)		**előadóképes idegennyelv-tudás bizonyítéka(i)**
			elméleti **I/N**	gyak.-i **I / N**	
			ismeret átadásában		
Dr. Baran Ágnes	PhD	e. adjunktus	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Baran Sándor	PhD	e. docens	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (71/1996) • legalább féléves angol nyelvterületi oktatási tapasztalat • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Barczy Mátyás	PhD	e. docens	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Bazsó András	PhD	e. adjunktus	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Bérczes Attila	DSc	e. docens	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (101/1999 szakf.) • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Bessenyei Mihály	PhD	e. docens	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Boros Zoltán	PhD	e. docens	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (101/1999 szakf.) • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás

Dr. Fazekas Borbála	PhD	e. tanársegéd	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Fazekas István	DSc	e. tanár	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (310/1991 szakf.) • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Figula Ágota	PhD	e. docens	I	I	• legalább 1 éves aktív, dokumentált külföldi hallgatói tapasztalat • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Gaál István	DSc	e. tanár	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Gáll József	PhD	e. docens	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (gazd. szakf. 000190/1997.) • legalább féléves, angol nyelvterületi oktatási tapasztalat • legalább 1 éves aktív, dokumentált külföldi hallgatói tapasztalat • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Gát György	DSc	e. tanár	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Hajdu Lajos	DSc	e. tanár	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (312/1992 szakf.) • legalább féléves, angol nyelvterületi oktatási tapasztalat • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Horváth Gábor	PhD	e. docens	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (SN0512 7614) • legalább 1 éves aktív, dokumentált külföldi

					hallgatói tapasztalat • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Kozma László	PhD	e. docens	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (N2348/1984) • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Lovas Rezső	PhD	e. adjunktus	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (T-101/2001) • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Mészáros Fruzsina	PhD	e. adjunktus	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Muzsnay Zoltán	PhD	e. docens	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Nagy Ábris	PhD	e. tanársegéd	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Nagy Gergő	PhD	e. tanársegéd	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Novák-Gselmann Eszter	PhD	e. adjunktus	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Nyul Gábor	PhD	e. adjunktus	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Páles Zsolt	DSc	e. tanár	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga (KLTE 233/1986 szakf) • legalább féléves, angol nyelvterületi oktatási tapasztalat • legalább 1 éves aktív, dokumentált külföldi hallgatói tapasztalat

					• legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Pink István	PhD	e. adjunktus	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Pintér Ákos	DSc	e. tanár	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Pongrácz András	PhD	e. adjunktus	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga • legalább 1 éves aktív, dokumentált külföldi hallgatói tapasztalat (külföldi egyetemi PhD, CEU) • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Szilasi Zoltán	PhD	e. adjunktus	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Tengely Szabolcs	PhD	e. docens	I	I	• felsőfokú nyelvvizsga • legalább 1 éves aktív, dokumentált külföldi hallgatói tapasztalat (külföldi egyetemi PhD, Leiden) • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Terdik György	DSc	e. tanár	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Tran Quoc Binh	PhD	tud. főmunkatárs	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás
Dr. Vincze Csaba	PhD	e. docens	I	I	• középfokú nyelvvizsga • legalább 6, angol nyelven tartott konferencia előadás

II.6. Nyilatkozatok

- Az intézmény **rektora által aláírt névsor** az AT, AR és AE oktatókról (*név, születési idő, FIR azonosító szám*), mely tanúsítja, hogy minden felsorolt oktató a vonatkozó jogszabályi előírás szerinti („kizárólagossági”) nyilatkozatot adott a FOI-nek. Ha az oktató nem szerepel a rektor által aláírt listán, akkreditációs szempontból nem vehető figyelembe!
- **Létesítés alatt álló intézmény** vagy más okból történő **„átlépés”** esetében az átlépő szándék-nyilatkozó oktató csak akkor vehető figyelembe akkreditációs szempontból, ha csatolják a korábbi/addigi intézménye rektorának nyilatkozatát, mely szerint a rektornak tudomása van arról, hogy az adott oktató ennek az intézménynek tett akkreditációs nyilatkozatát visszavonja/visszavonta.
- Az **intézményvezető szándéknyilatkozata** arról, hogy biztosítja a fenti táblázatokban megnevezett oktatók foglalkoztatását a jelzett módon az intézményben az indítandó képzés egy teljes ciklusára, illetve gondoskodik a személyi feltételek bemutatott szakmai megfelelőségének fenntartásáról.
- Az intézménnyel (**köz)alkalmazotti jogviszonyban / munkaviszonyban nem állók** *(pl. egyes AE, valamint a V oktatók)* nyilatkozata arról, hogy vállalják a nevük alatt feltüntetett tantárgyak oktatását és az oktatási követelmények teljesítését.

*** * ***

III. A SZAKTERÜLETI TUDOMÁNYOS HÁTTÉR

(max. 2 oldal terjedelemben)

Az intézményben a szak képzési területén, illetve a kapcsolódó tudományterületeken országosan (és nemzetközileg) elismert szakmai műhely(ek), együtt dolgozó szakmai közösségek tudományos (*alkotói, K+F, művészeti)* programja, fontosabb publikációs, pályázati és együttműködési eredményei, azok vezetői és résztvevői

A Matematikai Intézet munkatársai között jelenleg 3 professzor emeritus, 6 egyetemi tanár, 10 egyetemi docens, 9 egyetemi adjunktus, 9 tanársegéd és 1 tudományos főmunkatárs végzi oktató és kutató munkáját. Közülük hárman, Dr. Daróczy Zoltán, Dr. Győry Kálmán és Dr. Páles Zsolt, akadémikusok. Több kollégánk magas állami vagy szakmai kitüntetés birtokosa. Jelenlegi és egykori kollégáinknak köszönhetően Intézetünk számos, országos és nemzetközi viszonylatban ismert és elismert szakami műhelynek ad helyet. A műhelyekhez kapcsolódó kutatások hatékonyságát jól mutatja a nemzetközileg referált, rangos folyóiratban megjelent nagy számú közlemény. A főbb kutatási témák tanszéki csoportosításban a következők.

Az *Algebra és Számelmélet Tanszék* két fő kutatási iránya a számelmélet és az algebra, melyekhez újabban kombinatorikai kutatások is társultak. A számelméltei kutatások elsősorban diofantikus egyenletekre és azokkal kapcsolatos témákra vonatkoznak. Kiemelkedő eredményeket értek el az egységegyenletek, Thue és Thue-Mahler egyenletek, elliptikus és szuperelliptikus egyenletek, diszkrimináns egyenletek, indexforma egyenletek, hatvány egész bázisok, normaforma egyenletek, széteső forma egyenletek, rezultáns egyenletek és kombinatorikus jellegű diofantikus egyenletek vizsgálata során. Vizsgálták a megoldások számosságát, eloszlását és aritmetikai tulajdonságait. Effektív, illetve explicit korlátokat adtak a megoldásokra és a megoldásszámra. Eredményeiknek számos alkalmazását adták. Az algebrai kutatások fő irányai az algebra és bonyolultságelmélet kapcsolata, egyenletmegoldhatóság bonyolultságának meghatározása, csoportok, gyűrűk feletti polinomfüggvények leírása, differenciálegyenletek Lie csoportjainak leírása, szimmetrikus és alternáló csoportok karakterelmélete, hibajavító kódok elmélete és alkalmazásaik, kódelmélet, csoportreprezentáció elmélet, valamint az algebra és modellelmélet határterületei.

Az *Analízis Tanszék* legrégebbi, napjainkban is meghatározó kutatási területe a függvényegyenletek és -egyenlőtlenségek elmélete (regularitás- és stabilitáselmélet, spektrálszintézis, spektrálanalízis, középértékek elmélete). Azonban az utóbbi évtizedekben a kutatási spektrum jelentősen bővült: jelenleg kiterjedt kutatások folynak a nemsima és konvex analízis, az operátoralgebrák megőrzési problémái, a szélsőérték és optimális irányításelmélet, az iteratív fixponttételek, az információelmélet, a konvex és kombinatorikus geometria, a Fourier-sorok elmélete, a diadikus és harmonikus analízis, a differenciaegyenletek, a parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei, valamint a matematikai fizika témaköreiben is.

A *Geometriai Tanszék* régi hagyományokkal rendelkezik a differenciálgeometriai kutatások területén. Legfontosabb kutatási profilja a debreceni Finsler-geometriai tudományos iskola tevékenységével kapcsolatos. E tudományos iskolának az eredményes tevékenysége a Finsler-geometria megalapozására, az általános metrikák speciális típusainak vizsgálatára, Finsler terek geometriai struktúrájának vizsgálatára illetve pályaterek Finsler metrizálhatóságának és projektív Finsler metrizálhatóságának vizsgálatára irányul. Ezen túlmenőleg számos egyéb terület is megtalálható kutatási profilban, mint például a Riemann-geometria, konvex geometria és a geometriai tomográfia, a sima loopok Lie-elmélete, a variációszámítás inverz problémája és a szövetgeometria. A kutatási témákat leginkább a differenciálgeometriai karakter kapcsolja össze, de intenzíven használja a differenciálegyenletek geometriáját, a geometriai transzformáció csoportok, affin szimmetrikus terek és reduktív terek eszközeit, kombinálva az analitikus elméletet az invariáns differenciál kalkulus és a Lie-elmélet módszereivel.

A széles kutatási profilnak köszönhetően szoros szakmai kapcsolatot tartunk hazai és külföldi kutatókkal, intézetekkel és egyetemekkel (MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet; ELTE; Soproni Egyetem; Miskolci Egyetem; Leideni Egyetem; Grazi Egyetem; Salzburgi Egyetem; Zágrábi Egyetem; Hertfordshirei Egyetem; Passaui Egyetem; linzi Johanes Kepler Egyetem; Sziléziai Egyetem; Bielsko-Bialai Egyetem; Zielona Górai Egyetem; Krakkói Egyetem; Babes Bolyai Egyetem; Tbiliszi Egyetem; Jénai Egyetem; indinapolisi Purdue Egyetem; Chongqingi Egyetem; Erlangeni Egyetem); Luxemburgi Egyetem).

Fontos kiemelni, hogy Intézetünk saját szakmai folyóiratot gondoz. A *Publicationes Mathematicae Debrecen* a matematika minden területéről megjelentet cikkeket, és nagy nemzetközi megbecsülésnek örvend. Emellett Intézetünk ad helyet a Birkhäuser-Springer kiadó által kiadott *Aequationes Mathematicae* folyóirat főszerkesztőségének. Számos nemzetközi konferencia vagy konferenciasorozat alkalomszerű szervezése mellett hármat teljes egészében mi rendezünk (Conference on Inequalities and Applications; Debrecen-Katowice Winter Seminars on Functional Equations and Inequalities; International Students' Conference on Analysis). Szakmai műhelyeink az intézményen belül is aktív tudományos szerepet játszanak, amelynek a rendszeres tanszéki és alkalmi intézeti szemináriumok adják helyszíneit. Ez utóbbi az állandó fóruma külföldi vagy hazai vendégeinknek is.

Az Alkalmazott Matematika Tanszék szervezetileg nem tartozik ugyan az Intézethez, de részt vesznek az oktatásban, s ezen keresztül a tehetséggondozásban. Kutatási tevékenységüket a statisztika, sztochasztikus folyamatok, numerikus analízis és a lineáris programozás témakörében fejtik ki. Publikációs tevékenységük, nemzetközi és hazai kapcsolatrendszerük jelentős.

Az utóbbi öt év legfontosabb kutatási pályázatai:

- **Effektív, kvantitatív és számítógépes vizsgálatok a diofantikus számelméletben (OTKA K100339)**
  Vezető: Dr. Győry Kálmán; résztvevők: Bérczes Attila, Gaál István, Győr Kálmán, Hajdu Lajos, Kovács Tünde, Nyul Gábor, Pintér Ákos, Tengely Szabolcs. (Futamidő: 2012–2016.)
- **Számelméleti kutatások (OTKA NK104208)**
  Vezető: Dr. Pintz János; résztvevők: Bazsó András, Bertók Csanád, Bérczes Attila, Győry Kálmán, Kovács Tünde, Pintér Ákos, Tengely Szabolcs. (Futamidő: 2012–2016.)
- **Diofantikus számelmélet: kvalitatív, kvantitatív és numerikus vizsgálatok (OTKA K115479)**
  Vezető: Dr. Győry Kálmán; résztvevők: Bérczes Attila, Gaál István, Győr Kálmán, Hajdu Lajos, Kovács Tünde, Nyul Gábor, Pink István, Pintér Ákos, Tengely Szabolcs. (Futamidő: 2012–2016.)
- **Klinikai megfigyelések matematikai modellezése a melanoma hatékonyabb detektálásához (OTKA NK101680)**
  Vezető: Dr. Hajdu Lajos; résztvevő: Pintér Ákos. (Futamidő: 2012–2015.)
- **Algebrai módszerek a bonyolultságelméletben (OTKA K109185)**
  Vezető: Dr. Horváth Gábor; résztvevők: Pongrácz András, Földvári Attila. (Futamidő: 2013–2018.)
- **Függvényegyenletek és egyenlőtlenségek (OTKA NK81402)**
  Vezető: Dr. Páles Zsolt; résztvevők: Bessenyei Mihály, Boros Zoltán, Burai Pál, Daróczy Zoltán, Gát György, Gilányi Attila, Gselmann Eszter, Járai Antal, Lovas Rezső, Maksa Gyula, Makó Judit, Mészáros Fruzsina, Székelyhidi László, Szilasi József. (Futamidő: 2010–2014.)
- **Függvényegyenletek és egyenlőtlenségek (OTKA K111651)**
  Vezető: Dr. Páles Zsolt; résztvevők: Bessenyei Mihály, Boros Zoltán, Burai Pál, Daróczy Zoltán, Gát György, Gilányi Attila, Gselmann Eszter, Járai Antal, Lovas Rezső, Maksa Gyula, Makó Judit, Mészáros Fruzsina, Székelyhidi László, Szilasi József. (Futamidő: 2015–2018.)
- **MTA-DE Lendület Funkcionálanalízis kutatócsoport (LP2012-46/2012)**
  Vezető: Dr.Molnár Lajos; résztvevők: Gselmann Eszter, Nagy Gergő, Szokol Patricia, Gehér György, Pálfia Miklós, Virosztek Dániel. (Futamidő: 2012–2017.)
- **Egyenletek, függvények, görbék kutatócsoport (MTA-DE 2012)**
  Vezető: Dr. Pintér Ákos; résztvevők: Bazsó András, Ferenczik Judit, Rábai Zsolt, Szabó Tímea, Varga Nóra. (Futamidő: 2012–2016.)
- **Egyenletek, függvények, görbék kutatócsoport (MTA-DE 11111)**
  Vezető: Dr. Pintér Ákos; résztvevők: Bazsó András, Bertók Csanád, Ferenczik Judit, Szikszai Márton, Kiss Tibor Varga Nóra. (Futamidő: 2017–2021.)
- **BIOMICS, Biological and Mathematical Basis of Interaction Computing (CNECT-31820)**
  Vezető: Paolo Dini; résztvevők: Figula Ágota, Gselmann Eszter, Halasi Zoltán, Horváth Gábor, Podoski Károly, Pongrácz András, Hanusch Carolin Muzsnay Zoltán, Milkovszki Tamás. (Futamidő: 2012–2016.)
- **Lie Groups, Differential Equations and Geometry (LIE-DIFF-GEOM-317721)**
  Vezető: Kozma László, Debreceni Egyetem; résztvevők: Figula Ágota, Muzsnay Zoltán, Milkovszki Tamás. (Futamidő: 2014–2017.)
- **Magyar-Román TÉT pályázat (TÉT_12_RO-1-2013-0008)**
  Vezető: Muzsnay Zoltán; résztvevők: Aradi Bernadett, Ion Bucataru, Kertész Dávid; Kozma László, Milkovszki Tamás, Radu Peter. (Futamidő: 2013–2014.)

A kutatási tevékenységünk részben kihat a tehetséggondozásra is. Ennek köszönhetően évről évre sok jó képességű hallgatónk nyer demonstrátori és köztársasági ösztöndíjat, vagy szerepel jól kari és országos diákköri konferenciákon. Egy részüket a Matematika és Számítástudományi Doktori Iskola fogadja mint doktorandusz hallgatót. Doktori iskolánk jelenleg 8 törzstaggal, 70 oktatóval és 17 témavezetővel működik. A mesterképzés tantervi programjának összeállításakor figyelembe vettük, hogy szakmai műhelyeink kutatási tevékenysége és eredményei hogyan illeszthetők harmonikusan a képzés különféle szintjeibe.

IV. A SZAKTERÜLETI INFRASTRUKTURÁLIS FELTÉTELEK

A képzés **tárgyi feltételei**, a rendelkezésre álló **infrastruktúra** bemutatása:

- Tantermek, előadótermek, laboratóriumok és eszközellátottságuk, műhelyek, gyakorlóhelyek:

Intézetünkben egy 100 fő befogadására alkalmas nagy előadóterem, egy 40 fő befogadására alkalmas kis előadóterem, valamint 5 darab 26 fő befogadására alkalmas szemináriumi terem található. Az előadók és szemináriumi terem jól karban tartott projektorral, a kiselőadó intelligens táblával is föl van szerelve. Túlnyomó részben vizuáltáblákat használunk. Fontos azt is megemlíteni, hogy ha a hallgatói létszám vagy az órarendi elhelyezés ezt szükségessé teszi, a Kar rendelkezésünkre bocsát megfelelő kapacitású előadókat vagy szemináriumitermeket. Mivel a képzésünk egy részét az Informatikai Kar és a Gazdaságtudományi Kar segíti, ezért bizonyos kurzusokhoz e karok biztosítanak jól felszerelt, kiváló adottságokkal bíró helyszínt. Rendelkezünk egy intézeti tanácsteremmel és két tanszéki szemináriumi teremmel. Mindegyik vizuáltáblával, projektorral van fölszerelve. A tanszéki szemináriumok és intézeti tanácsülések mellett gyakran helyet kapnak ezekben diplomamunka védések, doktori szigorlatok és védések, valamint hallgatóknak szánt (órarendben nem szereplő) konzultációs pótgyakorlatok.

- Számítástechnikai, oktatástechnikai ellátottság:

Az Intézet épületében 1 számítógépes labor van, 16 géppel fölszerelve. Emellett 2 darab kari számítógépes terem áll rendelkezésünkre, az egyikben 26 a másikban 30 számítógéppel (ezekben tartjuk a gépes óráink jelentős részét). A gépeken Maple, Magma és a DE-n elérhető szoftverek (például SPSS) és ingyenesen használható szoftverek (például az R statisztikai szoftvercsomag) fut. Ahogy erre az előző pontban részletesen kitértünk, 4 intézeti terem projektorral van felszerelve,az egyikben pedig interaktív tábla is található.

- Könyvtári ellátottság; a papíralapú, illetve elektronikusan elérhető fontosabb szakmai folyóiratok és a szak szempontjából fontos szakkönyvek könyvtári, ill. internetes elérhetősége, a könyvtár ezen adatait tartalmazó honlap címe

Gyűjteményünk az egyetemen folyó matematika oktatással egyidőben indult. Jelentős adományok, ajándékok, cserelehetőségek révén és tervszerű gyarapításnak köszönhetően könyvtárunk mára komoly, jelentős matematikai szakgyűjteménynek számít.
Állományunk főképpen könyvekből és folyóiratokból áll. A könyvtár helyiségei: kölcsönző (iroda) folyosó (papír- és, számítógépes katalógusokkal), olvasóterem (számítógépekkel, kézikönyvekkel, friss folyóiratszámokkal), hagyatéki olvasóterem, nagy- és kisraktár.
Könyvtárunkban kb. 26 ezer könyv van, melyek nagy többsége (korlátozottan) kölcsönözhető.
Könyvtárunk különgyűjteménnyel rendelkezik az 1900 előtti muzeális értékű könyvekből. Ezen védett könyvek nem kölcsönözhetőek.

A könyvtárba 2017-ben 166 folyóiratcím érkezhet (ebből 149 papír alapon, 14 elektronikusan, 3 mindkét módon), melyekből 2 újság nyelve magyar. A folyóiratok 10 százalékára van előfizetésünk, többit cserébe kapjuk az Intézet *Publicationes Mathematicae Debrecen* című folyóiratáért. A sajnálatos financiális nehézségek miatt újból és újból szembesülünk a könyvtár költségvetésének kényszerű csökkentésével. Bízunk abban, a magas szintű tudományos kutatómunkához elengedhetetlenül szükséges naprakész információ eztán is a rendelkezésünkre áll majd.

- A hallgatói tanulmányok eredményes elvégzését segítő további szolgáltatások, juttatások, a biztosított taneszközök *(tankönyv, jegyzet* ellátás stb.), mindezek az **idegen nyelven folyó képzésben az adott idegen nyelvű anyaggal!**

Intézetünk új honlapján minden kollégánknak lehetősége és felelőssége az adott félévben oktatott tárgyainak syllabuszát (mely tartalmazza a tárgy alapadatait, a számonkérés és teljesítés feltételeit, a mintafeladatsorokat és a tételsort) elérhetővé tenni. Számos esetben különféle segédletek, példasorok, előadáskövető jegyzetek, vagy ezekre mutató lin-

keket az érintett oktató személyes honlapján szintén elérhetővé teszi. A leggyakrabban ajánlott, főtárgyakhoz kapcsolódó jegyzetek nagy példányszámban elérhetőek hallgatóink számára az Intézet könyvtárában. Egyes oktatóink moodle rendszerrel teszik hatékonyabbá a tananyag elsajátítását.
Intézetünk önképzőköre, a Thalész-kör komoly részt vállal az alsóbbéves hallgatók zárthelyi dolgozatra történő felkészítésében, szükség esetén felzárkóztatásásban. Kollegáink a szokásos fogadóóráikon túl nem zárkóznak el a dolgozatok, vizsgák előtt konzultációs különalkalmak megtartásától sem.
Mindezeket az idegen nyelvű képzésben ugyanígy rendelkezésre bocsátjuk, amenyiben e képzésre lesz jelentkezőnk. Fontos kiemelni, hogy az angol nyelvű képzést, egyáltalán a külföldi hallgatók beilleszkedését példaértékű módon segíti a Kar által kiadott Bulletin.

- Az oktatás egyéb, szükségesnek ítélt feltételei (*ha vannak*)

-

V. A KÉPZÉSI LÉTSZÁM ÉS KAPACITÁS

A tervezett **hallgatói létszám** és annak indoklása

A matematikus mesterképzési szak hallgatói létszámát az alábbiak szerint állapítjuk meg: Nappali tagozatos államilag finszírozottak száma: 4 fő; nappali tagozatos önköltséges hallgatók száma: 10 fő; levelezős hallgatók száma: 0 fő. Indoklás:
A létszám megállapításakor három fontos tényt mérlegeltünk: saját oktatói kapacitásunkat, az alapképzés végeztével távozó illetve maradó hallgatóink arányát, valamint a munkaerőpiaci keresletet. Az oktatói kapacitás fölmérésekor a teljes képzésünket, vagyis az alapszak mellett az osztatlan tanárszakot és a két mesterképzési szakot mindenképp figyelembe kell venni. Ezek eredőjeként adódik, hogy Intézetünk 120-150 elsőéves hallgató fogadására képes. Az utóbbi évek adatai szerint a tanárszakosok aránya jelentősen megnőtt és egyben stabilizálódott: tipikusan az évfolyam kétharmadát teszi ki. A másik fontos tény, hogy eddigi tapasztalataink alapján az alapszakra jelentkezők zöme az államvizsga után elhelyezkedik, és nem marad bent a mesterképzésben. Ez különösen az alapképzés alkalmazott matematika szakirányos hallgatóira jellemző; ennek következményeként a mesterképzésre az alapszakosok legfeljebb harmadrésze lép be. Az így adódó létszám nem terheli túl a mesterképzés oktatói kapacitását. Ez azért különösen fontos, mert a matematikus mesterképzés sokkal nagyobb törődést és figyelmet igényel oktatói részről. Ezeknek a hallgatóknak ugyanis nem csupán az ismeretanyag elsajátítása fontos, hanem az önálló és alkotó gondolkodásmód kialakítása is. A megjelölt létszám egyben biztosítja a leendő doktoranduszok kiválasztását, hiszen a Matematikai és Számítástudományi Doktori Iskola hallgatói jórészt közülük kerülnek ki. Harmadszor, ami a munkaerőpiacai igényeket illeti, a végzett matematikus hallgatók a felsőoktatásban, kisebb részben cégeknél tudnak elhelyezkedni. A már végzett matematikus mesterszakosok beszámolói szerint, szinte mindegyikük ilyen jellegű munkahelyen tud elhelyezkedni, ami jól mutatja, hogy a helyi és regionális munkaerőpiaci igények mellett nincs túlképzésünk. Hallgatóink a szakmájuk műveléséhez szükséges ismeretekkel és képességekkel fölvértezve tudnak munkába állni.

Az intézmény **képzési kapacitása** az *érintett képzési területen*, ill. *szakon* (OH adatok)

A DE TTK Matematikai Intézetének matematikus mesterképzési szakon első helyre 4 fő jelentkezett nappali tagozatos, államilag finanszírozott képzésre a 2017 március 15-i hivatalos statisztika alapján. A többi képzési formára első helyes jelentkezés nem történt. Ennek alapján megállapítható, hogy a DE TTK Matematikai Intézete rendelkezik a szak indításához szükséges kapacitásokkal.